

Synteza i badania algorytmów sterowania ślizgowego modelu drona czterowirnikowego

Streszczenie. Artykuł zawiera przykład realizacji symulacyjnej algorytmów sterowania ślizgowego dla przypadku problemu regulacji położenia kątownego drona czterowirnikowego. Zaproponowany został model matematyczny drona, który następnie zaimplementowano w środowisku symulacyjnym. Przedstawiono sposób projektowania regulatorów ślizgowych korzystając z metody Lyapunowa celem przeprowadzenia dowodu stabilności układu. Artykuł zakończony został analizą porównawczą wyników symulacyjnych układów regulacji klasycznych z regulatorami opartymi o sterowanie ślizgowe.

Abstract. The article contains an example of a simulation implementation of sliding mode control algorithms for the problem of adjusting the angular position of a quadrotor. A mathematical model of the drone was proposed, which was then implemented in a simulation environment. The method of designing sliding mode controllers using the Lyapunov method in order to prove stability was presented. The article ends with a comparative analysis of simulation test results of classical control systems and controllers based on sliding mode control. (**Synthesis and research of the quadrotor sliding mode control algorithms**).

Słowa kluczowe: sterowanie ślizgowe, dron czterowirnikowy, badania symulacyjne, modelowanie.

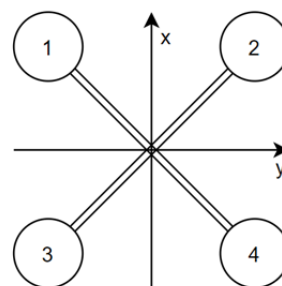
Keywords: sliding mode control, quadcopter, simulation tests, modeling.

Wstęp

Czterowirnikowy statek powietrzny należy do kategorii bezzałogowych statków powietrznych (z ang. Unmanned Aerial Vehicle, UAV), zwanych popularnie dronami [1]. Rosnąca popularność tych urządzeń w zastosowaniach profesjonalnych przyczyniła się do intensywnego rozwoju technologicznego. Stale poszerzane są wymagania dotyczące jakości pracy dronów, a szczególnie te dotyczące zwiększenia ich odporności na zakłócenia spowodowane zmianami kierunku wiatru, silnymi podmuchami wywołanymi eksplozjami oraz kontaktem z przeszkodami. Jednym z obiecujących kierunków rozwoju technik sterowania dronami jest zastosowanie metod regulacji ślizgowej (SMC - Sliding Mode Control), dających zdecydowanie lepsze efekty od metod klasycznych, które bazują na regulatorach PID [2][5][6][13][16][23][24]. Niniejsza praca zakłada stworzenie modelu matematycznego drona czterowirnikowego, który jest obiektem dość skomplikowanym oraz silnie nieliniowym oraz przeprowadzenie badań symulacyjnych, umożliwiających syntezę odpowiednich układów sterowania. W ramach prowadzonych prac zaprojektowano dwa rodzaje układów regulacji (liniowej oraz nieliniowej) pozycjonowania drona tak, aby możliwe było zbadanie ich działania we wspomnianym środowisku symulacyjnym. Badania działania wybranych metod sterowania pozwoliły na uzyskanie informacji o jakości regulacji, wpływie zakłóceń na działanie układu oraz wpływie częściowej nieznanności parametrów układu lub ich pewnej niedokładności. Najważniejszym aspektem tej pracy jest analiza porównawcza metod regulacji klasycznej z metodami regulacji ślizgowej.

Model drona czterowirnikowego

Dron czterowirnikowy jest obiektem o złożonej dynamice, charakteryzującym się silną nieliniowością, której wpływ ujawnia się szczególnie wraz ze wzrostem prędkości ruchu drona [2][3][4][5][6][7][8][9][10]. Projektowanie układów regulacji drona czterowirnikowego powinno uwzględniać, że jest to obiekt o sześciu stopniach swobody (z ang. *Degrees Of Freedom, DOF*), które stanowią się przez trzy osie ruchu liniowego oraz trzy kąty Eulera. Obiekt posiada cztery wielkości sterujące, które są kolejnymi siłami nośnymi poszczególnych wirników [2][3][4][5][7][10][11][12][13].



Rys. 1. Struktura typu „X” drona czterowirnikowego z opisanymi osiami.

Rys. 1 reprezentuje strukturę drona czterowirnikowego typu „X” z przyjętą numeracją wirników. Na omawianej grafice przedstawiono także przyjęte ułożenie układu współrzędnych oraz kierunki osi X i Y. Każdy z czterech wirników jest w stanie generować siłę nośną skierowaną zgodnie z osią Z [14]:

$$(1) \quad \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \end{bmatrix},$$

gdzie: $- F_1, F_2, F_3, F_4$ – siły nośne generowane przez kolejne silniki drona.

Możliwe jest więc generowanie siły nośnej wyłącznie skierowanej zgodnie z osią Z układu lokalnego drona [4][7][9][11][13][15]. Dron nie jest w żaden sposób w stanie wygenerować sił w osiach X oraz Y układu lokalnego, dlatego ruch liniowy w tych osiach realizowany jest poprzez uzyskanie odpowiedniej orientacji. Biorąc to pod uwagę po przekształceniu z układu lokalnego do globalnego otrzymuje się:

$$(2) \quad \begin{bmatrix} F_{xx} \\ F_{zy} \\ F_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_z(\cos\theta\cos\varphi + \sin\alpha\sin\varphi) \\ F_z(\cos\theta\sin\varphi - \sin\alpha\cos\varphi) \\ F_z(\cos\theta) \end{bmatrix},$$

gdzie: $- F_{xx}, F_{zy}, F_{zz}$ – rzuty siły nośnej działającej w osi Z układu lokalnego na poszczególne osie układu globalnego, $- \alpha, \theta, \varphi$ – trzy położenia kątowne Eulera: roll, pitch oraz yaw, $- s, c$ – skrócony zapis funkcji trygonometrycznych: sinus oraz cosinus.

