

# Dobór nastaw regulatora prędkości opartego o strukturę ADRC, dedykowanego dla układu dwumasowego

**Streszczenie.** Artykuł prezentuje metodę poszukiwania nastaw układu regulacji prędkości opartego o metodę ADRC. Układ ten steruje prędkością obiektu dwumasowego, a zaprezentowana metoda uwzględnia kluczowe cechy obiektu i dobiera nastawy, aby osiągnięte odpowiedzi na zmianę wartości zadanej charakteryzowały się zadowalającym tłumieniem. Autorzy prezentują proces modelowania obiektu oraz całego układu regulacji, prezentują wyniki analizy teoretycznej, a następnie dowodzą skuteczności zaproponowanego podejścia w eksperymencie laboratoryjnym.

**Abstract.** The article presents an algorithm for searching parameters of a speed control system based on the ADRC method. The system controls a two - mass object, and the presented method takes into account the key features of this object and selects settings, so that the achieved responses to a change in the set value are characterized by satisfactory damping. The authors present the process of modeling the plant and the entire control system, show the results of theoretical analysis and then prove the effectiveness of the proposed approach in a laboratory experiment. **(Tuning algorithm for ADRC speed control dedicated to two - mass system)**

**Słowa kluczowe:** regulacja prędkości, ADRC, układ dwumasowy, dobór nastaw  
**Keywords:** speed control, ADRC, two - mass system, tuning

## Wprowadzenie

Obiekt dwumasowy, jako elementarny przykład układów o charakterze rezonansowym, stanowił oraz stanowi również współcześnie przedmiot badań na polu sterowania ruchem. Powstało bardzo wiele struktur sterowania jego prędkością oraz położeniem, w szczególności z zastosowaniem klasycznych i zmodyfikowanych regulatorów o strukturze PID [1], [2], [3], [4], filtru Kalmana [5] oraz m. in. relatywnie nowej metody sterowania jaką jest ADRC [6], [7], [8]. Analiza literatury wskazuje, że metoda doboru wzmacnień układu regulacji prędkości opartego o metodę ADRC na ogół nie uwzględnia wibracyjnego charakteru obiektu, zaś autorzy skupiają się na maksymalnym uproszczeniu samej procedury. Autorzy niniejszej pracy zdecydowali się na odmienne podejście w tym zakresie i przedstawili metodę doboru nastaw uwzględniającą kluczowe właściwości obiektu, którą następnie zweryfikowali symulacyjnie oraz eksperymentalnie w szerokim zakresie zmian momentu bezwładności po stronie obciążenia.

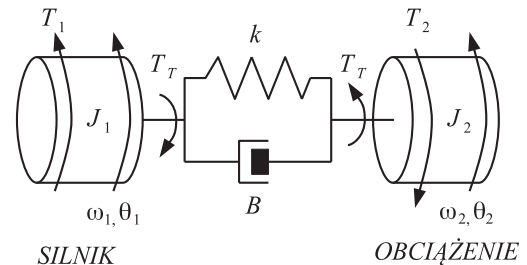
## Opis obiektu oraz układu regulacji

Schemat układu dwumasowego przedstawiono na rysunku 1. Zależności opisujące podstawowe właściwości opisano równaniami [9] (1).

$$(1) \quad \begin{cases} J_1 \dot{\omega}_1 = T_1 - T_T \\ J_2 \dot{\omega}_2 = T_T - T_2 \\ T_T = k(\theta_1 - \theta_2) + B(\omega_1 - \omega_2) \end{cases}$$

gdzie:  $k$  ( $\frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$ ) jest współczynnikiem sprężystości,  $B$  ( $\frac{\text{Nm}\cdot\text{s}}{\text{rad}}$ ) współczynnikiem tłumienia wałka,  $\theta_1$  (rad) oraz  $\theta_2$  (rad) - pozycje kątowe odpowiednio po stronie silnika oraz obciążenia,  $\omega_1$  ( $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ) oraz  $\omega_2$  ( $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ) - oznaczają prędkości po stronie silnika i obciążenia,  $T_1$  (Nm) jest momentem napędowym,  $T_2$  (Nm) momentem oporowym,  $T_T$  (Nm) oznacza moment skrętny,  $J_1$  ( $\text{kgm}^2$ ) to moment bezwładności silnika,  $J_2$  ( $\text{kgm}^2$ ) to moment bezwładności obciążenia. Obiekt ten opisany jest następującymi charakterystycznymi parametrami (2): pulsacją rezonansową  $\omega_r$ , pulsacją antyrezonansową  $\omega_a$  drgań nietłumionych oraz odpowiadającymi im współczynnikami tłumienia  $\xi_r$  oraz  $\xi_a$ . Mając na uwadze dalsze przekształcenia, wprowadzono również współczynnik  $R = \frac{J_2}{J_1}$ , dzięki czemu relacja między pulsacjami charakterystycznymi wynika wprost ze stosunku momentów bezwładności.

$$(2) \quad \begin{aligned} \omega_r &= \sqrt{k \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}} \\ \omega_a &= \sqrt{\frac{k}{J_2}} \\ \xi_r &= \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} \frac{B}{2\omega_r} \\ \xi_a &= \frac{B}{2J_2 \omega_a} \\ \omega_r^2 &= (R + 1) \omega_a^2 \end{aligned}$$

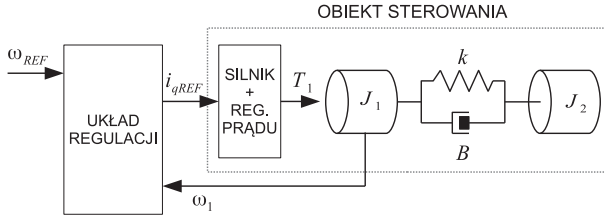


Rys. 1: Schemat blokowy obiektu dwumasowego.

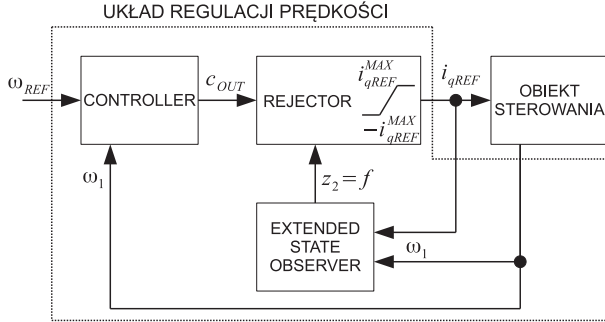
## Układ regulacji

Układ napędowy o charakterze dwumasowej jest sterowany za pomocą układu regulacji opartego o metodę ADRC, którego schemat blokowy przedstawiono na rysunku 2. Bardziej szczegółowa struktura układu sterowania została zamieszczona na rysunku 3. Podstawowymi blokami funkcjonalnymi są: regulator (Controller), blok odsprężania (Rejector) oraz obserwator o rozszerzonej przestrzeni stanu (Extended State Observer). Opisany układ regulacji jest rozwinięciem koncepcji przedstawionej w [8].

Przyjmując, że tłumienie wewnętrzne wałka jest pomijalne ( $B \approx 0$ ), oraz że układ generacji momentu elektromagnetycznego charakteryzuje się dynamiką znacznie przewyższającą dynamikę części mechanicznej, przystąpiono do wyprowadzenia zależności między prędkością zadaną  $\omega_{REF}$  a prędkością po stronie silnika  $\omega_1$ . Zasadniczym elementem układu regulacji jest obserwator o rozszerzonej przestrzeni stanu (ESO), stąd jego równania zostaną przedstawione w pierwszej kolejności. Zgodnie z założeniami metody ADRC [10, 11, 12], zadaniem



Rys. 2: Schemat blokowy połączenia układu sterowania z obiektem.



Rys. 3: Schemat blokowy układu sterowania opartego o strukturę ADRC.

ESO jest estymacją uogólnionego zakłócenia, które następnie zostaje odsprężnione, w konsekwencji czego z punktu widzenia regulatora sterowanie odbywa się prostym strukturalnie obiektem (w tym konkretnym przypadku obiektem całkowitym 1 rzędu). Pamiętać jednak należy, że każdy obserwator posiada skończoną częstotliwość graniczną, dlatego też założenie to będzie prawdziwe w paśmie znacząco niższym od pasma obserwatora. Niniejszy artykuł traktuje zagadnienie bardziej ogólnie i nie zakłada z góry występowania idealnego odsprężnienia zakłócenia, lecz traktuje dynamikę obserwatora i pętli odsprężniania zakłócenia jako parametr podlegający doborowi przy kształtowaniu ostatecznych charakterystyk częstotliwościowych układu zamkniętego. Przed wyprowadzeniem zależności opisujących ESO, obiekt sterowania należy przekształcić do postaci znormalizowanej, danej równaniem (3), gdzie:  $y$  jest sygnałem wyjściowym,  $u$  - wymuszeniem,  $f$  - sumą sygnałów zakłócających, których pochodzenie nie musi być znane,  $b_0$  to stała obiektu.

$$(3) \quad \dot{y} = b_0 u + f$$

Przechodząc z opisu danego wzorem (3) na przestrzeń zmiennych stanu oraz rozszerzając wektor stanu do  $\underline{x} = [y, f]^T$  - otrzymano równanie (4)

$$(4) \quad \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} h$$

gdzie  $h$  jest pochodną uogólnionego zakłócenia  $h = \dot{f}$ . Mając tak przygotowany opis obiektu, można sformułować znormalizowane równania ESO, które przedstawiono równaniem (5). Współczynnik  $\hat{b}_0 = \frac{k_T}{J_1}$  powinien być znany lub też oszacowany przez projektującego obserwator. W ramach niniejszego artykułu przyjęto, że obiekt sterowania został zidentyfikowany prawidłowo, dlatego też w toku dalszych rozważań przyjęto, że  $\hat{b}_0 = b_0$ . Niezależnie od tego założenia, pozostawiono oba symbole, chcąc w sposób jawny wskazać miejsca, w których parametr ten wynika z obiektu, a

w których z jego modelu. Korekta odbywa się na podstawie sygnału uchybu  $e_0 = y - z_1$ , gdzie  $z_1$  odtwarza zmienną  $y$ , a  $z_2$  odtwarza zmienną  $f$ . Stałe współczynniki  $\beta_1$  i  $\beta_2$  są wzmocnieniami obserwatora, dobieganymi tak, aby uzyskać pożądane właściwości dynamiczne. W tym miejscu warto wspomnieć, że w literaturze na ogół spotyka się podejście, w którym obserwator sprowadzany jest do układu inercyjnego  $n$ -tego rzędu [13] (co w opisywanym przypadku ma miejsce gdy  $\xi_d = 1$ ), autorzy niniejszej pracy zdecydowali się na bardziej ogólną metodę, chcąc uzyskać więcej stopni swobody w doborze nastaw.

$$(5) \quad \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{b}_0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} e_0$$

Przenosząc te rozważania na konkretny przypadek opisywanego w niniejszym artykule układu napędowego, w którym sterowaniu podlega prędkość  $\omega_1$  i gdzie wymuszenie  $T_1$  oddziałuje na masę  $J_1$ , do sformułowania równań ESO przytoczone zostanie pierwsze z równań ze wzoru (1), co w efekcie da wzór (6), który po obustronnym podzieleniu przez  $J_1$  prowadzi do zależności (7), w której  $T_{D1}$  oznacza całkowity moment zakłócający, będący w opisywanym przypadku momentem skrętnym. W rozważanym układzie napędowym za generację momentu  $T_1$  odpowiada silnik elektryczny wraz z pętlą regulacji prądu oraz przekształtnikiem energoelektronicznym. Wejściem do takiego układu jest prąd zadany silnika  $i_{qREF}$ , wobec czego między momentem wymuszającym  $T_1$  a wartością zadaną  $i_{qREF}$  występuje ograniczona dynamika, którą można zamodelować obiektem inercyjnym 1 rzędu o pulsacji granicznej  $\omega_E$  [4]. Dla rozważanej klasy układów elektromechanicznych, jakimi jest układ dwumasowy napędzany silnikiem elektrycznym, pulsacja  $\omega_E$  wielokrotnie przewyższa częstotliwość rezonansową części mechanicznej, dlatego też na ogół nie stanowi przeszkody w swobodnym kształtowaniu dynamiki. Autorzy metody ADRC założyli, że uogólnione zakłócenie  $f$  może zawierać w sobie zarówno wpływ oddziaływań zewnętrznych, jak również niezamodelowaną (nieznaną) dynamikę obiektu. Z tego też powodu na potrzeby pracy przyjęto, że ewentualne błędy wynikające z nie wzięcia pod uwagę właściwości dynamicznych pętli regulacji prądu, zostaną uwzględnione w uogólnionym zakłóceniu  $f$ .