Opis zależności siły nośnej i trzech momentów obrotowych od poszczególnych prędkości obrotowych wirników:

$$(2) \quad \begin{cases} F_z = \sum_{i=1}^4 F_i = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ \tau_\alpha = bl(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \\ \tau_\theta = bl(\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2) \\ \tau_\varphi = d(\omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2), \end{cases}$$

gdzie: - $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ – prędkości obrotowe odpowiednich silników, - d – współczynnik oporu momentu obrotowego względem osi Z, - l – długość ramienia, - $\tau_\alpha, \tau_\theta, \tau_\varphi$ – poszczególne momenty obrotowe, - b - współczynnik siły nośnej drona, który określa stosunek prędkości obrotowej silnika do generowanej przez niego siły określony wzorem $b = \frac{F_i}{\omega_i^2}$,

Zależność poszczególnych momentów obrotowych od odpowiadających im przyspieszeń kątowych może zostać opisana poniższym układem równań [4][5][16]:

$$(4) \quad \begin{cases} \ddot{\alpha} = \frac{\tau_\alpha + \dot{\theta}\dot{\varphi}(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \\ \ddot{\theta} = \frac{\tau_\theta + \dot{\alpha}\dot{\varphi}(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} \\ \ddot{\varphi} = \frac{\tau_\varphi + \dot{\alpha}\dot{\theta}(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}}, \end{cases}$$

gdzie: - $\ddot{\alpha}, \ddot{\theta}, \ddot{\varphi}$ – poszczególne przyspieszenia kątowe, - $\dot{\alpha}, \dot{\theta}, \dot{\varphi}$ – poszczególne prędkości kątowe, - I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} – momenty bezwładności wokół poszczególnych osi.

W podobnej formie możliwe jest zapisanie zależności poszczególnych przyspieszeń liniowych od wypadkowej siły nośnej [4][6][16]:

$$(5) \quad \begin{cases} \ddot{x} = \frac{F_z}{m} \cdot (s\alpha s\varphi + c\alpha s\theta c\varphi) - T_x \\ \ddot{y} = \frac{F_z}{m} \cdot (c\alpha s\theta s\varphi - s\alpha c\theta) - T_y \\ \ddot{z} = \frac{F_z}{m} \cdot c\alpha c\theta - g - T_z, \end{cases}$$

gdzie: - $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$ – poszczególne przyspieszenia liniowe, - m – masa drona, - g – przyspieszenie ziemskie normalne, - T_x, T_y, T_z – opory dynamiczne ruchu w poszczególnych osiach.

Opory dynamiczne natomiast są zależne od odpowiednich prędkości kątowych, a określone zostały za pomocą równań:

$$(6) \quad \begin{cases} T_x = k_{Tx}\dot{x}, \\ T_y = k_{Ty}\dot{y}, \\ T_z = k_{Tz}\dot{z}, \end{cases}$$

gdzie: - $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ – prędkości liniowe w poszczególnych osiach, - k_{Tx}, k_{Ty}, k_{Tz} – współczynniki oporu dynamicznego w poszczególnych osiach.

Maksymalne momenty obrotowe mogą zostać wyznaczone za pomocą wzorów:

$$(7) \quad \tau_{m_{roll,pitch}} = 2bl\omega_m^2,$$

$$(8) \quad \tau_{m_{yaw}} = 2d\omega_m^2,$$

gdzie: - $\tau_{m_{roll,pitch}}$ – maksymalny moment obrotowy względem osi Y oraz X, - $\tau_{m_{yaw}}$ – maksymalny moment obrotowy względem osi Z.

Najważniejszymi wielkościami, które mają wpływ na dynamikę drona są: masa drona, poszczególne momenty bezwładności wokół odpowiednich osi układu odniesienia względem ramy drona oraz siły nośne generowane przez cztery silniki. W tabeli 1 zaprezentowano wartości przyjętych parametrów modelu drona z uwzględnieniem nazw symbolicznych.

Tabela 1. Spis przyjętych parametrów drona czterowirnikowego.

Parametr	Symbol	Wartość
Masa ramy	-	0,27 kg
Masa silnika BLDC	m_s	0,07 kg
Masa sterownika silnika	-	0,028 kg
Masa akumulatora	-	0,196 kg
Masa mikrokontrolera	-	0,078 kg
Masa jednostki IMU	-	0,022 kg
Masa modułu GPS	-	0,02 kg
Przyjęta masa całego drona	m	1 kg
Masa w centrum drona	m_c	0,518 kg
Masa ramienia drona	m_p	0,045 kg
Promień kuli w centrum drona	r_c	0,05 m
Promień kuli reprezentującej rozłożenie masy silnika	r_s	0,03 m
Długość ramienia ramy	l	0,175 m
Kąt pomiędzy ramieniem a osią X oraz Y	γ	45°
Moment bezwładności względem osi X	I_{xx}	0,02276 kg · m ²
Moment bezwładności względem osi Y	I_{yy}	0,02276 kg · m ²
Moment bezwładności względem osi Z	I_{zz}	0,03132 kg · m ²
Maksymalna siła nośna generowana przez silniki	F_M	47,088 N
Maksymalna prędkość obrotowa	ω_m	13098 obr/min
Współczynnik siły nośnej	b	6,8618 · 10 ⁻⁸
Współczynnik oporu momentu obrotowego osi Z	d	2 · 10 ⁻⁹

Układ sterowania

Dron czterowirnikowy jest obiektem o sześciu stopniach swobody. Możliwe jest określenie jego orientacji za pomocą trzech kątów Eulera: roll, pitch oraz yaw (przechylenie, nachylenie oraz odchylenie), a także jego położenia w przestrzeni na osiach X, Y oraz Z. Układ sterowania będzie generował cztery wielkości tj. prędkość każdego z silników. Układ więc posiada więcej stopni swobody niż wielkości sterowanych. Podczas modelowania matematycznego drona czterowirnikowego wykorzystane zostały dwa układy odniesienia. Pierwszym z nich jest układ współrzędnych zorientowany względem ziemi, natomiast drugi jest układem współrzędnych zorientowanym względem samego drona. Konwersja z jednego układu do drugiego możliwa jest poprzez zastosowanie odpowiednich macierzy rotacji. Uwzględnienie obu z tych układów pozwala na uzyskanie informacji o położeniach liniowych oraz kątowych względem ziemi oraz o wymaganych przemieszczeniach względem samego drona w celu uzyskania wartości zadanych. Celem regulacji jest osiągnięcie zadanych wartości położeń kątowych drona i jego wysokości. Zdefiniowano następujące uchyby regulacji trzech położeń kątowych oraz jednego liniowego:

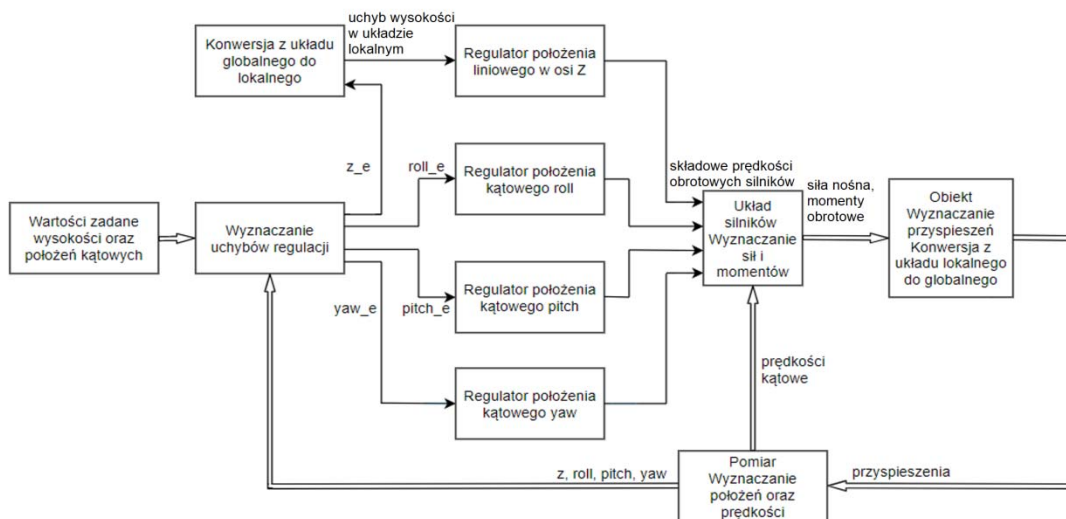
$$(9) \quad \alpha_e = \alpha_d - \alpha,$$

$$(10) \quad \theta_e = \theta_d - \theta,$$

$$(11) \quad \varphi_e = \varphi_d - \varphi,$$

$$(12) \quad z_e = z_d - z.$$

gdzie: - $\alpha_e, \theta_e, \varphi_e$ – uchyby regulacji położeń kątowych, - z_e – uchyb regulacji wysokości, - $\alpha_d, \theta_d, \varphi_d$ – wartości zadane położeń kątowych, - z_d – wartość zadana wysokości drona, - z – wysokość drona.



Rys. 2. Schemat struktury układu regulacji położeń kątowych.

Implementacja klasycznego układu regulacji drona czterowirnikowego

W przeprowadzonych badaniach zastosowany został układ regulacji położeń kątowych [18]. Układ ten składa się z czterech regulatorów, a każdy z nich odpowiedzialny jest za regulowanie jednym z czterech położeń: trzech kątowych oraz wysokości.

Uproszczony schemat układu regulacji położeń kątowych został zaprezentowany na Rys. 2. Konwersja z układu globalnego do lokalnego dotyczy wyłącznie uchybu położenia liniowego w osi Z.

Wykorzystane jako rozwiązanie klasyczne regulatory PID są jednymi z najbardziej popularnych i szeroko znanych metod regulacji ze względu na nieskomplikowaną strukturę oraz łatwość implementacji [17][18]. W modelu wykorzystano wbudowane elementy realizujące ciągłe regulatory PID. Układ regulacji złożony z regulatorów PID bez odpowiedniego strojenia może okazać się zawodny w przypadku silnie nieliniowego obiektu sterowania, szczególnie przy obecności zakłóceń [4].

Parametry części proporcjonalnej, całkującej oraz różniczkującej, zostały dobrane przy wykorzystaniu metody empirycznej, czyli strojenia ręcznego [4][12]. Dla zaimplementowanych w środowisku symulacyjnym regulatorów PID przyjęty został okres próbkowania T_s równy 0,0005 sekundy. W Tab. 2 zaprezentowane zostały poszczególne nastawy odpowiednich regulatorów klasycznych.

Tabela 2. Zastosowane parametry regulatorów.

Regulator	Parametr	Wartość
PID – położenie kątowe roll	k_P	0,0003
	k_I	0,00015
	k_D	0,0001
PID – położenie kątowe pitch	k_P	0,0003
	k_I	0,00015
	k_D	0,0001
PID – położenie kątowe yaw	k_P	0,0003
	k_I	0,00015
	k_D	0,0001
PID – położenie liniowe Z	k_P	0,007
	k_I	0,005
	k_D	0,003

Synteza regulatorów ślizgowych dla modelu drona czterowirnikowego

Metoda sterowania ślizgowego jest sterowaniem o zmiennej strukturze (z ang. *Variable Structure Control*, VSC) [19] lub inaczej: układem o zmiennej strukturze (z

ang. *Variable Structure System*, VSS) [20]. Oznacza to, że postać układu zmienia się pomiędzy poszczególnymi strukturami regulacji [21]. Sprowadza się to do wykorzystania różnych sprzężeń zwrotnych, które działają po przeciwnych stronach pewnej hiperpłaszczyzny przełączeń w przestrzeni stanu [19]. Możliwe jest więc zaprojektowanie takiego systemu sterowania, dzięki któremu punkt pracy obiektu (określany wartościami wektorów zmiennych stanu) po osiągnięciu współrzędnych, do których należy pewna hiperpłaszczyzna, pozostaje na niej i porusza się po niej ruchem ślizgowym [19]. W przypadku, gdy punkt ten porusza się wyłącznie po pewnej hiperpłaszczyźnie jego ruch nazywa się idealnym ruchem ślizgowym [19]. Postać hiperpłaszczyzny zależy od rzędu obiektu, przykładowo dla obiektu drugiego rzędu będzie to prosta przełączająca, natomiast dla obiektu rzędu trzeciego – płaszczyzna, tzn. dla obiektu o rzędzie n rząd hiperpłaszczyzny wynoszący będzie $n - 1$ [19][22]. Proces regulacji omawianą metodą składa się z dwóch etapów [19][22]:

- faza dochodzenia, w czasie której punkt reprezentujący stan obiektu porusza się od współrzędnych początkowych do pewnej hiperpłaszczyzny, a obiekt podatny jest na zakłócenia oraz na wpływ niedoskonałości modelu,
- faza ślizgowa, w której to omawiany punkt porusza się po hiperpłaszczyźnie, usiłując zredukować uchyb regulacji do zera, a obiekt staje się niewrażliwy na zakłócenia. Osiągnięcie tej fazy oznacza, że dynamika obiektu jest opisywana wyłącznie przez parametry tej hiperpłaszczyzny, a rząd obiektu jest obniżony.

Główną zaletą regulacji ślizgowej jest jej wysoka niewrażliwość na wszelkiego rodzaju zakłócenia oraz na wpływ niedokładności modelu sterowanego obiektu [19][22]. Potwierdzone to zostało także w przypadku układu regulacji obiektem drona czterowirnikowego [2][5][6][13][16][23][24]. Regulatory SMC mogą być z powodzeniem stosowane w przypadku obiektów nieliniowych, w przypadku których istnieją niepewności znajomości pełnej dynamiki [19]. W przypadku obiektu będącego dronem czterowirnikowym, którego cechuje silna nieliniowość, wykorzystanie regulatorów nieliniowych powinno zwiększyć stabilność układu oraz ograniczyć wpływ zakłóceń i niedoskonałości modelu [2]. Zrealizowane zostały regulatory ślizgowe położeń kątowych oraz położenia liniowego w osi Z. Z powodu zastosowania tych samych zasad projektowania regulacji ślizgowej dla każdego z położeń kątowych

zastosowany został zapis wektorowy tak, aby opisać jednocześnie wszystkie prawa sterowania. Zaproponowano wektor zmiennych ślizgowych s z wykorzystaniem uchybów regulacji dla każdego z położeń kątowych [5][8][24][25][27], który ma postać:

$$(13) \quad s = (\dot{\eta}_d - \dot{\eta}) + \Lambda(\eta_d - \eta),$$

gdzie: - η_d - wektor zadanych położeń kątowych - $[\alpha_d \theta_d \varphi_d]$, - η - wektor położeń kątowych - $[\alpha \theta \varphi]$.

Część równoważną prawa sterowania określić można po przyrównaniu pochodnej zmiennej ślizgowej do zera [5][13][22][28] (dla sterowania nieciągłego równego zero):

$$(14) \quad \dot{s} = (\dot{\eta}_d - \ddot{\eta}) + \Lambda(\dot{\eta}_d - \dot{\eta}).$$

Jeżeli zaproponowana zostanie odpowiednia macierz M , która zawiera odpowiednie elementy z układu równań 4:

$$(15) \quad M = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \dot{\varphi} (I_{yy} - I_{zz}) \\ \dot{\alpha} \dot{\varphi} (I_{zz} - I_{xx}) \\ \dot{\alpha} \dot{\theta} (I_{xx} - I_{yy}) \end{bmatrix},$$

gdzie: - M - macierz zaproponowana do uproszczenia wyznaczenia wektora sterowania równoważnego, to równanie 14 przekształcić można będzie do postaci następującej [5]:

$$(16) \quad \dot{s} = -I^{-1}[M + u_{eq}] + \dot{\eta}_d + \Lambda \dot{e},$$

zatem po przyrównaniu pochodnej wektora zmiennych ślizgowych do zera otrzymuje się postać sterowania równoważnego:

$$(17) \quad u_{eq} = I(\dot{\eta}_d + \Lambda \dot{e}) + M.$$

Następnie przyjęto postać sterowania nieciągłego [5]:

$$(18) \quad u_D = a \operatorname{sgn}(s),$$

gdzie: - a - wektor wzmacnień sygnałów sterujących - $[a_\alpha a_\theta a_\varphi]$.

Aby układ regulacji był w stanie redukować uchyb do zera konieczne jest spełnienie warunku, aby iloczyn zmiennej ślizgowej oraz jej pochodnej był mniejszy od zera. Zbadanie stabilności układu drona z regulacją ślizgową może odbyć się z wykorzystaniem odpowiedniej funkcji Lapunowa [5][8][10][13][14][21][30]. Ważnym aspektem jest również to, aby wzmacnienie sterowania nieciągłego było większe od maksymalnego możliwego wzmacnienia zakłóceń [8][22][24]. W celu zbadania stabilności układu zaproponowana została następująca funkcja Lapunowa [8][14]:

$$(19) \quad V = \frac{1}{2} s^T s,$$

gdzie: V - funkcja Lapunowa.

Otrzymano postać pochodnej systemowej tej funkcji Lapunowa:

$$(20) \quad \dot{V} = s^T \dot{s} = s^T (-I^{-1}[M + u] + \dot{\eta}_d + \Lambda \dot{e}).$$

Potraktowano sygnał sterujący u jako równy sygnałowi u_{eq} , czego rezultatem jest następująca zależność:

$$(21) \quad \dot{V} = s^T \dot{s} = 0.$$

Jeżeli natomiast sygnał sterujący stanowić będzie sumę sterowania równoważnego oraz nieciągłego, to pochodna przyjmie postać:

$$(22) \quad \dot{V} = s^T \dot{s} = -\frac{s^T a \operatorname{sgn}(s)}{I}.$$

Z równania 22 wynika zatem, że dla dodatnich wektorów wzmacnień sterowania nieciągłego wartość pochodnej systemowej funkcji Lapunowa jest mniejsza od zera:

$$(23) \quad \dot{V} = s^T \dot{s} < 0,$$

Układ jest więc stabilny asymptotycznie, a uchyb powinien dążyć do zera. Analogicznie do praw sterowań połozeniami kątowymi, zaproponowana została regulacja ślizgowa dla położenia liniowego w osi Z. Przyjęto zmienną ślizgową w postaci:

$$(24) \quad s_z = \dot{e}_z + \lambda_z z_e,$$

gdzie: - s_z - zmienna ślizgowa dla regulacji wysokości drona, - λ_z - współczynnik kierunkowy prostej przełączenia dla regulacji wysokością, - z_e - uchyb regulacji położenia liniowego w osi Z.