$$(6) \quad J_1 \dot{\omega}_1 = T_1 + \overbrace{(-T_T)}^{T_{D1}} = T_1 + T_{D1}$$

$$(7) \quad \dot{\omega}_1 = \frac{k_T}{J_1} i_{qREF} + \overbrace{\frac{1}{J_1} T_{D1}}^f$$

Przyjmując wektor stanu  $\underline{x} = [\omega_1, f]^T$ , zmienną wyjściową  $y = \omega_1$ , zmienną wejściową  $u = i_{qREF}$  oraz sygnał uogólnionego zakłócenia  $f = \frac{T_{D1}}{J_1}$ , otrzymano opis (8).

$$(8) \quad \begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{k_T}{J_1} \\ 0 \end{bmatrix} i_{qREF} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_1} \end{bmatrix} \dot{T}_{D1}$$

Stosując procedurę opisaną dla przypadku ogólnego otrzymano (9)  $z_2 \rightarrow f$ ,  $z_1 \rightarrow \omega_1$ , korekta odbywa się na podstawie  $e_0 = \omega_1 - z_1$ .

$$(9) \quad \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{k}_T \\ 0 \end{bmatrix} i_{qREF} + \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} e_0$$

Stosując podstawienia  $\hat{b}_0 = \frac{\hat{k}_T}{J_1}$  oraz  $e_0 = \omega_1 - z_1$  i dokonując przegrupowania wyrażen w (9), uzyskano ostatecznie (10), gdzie:

$$(10) \quad \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta_1 & 1 \\ -\beta_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{b}_0 \\ 0 \end{bmatrix} i_{qREF} + \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \omega_1$$

Dla równania (10) można utworzyć wielomian charakterystyczny  $M(s) = s^2 + \beta_1 s + \beta_2$ , którego współczynniki określono poprzez porównanie go do standardowego wielomianu II rzędu  $M_d(s) = s^2 + 2\xi_d \omega_d s + \omega_d^2$ , uzyskując:

$$(11) \quad \begin{cases} \beta_1 = 2\xi_d \omega_d \\ \beta_2 = \omega_d^2 \end{cases}$$

przy czym  $\omega_d$  oraz  $\xi_d$  są pożądanym pasem przenoszenia oraz współczynnikiem tłumienia.

Ponieważ układ regulacji posiada dwie pętle sprzężenia zwrotnego (pierwsza, zamykana przez blok REJECTOR, druga przez CONTROLLER), w celu zachowania lepszej przejrzystości, dalsze przekształcenia przeprowadzono w dziedzinie operatorowej  $s$ . Równanie opisujące działanie bloku odsprzęgania (REJECTOR) określone jest wzorem (12), gdzie  $C_{OUT}(s)$  to sygnał wyjścia z regulatora.

$$(12) \quad I_{qREF}(s) = \frac{C_{OUT}(s) - Z_2(s)}{\hat{b}_0}$$

Pamiętając, że  $Z_2(s) \rightarrow F(s)$  (gdzie  $F(s)$  oznacza transformatę Laplace'a ze zmiennej  $f$ ) oraz mając na uwadze zależności (6) i (7), można zauważyć że w omawianym układzie zmienna  $Z_2(s)$  otwarcza moment skrętny  $Z_2(s) \rightarrow T_T(s)$ . Chcąc uzyskać jawną postać zależności między momentem skrętnym  $T_T(s)$  a zmienną  $Z_2(s)$ , wykonano następujące przekształcenia: równania dynamiki obserwatora (10) uzupełniono o wzmacnienia wynikające z metody lokowania biegunów (11). W dalszej kolejności dokonano transformaty Laplace'a nad układem równań (10) przez co uzyskano (13) (dla uproszczenia zapisu pominięto zmienną zespoloną  $s$ , zatem  $Z_1(s) = Z_1$ ,  $Z_2(s) = Z_2$  oraz  $\Omega_1(s) = \Omega_1$ ).

$$(13) \quad \begin{cases} sZ_1 = -2\xi_d \omega_d Z_1 + Z_2 + \hat{b}_0 I_{qREF} + 2\xi_d \omega_d \Omega_1 \\ sZ_2 = -\omega_d^2 Z_1 + \omega_d^2 \Omega_1 \end{cases}$$

Kontynuując przekształcenia w celu wyznaczenia  $\frac{Z_2}{T_T}$ , układ równań (13) uzupełniono o równanie (12), przyjmując, że  $C_{OUT}(s) = 0$ , wzięto również pod uwagę równanie dynamiki ruchu masy  $J_1$ , wynikające ze wzoru (6) nad którym dokonano przekształcenia Laplace'a. Uzyskano następujący układ równań (14), który po rozwiązaniu ze względu na  $\frac{Z_2}{T_T}$  daje zależność opisaną wzorem (15)

$$(14) \quad \begin{cases} sZ_1 = -2\xi_d \omega_d Z_1 + Z_2 + \hat{b}_0 I_{qREF} + 2\xi_d \omega_d \Omega_1 \\ sZ_2 = -\omega_d^2 Z_1 + \omega_d^2 \Omega_1 \\ s\Omega_1 = b_0 I_{qREF} - \frac{T_T}{J_1} \\ I_{qREF} = -\frac{Z_2}{\hat{b}_0} \end{cases}$$

$$(15) \quad Z_2 = -\frac{\omega_d^2}{J_1 (s^2 + 2\xi_d \omega_d s + \omega_d^2)} T_T$$

Znając zależność między estymowanym zakłóceniem  $Z_2$  a momentem skrętnym, można przystąpić do uwzględnienia właściwości dynamicznych obiektu, dokonano zatem transformaty Laplace'a nad równaniami (2) przy założeniu, że  $B = 0$ . Wzięto też pod uwagę wzór (12) opisujący REJECTOR i uwzględniono że:  $\Theta_1 = \frac{1}{s} \Omega_1$  oraz  $\Theta_2 = \frac{1}{s} \Omega_2$ , co łącznie prowadzi do układu równań (16)

$$(16) \quad \begin{cases} s\Omega_1 = b_0 I_{qREF} + \frac{1}{J_1} (-T_T) \\ I_{qREF} = \frac{C_{OUT} - Z_2}{\hat{b}_0} \\ Z_2 = -\frac{\omega_d^2}{J_1 (s^2 + 2\xi_d \omega_d s + \omega_d^2)} T_T \\ T_T = \frac{k}{s} (\Omega_1 - \Omega_2) \end{cases}$$