Następnie wyznaczona została pochodna tej zmiennej ślizgowej:

$$(25) \quad \dot{s}_z = (\ddot{z}_d - \ddot{z}) + \lambda_z \dot{z}_e,$$

Zaproponowane prawo sterowania przyjmuje następującą postać:

$$(26) \quad u_z = u_{zeq} + u_{zD},$$

gdzie: - u_z - sygnał sterujący regulatora położenia liniowego w osi Z, - u_{zeq} - sygnał części równoważnej sterowania,

- u_{zD} - sygnał części nieciągłej sterowania.

Przyrównując pochodną zmiennej ślizgowej oraz wartość sterowania nieciągłego do zera otrzymano postać sterowania równoważnego:

$$(27) \quad u_{zeq} = \frac{m}{\cos(\alpha) \cos(\theta)} (g + \ddot{z}_d + \lambda_z \dot{z}_e).$$

Przyjęto postać sterowania nieciągłego, podobnie jak w przypadku dla pozycjonowania położeń kątowych:

$$(28) \quad u_{zD} = a_z \operatorname{sgn}(s_z),$$

gdzie: a_z - dodatnie wzmacnienie.

W celu przebadania stabilności układu ponownie zastosowano zaproponowaną postać funkcji Lapunowa:

$$(29) \quad V_z = \frac{1}{2} s_z^2,$$

gdzie: V_z - funkcja Lapunowa.

Wyznaczona została pochodna systemowa tej funkcji Lapunowa:

$$(30) \quad \dot{V}_z = s_z \dot{s}_z = s_z ((\ddot{z}_d - \ddot{z}) + \lambda_z \dot{z}_e).$$

Dla przypadku, kiedy $u_z = u_{zeq}$ otrzymano następującą zależność:

$$(31) \quad \dot{V}_z = s_z \dot{s}_z = 0.$$

Natomiast dla przypadku z równania 28 otrzymano:

$$(32) \quad \dot{V}_z = s_z \dot{s}_z = -\frac{\cos(\alpha) \cos(\theta) s_z a_z \operatorname{sgn}(s_z)}{m}.$$

Jeżeli więc $a_z > 0$ oraz położenia kątowe roll i pitch mieszczą się w zakresie $(-\pi; \pi)$, to:

$$(33) \quad \dot{V}_z = s_z \dot{s}_z < 0.$$

Z równania 32 wynika, że układ jest asymptotycznie stabilny. W przypadku osiągnięcia przez jeden z kątów roll lub pitch wartości równej $-\pi$ lub π ta pochodna byłaby równa zero, więc układ nie byłby stabilny asymptotycznie. Na podstawie zaprezentowanych w tym podrozdziale równań (13 - 33) zaimplementowano w środowisku symulacyjnym model układu regulacji położeń kątowych oparty o regulatory SMC. W tabeli oznaczonej numerem 3 pokazano przyjęte parametry układu regulacji ślizgowej.

Tabela 3. Zastosowane parametry poszczególnych regulatorów ślizgowych.

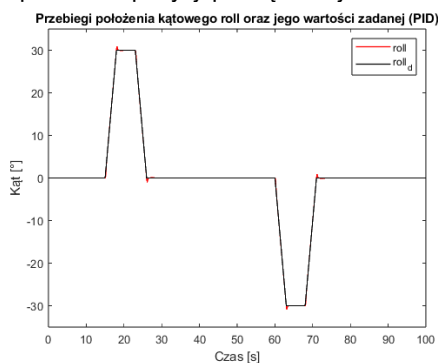
Regulator	Parametr	Wartość
SMC – położenie kątowe roll	λ_α	4
	a_α	2
SMC – położenie kątowe pitch	λ_β	4
	a_β	2
SMC – położenie kątowe yaw	λ_φ	4,5
	a_φ	2
SMC – położenie liniowe Z	λ_z	4
	a_z	2

Badania symulacyjne zaimplementowanych układów regulacji.

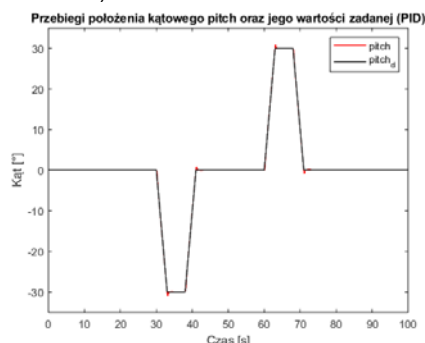
Przeprowadzone zostały dwa rodzaje testów, z których pierwszy nie uwzględniał obecności zakłóceń, natomiast w drugim były one obecne. Dla obu wymienionych rodzajów wykonano testy zarówno dla przypadku wykorzystania regulatorów PID, jak i algorytmów regulacji ślizgowej.

Naturalnym zakłóceniem zewnętrznym działającym na obiekt drona czterowirnikowego w warunkach *outdoor* jest wiatr, którego modelowanie często odnosi się do pracy turbin wiatrowych [31]. W niniejszej pracy zaproponowano uproszczony model zakłócenia, które wyrażane jest w niutonometrach i wpływa bezpośrednio na momenty obrotowe [5]. Analogicznie do klasycznej metody regulacji również dla układu opartego o SMC zebrane zostały dane symulacyjne i wygenerowane odpowiednie przebiegi. Dodatkowe zakłócenie stanowi opóźnienie pętli pomiarowej sygnałów położenia kątowych drona, które wynosi 0,001 sekundy.

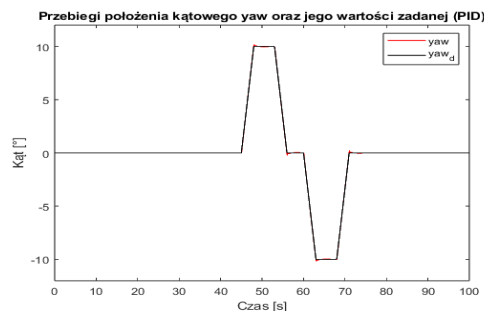
Pierwszym etapem każdego z przeprowadzonych testów było zadanie dodatniej wartości położenia liniowego drona. Następnie zmieniano wartości zadanych położenia kątowych wykorzystując odpowiednie sygnały. Docelowym rezultatem była sytuacja, w której dron zmienia swoje jedno położenie kątowe, a następnie wraca do pozycji początkowej. Proces ten powinien powtórzyć się po kolei dla każdego kąta. Ostatni etap testów obejmował zmianę wszystkich trzech położenia kątowych jednocześnie, a następnie powrót do pozycji początkowej.



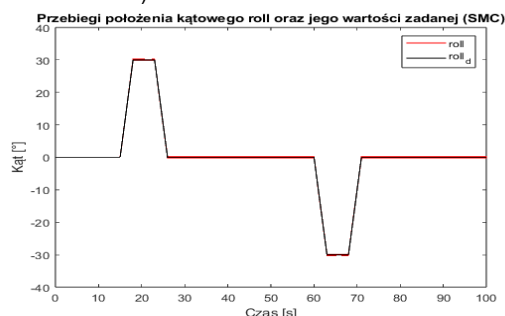
Rys. 3. Przebiegi położenia kąтового roll oraz wartości zadanej (PID – brak zakłóceń).



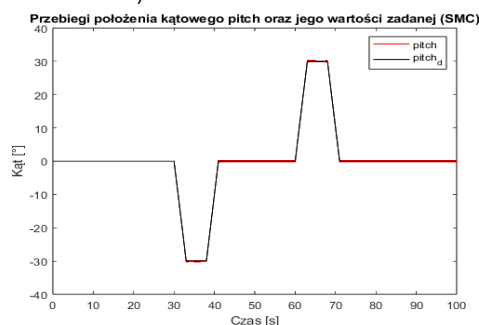
Rys. 4. Przebiegi położenia kąтового pitch oraz wartości zadanej (PID – brak zakłóceń).



Rys. 5. Przebiegi położenia kąowego yaw oraz wartości zadanej (PID – brak zakłóceń).



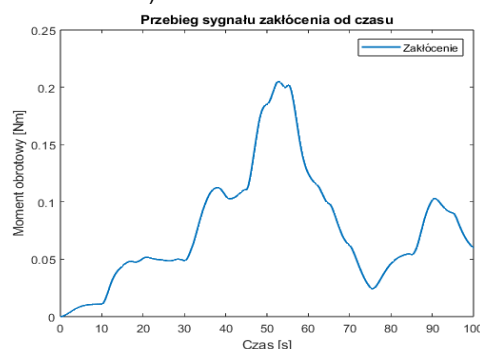
Rys. 6. Przebiegi położenia kąowego roll oraz wartości zadanej (SMC – brak zakłóceń).



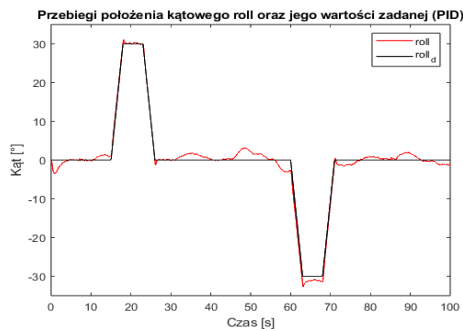
Rys. 7. Przebiegi położenia kąowego pitch oraz wartości zadanej (SMC – brak zakłóceń).



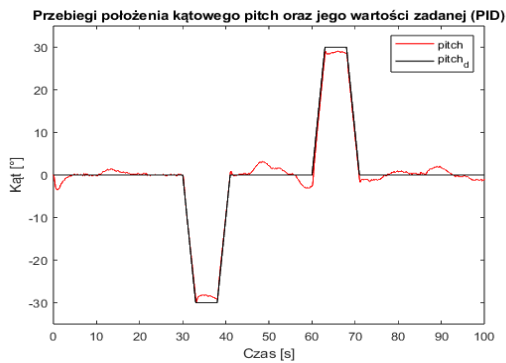
Rys. 8. Przebiegi położenia kąowego yaw oraz wartości zadanej (SMC – brak zakłóceń).



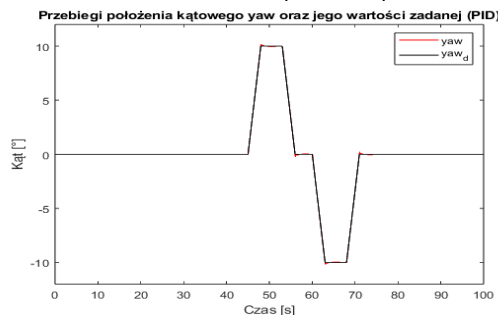
Rys. 9. Przebieg zamodelowanego sygnału zakłócenia zewnętrznego.



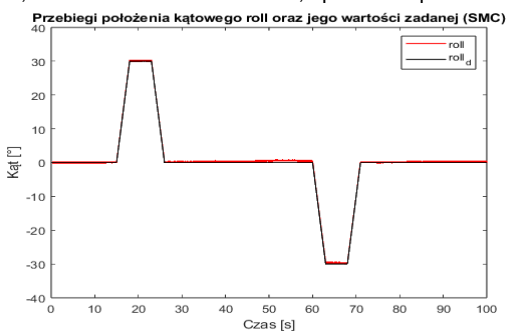
Rys. 10. Przebiegi położenia kąowego roll oraz wartości zadanej (PID, wzmocnienie zakłócenia – 1, opóźnienie pomiaru – 0,001 s).