Eliminując z niego  $T_T$ ,  $Z_2$  oraz  $T_1$ , otrzymano (17)

$$(17) \quad s\Omega_1 = C_{OUT} - \frac{k}{s} \frac{s(s + 2\xi_d \omega_d)}{J_1 (s^2 + 2\xi_d \omega_d s + \omega_d^2)} (\Omega_1 - \Omega_2)$$

W dalszej kolejności wyeliminowano prędkość po stronie obciążenia  $\Omega_2$  korzystając z zależności (18) [9], którą podstawiono do (17), dzięki czemu otrzymano (19)

$$(18) \quad \Omega_2 = \frac{k}{J_2 s^2 + k} \Omega_1 = \frac{k}{J_2} \frac{1}{s^2 + \omega_a^2} \Omega_1 = \frac{\omega_a^2}{s^2 + \omega_a^2} \Omega_1$$

$$(19) \quad s\Omega_1 = C_{OUT} - \Omega_1 \frac{s(s + 2\xi_d \omega_d)}{J_1 (s^2 + 2\xi_d \omega_d s + \omega_d^2)} \frac{J_2 k s}{J_2 s^2 + k}$$

Między prędkością  $\Omega_1$  a wyjściem regulatora  $C_{OUT}$  występuje zależność całkowa, wobec czego zastosowano regulator typu  $P$ :  $C_{OUT} = k_P (\Omega_{REF} - \Omega_1)$ , co po podstawieniu do (19) dało związek między prędkością regulowaną  $\Omega_1$  a prędkością zadaną (20)

$$(20) \quad \frac{\Omega_1}{\Omega_{REF}} = k_P \frac{(s^2 + \omega_a^2) (s^2 + 2\xi_d \omega_d s + \omega_d^2)}{s^5 + A_4 s^4 + A_3 s^3 + A_2 s^2 + A_1 s + A_0}$$

Korzystając ze wzoru (18) wyznaczono transmitancję między prędkością  $\Omega_2$  a prędkością zadaną - równanie (21)

$$(21) \quad \frac{\Omega_2}{\Omega_{REF}} = k_P \omega_a^2 \frac{s^2 + 2\xi_d \omega_d s + \omega_d^2}{s^5 + A_4 s^4 + A_3 s^3 + A_2 s^2 + A_1 s + A_0}$$

gdzie wyrażenia oznaczone  $A_4, \dots, A_0$  dane są zależnościami:

$$(22) \quad \begin{cases} A_4 = k_P + 2\xi_d \omega_d \\ A_3 = \omega_r^2 + \omega_d^2 + 2\xi_d \omega_d k_P \\ A_2 = (\omega_a^2 + \omega_d^2) k_P + 2\xi_d \omega_d \omega_r^2 \\ A_1 = \omega_a^2 \omega_d^2 + 2\xi_d \omega_d \omega_a^2 k_P \\ A_0 = \omega_a^2 \omega_d^2 k_P \end{cases}$$

Powyższe zależności: (20), (21), (22) pokazują, że właściwości dynamiczne zamkniętej pętli regulacji prędkości  $\frac{\Omega_1}{\Omega_{REF}}$  zależą w sposób złożony od parametrów obserwatora oraz regulatora, wobec czego ich intuicyjny dobór jest zadaniem nietrywialnym, szczególnie jeśli projektant chce pogodzić dwa na ogół sprzeczne ze sobą cele: szybką odpowiedź na sygnał zadany oraz skuteczne tłumienie wibracji w układzie zamkniętym. Warto odnotować fakt, że transmitancje  $\frac{\Omega_1}{\Omega_{REF}}$  oraz  $\frac{\Omega_2}{\Omega_{REF}}$  różnią się jedynie liczbą zer. Dla  $\frac{\Omega_1}{\Omega_{REF}}$  występują dwie pary - jedna związana z pulsacją antyrezonansową i zerowym tłumieniem na którą projektant nie ma wpływu, druga wynikająca z parametrów obserwatora - na którą z kolei projektant ma już wpływ. W przypadku  $\frac{\Omega_2}{\Omega_{REF}}$  występuje jedna para zer związana tylko i wyłącznie z parametrami obserwatora.

### Metoda doboru nastaw zamkniętej pętli regulacji prędkości

Proces doboru nastaw będzie odbywać się w obrębie wszystkich dostępnych dla projektanta parametrów, tj. wzmacnienia regulatora  $k_P$ , pasma przenoszenia obserwatora  $\omega_d$  oraz współczynnika tłumienia  $\xi_d$ . Dostępne 3 parametry podlegające zmianom wprowadzają określone ograniczenia w kształtowaniu rozkładu biegunów transmitancji 5. stopnia, wobec czego często spotykana w literaturze metoda lokowania biegunów nie daje w omawianym przypadku pełnej swobody. Podstawowym zagadnieniem z jakim należy zmierzyć się projektując układ regulacji dla obiektu dwumasowego jest skuteczne tłumienie wibracji tak po stronie silnika jak i obciążenia. Opracowany algorytm doboru nastaw pozwala znaleźć takie wartości  $k_P$ ,  $\omega_d$  oraz  $\xi_d$  aby w danych warunkach osiągnąć kompromis między szybkością reakcji układu regulacji na zmianę wartości zadanej a poziomem wibracji (oscylacji). Kompromis ten określono poprzez określenie akceptowalnych przedziałów wartości współczynnika tłumienia biegunów transmitancji układu zamkniętego  $\frac{\Omega_1}{\Omega_{REF}}$ . Główna idea algorytmu zasada się na umiejscowieniu wiodącego bieguna transmitancji (czyli tego o najniższej  $\omega$ )  $p_{DOM}$  w określonej relacji do pozostałych biegunów. Układ 5-rzędowy musi posiadać przynajmniej jeden biegun rzeczywisty ( $\xi = 1$ ), założono więc, że najniższa pulsacja związana z takim biegunem (lub też biegunami, jeśli przy danym zestawie parametrów obiektu ich więcej):  $\omega_{DOM}$  powinna pozostawać w relacji z najniższą pulsacją  $\omega_{cMIN}$  związaną z biegunami zespolonymi wg wzoru (23) gdzie  $\lambda \in (0, \infty)$  jest parametrem podlegającym doborowi. Zmiana  $\lambda$  ma następujący wpływ na względne położenie biegunów:

- $\lambda < 1$  oznacza, że biegun dominujący (o najniższej  $\omega$  spośród biegunów rzeczywistych) ma mieć pulsację niższą od najniższej pulsacji związanej z biegunami zespolonymi. Skutkować to będzie odpowiedzią, która powinna wykazywać istotne tłumienie,
- $\lambda \geq 1$  oznacza, że biegun dominujący charakteryzować się będzie pulsacją nie niższą od najmniejszej wśród biegunów zespolonych, w konsekwencji można się spodziewać wystąpienia oscylacji.

Nadmienić warto, że zbyt mocne ograniczenie wartości  $\lambda$  poniżej 1 może spowodować, że algorytm nie zwróci ani jednego zestawu wzmacnień. W tej sytuacji należy ponownie uruchomić algorytm przy zwiększonej wartości współczynnika  $\lambda$ . Na potrzeby niniejszego artykułu przyjęto wartość  $\lambda = 1$ .

$$(23) \quad \omega_{DOM} < \lambda \omega_{cMIN}$$

W toku wstępnej analizy działania algorytmu okazało się, że warunek (23) nie chroni przed pojawieniem się słabo tłumionych oscylacji o wysokiej częstotliwości, dlatego też dodano kolejny warunek, określający minimalny współczynnik tłumienia dla biegunów zespolonych  $\xi_{pMIN}$ . Na potrzeby badań założono  $\xi_{pMIN} = 0,5$ . Algorytm przyjmuje następujące dane wejściowe:

1. mianownik transmitancji operatorowej, dla której przeprowadzany będzie dobór parametrów,
2. parametry obiektu:  $J_1, \omega_T, \omega_a$ ,
3. ograniczenia układu regulacji i/lub sprzętu na którym algorytm ma być docelowo zaimplementowany: w konsekwencji czego narzucone zostają zakresy  $k_{Pmax}$ ,  $\omega_{dMAX}$  oraz  $\xi_d$ ,
4. minimalny współczynnik tłumienia dla biegunów zespolonych  $\xi_{pMIN}$ .

Ponieważ  $k_P$  oraz  $\omega_d$  wyrażone są w  $\left(\frac{rad}{s}\right)$  i mają sens odpowiednio pasma regulatora oraz obserwatora, współczynniki te powinny być istotnie niższe od częstotliwości granicznej pętli regulacji momentu. W trakcie wstępnych badań stwierdzono, że jeśli pulsacje te spełniają warunek  $k_P < k_{Pmax} = 0,25\omega_E$  oraz  $\omega_d < \omega_{dMAX} = 0,25\omega_E$ , to można przyjąć że wpływ pętli regulacji momentu (o pulsacji granicznej  $\omega_E$ ) jest nieistotny.

Procedura poszukiwania parametrów wygląda zatem następująco:

1. wygenerować wektory  $k_P$ ,  $\omega_d$  oraz  $\xi_d$ , z dostatecznie małym krokiem; sugeruje się aby był on mniejszy od 0,1 zakresu. Należy też wziąć pod uwagę wspomniane ograniczenia techniczne docelowego układu regulacji tak, aby częstotliwości graniczne pętli regulacji prędkości nie przekraczały częstotliwości granicznej pętli podrzędnej (regulacji momentu). Z tego też względu przyjęto, że zarówno  $k_P$  jak i  $\omega_d$  będą ograniczone do wartości  $5\omega_a$ .
2. określić wartość współczynnika  $\lambda$ ; sugeruje się aby znajdował się on w przedziale  $(0,5; 2)$ ,
3. określić wartość współczynnika  $\xi_{pMIN}$ , sugerowana wartość to 0,5,
4. dla wszystkich możliwych kombinacji parametrów z przygotowanego w punkcie 1 zestawu  $k_P$ ,  $\xi_d$ ,  $\omega_d$  obliczyć bieguny transmitancji (20),
5. dla danej kombinacji parametrów wyznaczyć bieguny, a następnie te, które spełniają założenia:

- współczynnik tłumienia dla wszystkich biegunów spełnia założenie  $\xi > \xi_{pMIN}$ ,
- $\omega_{DOM} < \lambda \omega_{cMIN}$
- $k_P < \omega_d$

umieścić w zbiorze potencjalnych rozwiązań,

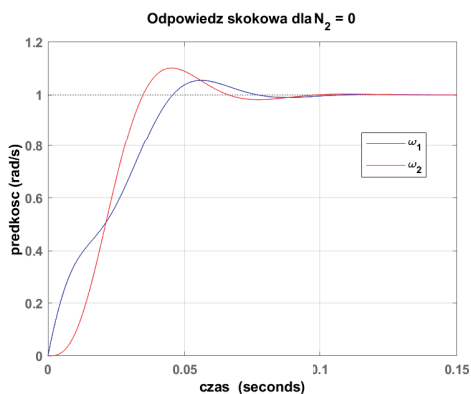
6. uzyskany w ten sposób zbiór rozwiązań posortować ze względu na  $k_P$  i wybrać zestaw dla którego  $k_P$  jest największe.

Parametry dobrane zgodnie z powyższym algorytmem przekazano do uproszczonego modelu transmitancyjnego, zbudowanego w środowisku Matlab/Silmlink. Parametry modelu odpowiadają parametrom stanowiska laboratoryjnego, na którym dokonano ostatecznej weryfikacji, stąd też dobór nastaw ograniczono do parametrów możliwych do uzyskania na docelowym stanowisku. Doboru nastaw dokonano dla różnych wartości momentu bezwładności obciążenia  $J_2$  (poprzez zmianę liczby dysków po stronie obciążenia  $N_2$ ). Analizowane wartości współczynnika  $R = \frac{J_2}{J_1}$ ,  $k_P$  oraz  $\omega_d$  odniesiono do pulsacji antyrezonansowej i zestawiono w tabeli 1.

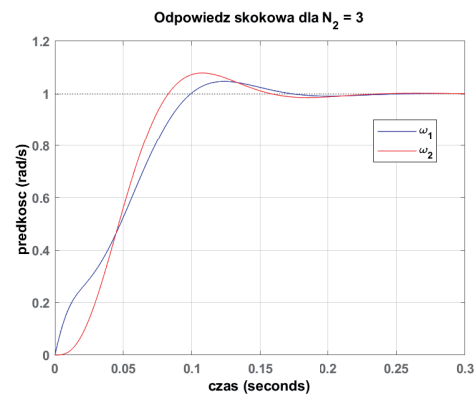
Tablica 1: Wartości parametrów układu regulacji znormalizowane do pulsacji antyrezonansowej.

$N_2$	$R$	$\xi_d$	$\omega_d/\omega_a$	$k_P/\omega_a$
0	0,84	0,8	2,02	0,46
1	1,55	0,9	3,62	0,4
2	2,26	0,9	4,84	0,4
3	2,96	0,7	4,46	0,38
4	3,67	0,6	4,7	0,32
5	4,37	0,7	4,84	0,24
6	5,08	0,7	4,72	0,18

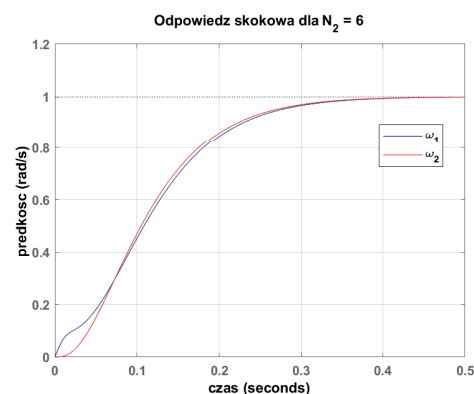
Z analizy parametrów zawartych w tabeli 1 wynika, że wraz ze zwiększaniem się momentu bezwładności relacja  $\omega_d/\omega_a$  rośnie, osiągając wartość bliską 5 (równą przyjętemu ograniczeniu) dla  $N_2 = 2$  i pozostając relatywnie blisko tej wartości aż do końca badanego zakresu. Stosunek  $k_P/\omega_a$  maleje monotonicznie osiągając 0,18 dla  $N_2 = 6$ . Ocenę właściwości dynamicznych zaprezentowano na przykładzie odpowiedzi skokowych zamkniętego układu regulacji dla wybranych wartości stosunku momentów bezwładności  $R$ . Przebiegi te zamieszczono na rysunkach 4, 5 oraz 6. Ich analiza wskazuje, że dla większych wartości  $R$  algorytm ma tendencję do doboru nastaw zapewniających łagodniejszy przebieg stanów dynamicznych. Jest to cecha pożądana przynajmniej z dwóch powodów: po pierwsze zabezpiecza przed pojawieniem się oscylacji w odpowiedzi, po drugie natomiast organiczna forsowanie momentu elektromagnetycznego  $T_1$ , dzięki czemu układ regulacji nie powinien pracować długo w stanie ograniczenia wyjścia. Szczegółowa analiza tabeli 2, w której zamieszczono 2% czasy ustalania się odpowiedzi  $t_u$  oraz wartości przeregulowania  $\delta$  dla obu prędkości, pokazuje, że przeregulowanie maleje wraz ze wzrostem  $R$ , osiągając wartość 0 dla  $N_2 = 5$  oraz  $N_2 = 6$ .



Rys. 4: Odpowiedzi skokowe dla minimalnej wartości  $R = 0,84$  - brak dodatkowych krążków:  $N_2 = 0$



Rys. 5: Odpowiedzi skokowe dla  $R = 2,96$  - liczba dodatkowych krążków:  $N_2 = 3$



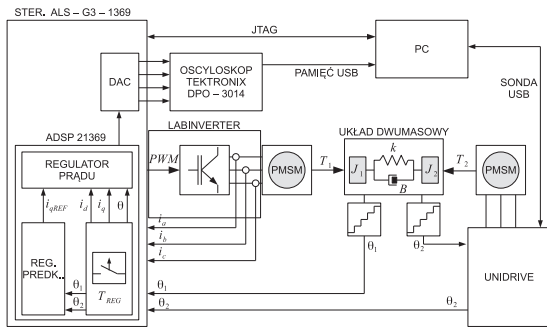
Rys. 6: Odpowiedzi skokowe dla  $R = 5,08$  - liczba dodatkowych krążków:  $N_2 = 6$

Tablica 2: Zestawienie podstawowych parametrów odpowiedzi skokowej

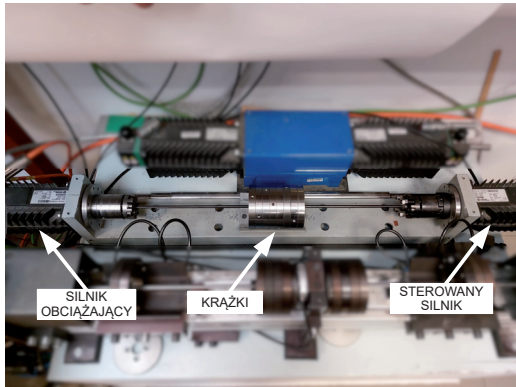
$N_2$	$R$	$\delta_{\omega_1}$ (%)	$t_{uw1}$ (ms)	$\delta_{\omega_2}$ (%)	$t_{uw2}$ (ms)
0	0,84	5,5	69	10	62
1	1,55	3,3	97	6,2	90
2	2,26	4,5	126	7,9	117
3	2,96	4,7	154	7,9	145
4	3,67	0,9	125	2,2	141
5	4,37	0,0	206	0,0	195
6	5,08	0,0	331	0,0	324