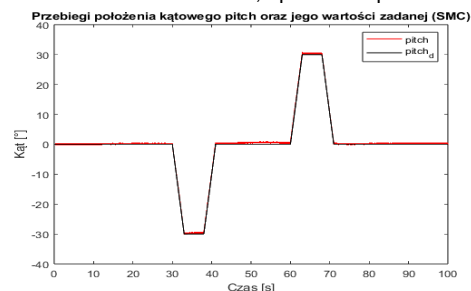
Rys. 11. Przebiegi położenia kąowego pitch oraz wartości zadanej (PID, wzmocnienie zakłócenia – 1, opóźnienie pomiaru – 0,001 s).



Rys. 12. Przebiegi położenia kąowego yaw oraz wartości zadanej (PID, wzmocnienie zakłócenia – 1, opóźnienie pomiaru – 0,001 s).



Rys. 13. Przebiegi położenia kąowego roll oraz wartości zadanej (SMC, wzmocnienie zakłócenia – 1, opóźnienie pomiaru – 0,001 s).



Rys. 14. Przebiegi położenia kąowego pitch oraz wartości zadanej (SMC, wzmocnienie zakłócenia – 1, opóźnienie pomiaru – 0,001 s).



Rys. 15. Przebiegi położenia kąowego yaw oraz wartości zadanej (SMC, wzmocnienie zakłócenia – 1, opóźnienie pomiaru – 0,001 s).

Na Rys. 9 zaprezentowano przebieg zaproponowanego sygnału zakłócenia zewnętrznego. Rezultaty symulacji dla przypadku obu regulatorów położenia kąowych widoczne są na Rys. 3-8 oraz Rys. 10-15, na których zaprezentowano sygnały położenia kąowych oraz sygnały zadane.

Analiza porównawcza rezultatów symulacji układów regulacji klasycznej oraz ślizgowej

Wybranymi wskaźnikami jakości regulacji, za pomocą których zbadane zostało działanie poszczególnych regulatorów, są: całka uchybu kwadratowego (z ang. *Integral of Squared Error, ISE*) oraz całka z wartości bezwzględnej uchybu (z ang. *Integral of Absolute Error, IAE*):

$$(34) \quad I_{ISE} = \int_0^{\infty} e_p^2(t) dt,$$

$$(35) \quad I_{IAE} = \int_0^{\infty} |e_p(t)| dt,$$

gdzie: - I_{ISE} – całka uchybu kwadratowego, - I_{IAE} – całka z wartości bezwzględnej uchybu, - $e_p(t)$ – uchyb regulacji.

Tabela 4. Zestawienie otrzymanych wartości wskaźników jakości dla każdego przypadku testowego.

Typy i parametry regulatorów		Idealny układ	Zakłócenie (100% wzmocnienia)	Zakłócenie (150% wzmocnienia)
PID	Roll ISE	0,000147570	0,021800000	0,041800000
	Roll IAE	0,028700000	0,761900000	1,046600000
	Pitch ISE	0,000147570	0,021600000	0,041600000
	Pitch IAE	0,028700000	0,750700000	1,035100000
	Yaw ISE	0,000003943	0,000479500	0,000478460
	Yaw IAE	0,004800000	0,139600000	0,139500000
SMC	Roll ISE	0,000012444	0,002200000	0,003900000
	Roll IAE	0,021100000	0,280500000	0,370600000
	Pitch ISE	0,000006852	0,002200000	0,004000000
	Pitch IAE	0,012000000	0,279900000	0,372500000
	Yaw ISE	0,000000089	0,000690170	0,000686050
	Yaw IAE	0,00086577	0,160800000	0,160200000

W tabeli 4 zestawione zostały uzyskane wartości wskaźników jakości regulacji dla obu regulatorów. Widoczne jest, że regulatory ślizgowe pozwalają na polepszenie jakości procesu sterowania i zapewniają większą odporność na obecne zakłócenia. Zwiększanie wzmocnienia sygnału zakłócenia ma znaczny wpływ na pracę regulatora PID. W przypadku regulatorów ślizgowych wzrost tego wzmocnienia ma dużo mniejszy wpływ na jakość regulacji.

Podsumowanie

Zaprezentowana metoda syntezy regulatorów ślizgowych jako układu sterowania dronem czterowirnikowym uzyskuje lepsze wyniki niż regulatory klasyczne. Jest ona oparta w dużej mierze na dynamice modelu, stąd konieczne jest oszacowanie parametrów

modelu z odpowiednią dokładnością. Przedstawione wyniki potwierdzają także, że regulatory SMC w lepszy sposób niwelują negatywny wpływ zakłóceń zewnętrznych oraz opóźnień w torze pomiarowym. Zalety tej metody sterowania uwidaczniają się mocniej w przypadku obiektów silnie nieliniowych, do których zaliczyć można omawiane drony. Mimo że klasyczne algorytmy sterowania dronów czterowirnikowych pozwalają osiągnąć oczekiwane rezultaty, warto rozwijać nowe, postępowe metody regulacji, szczególnie w zakresie dziedziny sterowania ślizgowego.

Autorzy: mgr inż. Albert Sawiński, Politechnika Łódzka, Instytut Automatyki, 90-924 Łódź, ul. B. Stefanowskiego 18/22, E-mail: albert.sawinski@dokt.p.lodz.pl; dr inż. Piotr Chudzik, Politechnika Łódzka, Instytut Automatyki, 90-924 Łódź, ul. B. Stefanowskiego 18/22, E-mail: piotr.chudzik@p.lodz.pl; dr inż. Karol Tatar, Politechnika Łódzka, Instytut Automatyki, 90-924 Łódź, ul. B. Stefanowskiego 18/22, E-mail: karol.tatar@dokt.p.lodz.pl.