### Stanowisko laboratoryjne

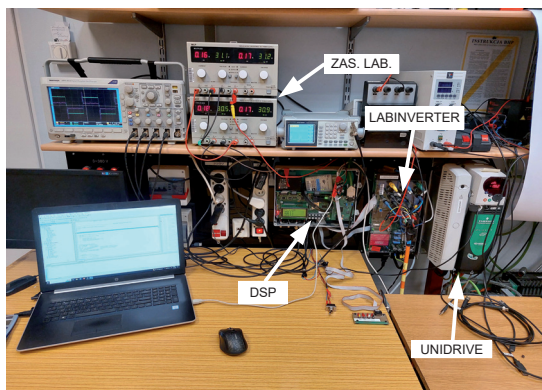
Schemat blokowy stanowiska przedstawiono na rysunku 7. Częścią zasadniczą jest badany układ dwumasowy napędzany silnikiem PMSM za pomocą przekształtnika laboratoryjnego LABINVERTER. Moduł przekształtnika składa się z mostka 3 - fazowego, izolowanych galwanicznie czujników prądu oraz napięcia i zasilaczy pomocniczych. Algorytm sterowania zaimplementowano w procesorze sygnałowym firmy Analog Devices z serii SHARC: ADSP21369. Częstotliwość pracy pętli regulacji prądu oraz prędkości jak również częstotliwość odczytu parametrów analogowych i cyfrowych oraz częstotliwość sygnału PWM dlaysterowania przekształtnika energoelektronicznego wynosi  $f_P = 10$  kHz. Pozostałe kluczowe parametry stanowiska zestawiono w tabeli 3.



Rys. 7: Schemat blokowy stanowiska laboratoryjnego.



Rys. 8: Fotografia przedstawiająca część mechaniczną stanowiska laboratoryjnego.



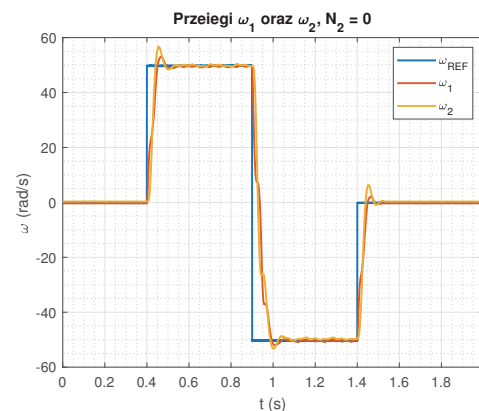
Rys. 9: Fotografia przedstawiająca część kontrolną stanowiska laboratoryjnego.

Tablica 3: Zestawienie wybranych parametrów modelu stanowiska laboratoryjnego

L.p.	Parametr	Opis	Wartość
1	$J_1$	Mom. bezwł. siln.	1,4 mkgm <sup>2</sup>
2	$J_2$	Mom. bezwł. obc.	1,2 mkgm <sup>2</sup>
3	$J_{2MAX}$	Maks. mom. bezwł. obc.	7,1 mkgm <sup>2</sup>
4	$J_k$	Mom. bezwł. krążka	0,98 mkgm <sup>2</sup>
5	$k_T$	Stała momentowa siln.	0,88 Nm/A
6	$k$	Wsp. spr. wałka	15 Nm/rad
7	$B_\omega$	Wsp. tarcia wisk.	6,7 mNm/s/rad
8	$T_C$	Wsp. tarcia kulomb.	0,12 Nm
9	$B$	Wsp. tł. wewn. wałka	1 mNm/s/rad
10	$N_1$	L. krążków po str. siln.	0
11	$N_2$	L. krążków po str. obc.	[0, 1, 2, ..., 6]

## Weryfikacja eksperymentalna

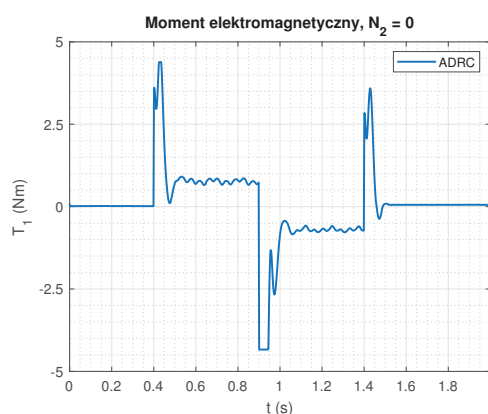
Na opisanym stanowisku laboratoryjnym dokonano eksperymentalnej weryfikacji uzyskanych rezultatów. W artykule przedstawiono jedynie przypadek odpowiedzi układu regulacji dla najmniejszego  $N_2 = 0$  oraz największego  $N_2 = 6$  możliwego momentu bezwładności możliwego do uzyskania w dostępnym laboratorium. Chcąc zweryfikować skuteczność zaproponowanej metody, zdecydowano się na wywołanie stanów dynamicznych w obiekcie poprzez cykl skokowych zmian prędkości zadanej w zakresie  $\pm 50$  rad/s. Wybrana wartość wynika z ograniczeń technicznych stanowiska (maksymalny prąd w osi  $q$  równy 5 A, co daje ograniczenie momentu na poziomie  $T_{1MAX} = k_T i_{qMAX} = 0,88 \cdot 5 = 4,4$  Nm). Dalsze zwiększanie wartości zadanej powodowałoby coraz dłuższą pracę układu regulacji w ograniczeniu, w konsekwencji obszar liniowej pracy pętli sprzężenia zwrotnego zostałby poważnie ograniczony. W trakcie eksperymentu rejestrowano: prędkość zadaną  $\omega_{REF}$ , prędkość po stronie silnika  $\omega_1$ , prędkość po stronie obciążenia  $\omega_2$  oraz prąd w osi  $q$ , który został następnie przeliczony na moment elektromagnetyczny zgodnie ze wzorem  $T_1 = k_T i_q$ . Wyniki eksperymentów zamieszczono na rysunkach 10 - 13. Uwagę zwraca dobra zgodność eksperymentu z rozważaniami teoretycznymi, tak dla wielkości przeregulowania jak i czasu regulacji. Świadczy to o właściwej identyfikacji parametrów stanowiska, prawidłowym zamodelowaniu obiektu (w tym spełnieniu założeń upraszczających) i właściwym zaimplementowaniu algorytmu regulacji w procesorze sygnałowym. Przechodząc do szczegółowej analizy: dla najmniejszego momentu bezwładności ( $N_2 = 0$ ) obserwować można odpowiedź prędkości z niewielkim przeregulowaniem po stronie silnika i obciążenia, przy  $N_2 = 6$  przeregulowanie nie jest widoczne. Od strony wymuszenia natomiast, przy  $N_2 = 0$  układ regulacji przez krótki czas pracuje w zakresie ograniczenia, szczególnie w chwili dokonywania nawrotu (patrz rysunek 11), z kolei przy  $N_2 = 6$ , praca jest daleka od ograniczenia, co daje pole do wykonania korekty nastaw w postaci zwiększenia wartości wzmacnienia regulatora  $k_P$  w celu uzyskania szybszej odpowiedzi.



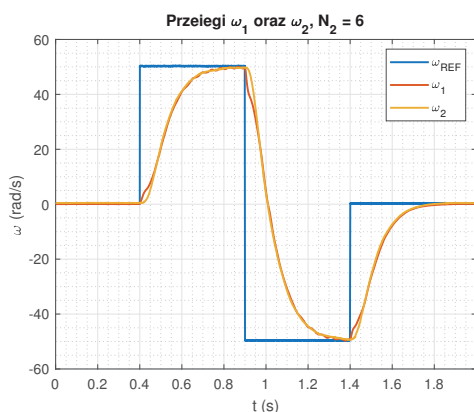
Rys. 10: Przebiegi odpowiedzi prędkości po stronie silnika oraz obciążenia na przyjęty cykl zmian prędkości zadanej dla minimalnej możliwej do osiągnięcia na stanowisku laboratoryjnym wartości R

## Podsumowanie i wnioski

Przedstawiona w artykule metoda doboru nastaw układu regulacji opartego o strukturę ADRC okazała się w praktyce skuteczna. Wyznaczone zgodnie z opisaną procedurą parametry obserwatora  $\omega_d$ ,  $\xi_d$  i regulatora  $k_P$  poz-



Rys. 11: Przebieg momentu elektromagnetycznego w trakcie procesu regulacji prędkości dla minimalnej możliwej do osiągnięcia na stanowisku laboratoryjnym wartości R



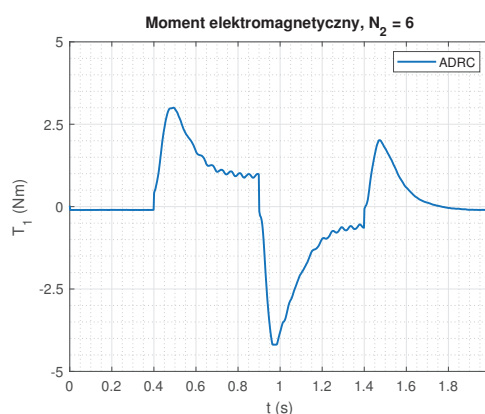
Rys. 12: Przebiegi odpowiedzi prędkości po stronie silnika oraz obciążenia na przyjęty cykl zmian prędkości zadanej dla maksymalnej możliwej do osiągnięcia na stanowisku laboratoryjnym wartości R

woliły osiągnąć odpowiedzi charakteryzujące się zadowalającymi parametrami dynamicznymi w szerokim zakresie zmian parametrów obiektu, z tendencją do ich łagodzenia dla większych momentów bezwładności. Warty podkreślenia jest fakt uzyskania dobrej zgodności między uproszczoną analizą teoretyczną a eksperymentem, co dowodzi prawdziwości przyjętych założeń upraszczających rozważania.

**Autorzy:** dr inż. Bartłomiej Wicher, dr hab. inż. Stefan Brock, prof. PP, Instytut Robotyki i Inteligencji Maszynowej, Wydział Automatyki, Robotyki i Elektrotechniki, Politechnika Poznańska, ul. Piotrowo 3A, 60-965 Poznań, Polska, email: [bartlomiej.wicher, stefan.brock]@put.poznan.pl

#### LITERATURA

- [1] S. Brock, J. Deskur, D. Janiszewski, and R. Muszyński, "Active damping of torsional vibrations in servodrives," 2014.
- [2] S. Brock and D. Luczak, "Speed control in direct drive with non-stiff load," in *2011 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, (Gdansk, Poland), pp. 1937–1942, IEEE, June 2011.
- [3] R. Muszynski and J. Deskur, "Damping of Torsional Vibrations in High-Dynamic Industrial Drives," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, pp. 544–552, Feb. 2010.
- [4] K. Szabat and T. Orłowska-Kowalska, "Vibration Suppression in a Two-Mass Drive System Using PI Speed Controller and Additional Feedbacks—Comparative Study," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 54, pp. 1193–1206, Apr. 2007.
- [5] D. Janiszewski, "Extended Kalman Filter Based Speed Sensorless PMSM Control with Load Reconstruction," in *IECON 2006 - 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*, (Paris, France), pp. 1465–1468, IEEE, Nov. 2006. ISSN: 1553-572X.



Rys. 13: Przebieg momentu elektromagnetycznego w trakcie procesu regulacji prędkości dla maksymalnej możliwej do osiągnięcia na stanowisku laboratoryjnym wartości R

- [6] Y. Huang, J. Zou, M. Wang, Y. Xu, and J. Zou, "Active Disturbances Rejection Controller for Position Servo Control of PMSM," in *2019 22nd International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, (Harbin, China), pp. 1–4, IEEE, Aug. 2019.
- [7] Shen Zhao and Zhiqiang Gao, "An active disturbance rejection based approach to vibration suppression in two-inertia systems," in *Proceedings of the 2010 American Control Conference*, (Baltimore, MD), pp. 1520–1525, IEEE, June 2010.
- [8] B. Wicher and K. Nowopolski, "Model of ADRC speed control system for complex mechanical object with backlash," in *2017 22nd International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, (Miedzyzdroje, Poland), pp. 379–383, IEEE, Aug. 2017.
- [9] D. Luczak, "Mathematical model of multi-mass electric drive system with flexible connection," in *2014 19th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, (Miedzyzdroje), pp. 590–595, IEEE, Sept. 2014.
- [10] J. Han, "From PID to Active Disturbance Rejection Control," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, pp. 900–906, Mar. 2009.
- [11] Zhiqiang Gao, Yi Huang, and Jingqing Han, "An alternative paradigm for control system design," in *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 01CH37228)*, vol. 5, (Orlando, FL, USA), pp. 4578–4585, IEEE, 2001.
- [12] Zhiqiang Gao, "Active disturbance rejection control: a paradigm shift in feedback control system design," in *2006 American Control Conference*, (Minneapolis, MN, USA), p. 7 pp., IEEE, 2006.
- [13] Zhiqiang Gao, "Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning," in *Proceedings of the 2003 American Control Conference, 2003.*, vol. 6, (Denver, CO, USA), pp. 4989–4996, IEEE, 2003.