LITERATURA

- [1] Hoffmann G. M., Huang H., Waslander S. L., Tomlin C. J., Quadrotor Helicopter Flight Dynamics and Control: Theory and Experiment, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, str. 1 – 4, Hilton Head, Karolina Południowa, 2007.
- [2] Almakhlles D. J., Robust Backstepping Sliding Mode Control for a Quadrotor Trajectory Tracking Application, IEEE Access, vol. 8, str. 5515 – 5524, 2019.
- [3] Argentim L. M., Rezende W. C., Santos, P. E., Aguiar R. A., PID, LQR and LQR-PID on a Quadcopter Platform, 2013 International Conference of Informatics, Electronics and Vision (ICIEV), str. 1 – 2, Dhaka, Bangladesz, 2013.
- [4] Bao N., Ran X., Wu Z., Xue Y., Wang K., Research on attitude controller of quadcopter based on cascade PID control algorithm, 2017 IEEE 2nd Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference (ITNEC), str. 1493 – 1496, Chengdu, Chiny, 2017.
- [5] Hoang V. T., Phung M. D., Ha Q. P., Adaptive Twisting Sliding Mode Control for Quadrotor Unmanned Aerial Vehicles, 2017 11th Asian Control Conference (ASCC), str. 671 – 674, Gold Coast, QLD, Australia, 2017.
- [6] Labbadi M., Cherkaoui M., Adaptive Fractional-Order Nonsingular Fast Terminal Sliding Mode-Based Robust Tracking Control of Quadrotor UAV With Gaussian Random Disturbances and Uncertainties, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, str. 1 – 3, 5, 2021.
- [7] Mustapa Z., Saat S., Husin S. H., Zaid T., Quadcopter Physical Parameter Identification and Altitude System Analysis, 2014 IEEE Symposium on Industrial Electronics & Applications (ISIEA), str. 130, Kota Kinabalu, Malezja, 2014.
- [8] Nemati H., Montazeri A., Output Feedback Sliding Mode Control of Quadcopter Using IMU Navigation, 2019 IEEE International Conference on Mechatronics (ICM), str. 634 – 636, Ilmenau, Niemcy, 2019.
- [9] Sadigh R. S. M., Optimizing PID Controller Coefficients Using Fractional Order Based on Intelligent Optimization Algorithms for Quadcopter, 2018 6th RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM), str. 146 – 147, Teheran, Iran, 2018.
- [10] Thanh H. L. N. N., Hong S. K., Quadcopter Robust Adaptive Second Order Sliding Mode Control Based on PID Sliding Surface, IEEE Access, vol. 6, str. 66850 – 66854, 2018.
- [11] Paing H. S., Schagin A. V., Win K. S., Linn Y. H., New Designing Approaches for Quadcopter Using 2D Model Modelling a Cascaded PID Controller, 2020 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus), str. 2370 – 2372, Sankt Petersburg oraz Moskwa, Rosja, 2020.
- [12] Pratama B., Muis A., Subiantoro A., Quadcopter Trajectory Tracking and Attitude Control Based on Euler Angle Limitation, 2018 6th International Conference on Control Engineering & Information Technology (CEIT), str. 1 – 3, Stambuł, Turcja, 2018.
- [13] Yih C., Flight Control of a Tilt-Rotor Quadcopter via Sliding Mode, 2016 International Automatic Control Conference (IACS), str. 65, 67, Taizhong, Tajwan, 2016.
- [14] Castillo-Zamora J. J., Camarillo-Gomez K. A., Perez-Soto G. I., Rodriguez-Resendiz J., Comparison of PD, PID and Sliding-Mode Position Controllers for V-tail Quadcopter Stability, IEEE Access, vol. 6, str. 38092 – 38093, 2018.
- [15] Prakosa J. A., Samokvalov D. V., Ponce G. R. V., Al-Mahturi F. S., Speed Control of Brushless DC Motor for Quad Copter Drone Ground Test, 2019 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus), str. 644 – 645, Sankt Petersburg oraz Moskwa, Rosja, 2019.
- [16] Cheng X., Liu Z., Robust Tracking Control of A Quadcopter Via Terminal Sliding Mode Control Based on Finite-time Disturbance Observer, 2019 14th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA), str. 1217 – 1218, Xi'an, Chiny, 2019.
- [17] Bari S., Hamdani S. S. Z., Khan H. U., Rehman M. U., Khan H., Artificial Neural Network Based Self-Tuned PID Controller for Flight Control of Quadcopter, 2019 International Conference on Engineering and Emerging Technologies (ICEET), str. 1 – 2, Lahaur, Pakistan, 2019.
- [18] Fetan M., Sefidgari B. L., Barenji A. V., An Adaptive Neuro PID for Controlling the Altitude of Quadcopter Robot, 2013 18th International Conference on Methods & Models in Automation & Robotics (MMAR), str. 662 – 663, Międzyzdroje, Polska, 2013.
- [19] Bartoszewicz A., Conventional Sliding Modes in Continuous and Discrete Time Domains, 2017 18th International Carpathian Control Conference (ICCC), str. 588 - 590, Sinaia, Rumunia, 2017.
- [20] Utkin V., Lee H., Chattering Problem in Sliding Mode Control Systems, International Workshop on Variable Structure Systems, str. 346 – 350, Alghero, Włochy, 2006.
- [21] Abrougui H., Hachicha S., Zaoui Ch., Dallagi H., Nejim S., Flight Controller Design Based on Sliding Mode Control for Quadcopter Waypoints Tracking, 2020 4th International Conference on Advanced Systems and Emergent Technologies (IC_ASET), str. 13, 16, Hammamet, Tunezja, 2020.
- [22] Utkin V., Shi J., Integral Sliding Mode in Systems Operating under Uncertainty Conditions, Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control, str. 4591 – 4593, Kobe, Japonia, 1996.
- [23] Elhennawy A. M., Habib M. K., Nonlinear Robust Control of a Quadcopter : Implementation and Evaluation, IECON 2018 – 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, str. 3782 – 3784, Waszyngton, DC, USA, 2018.
- [24] Eltayeb A., Rahmat M. F., Basri M. A. M., Eltoum M. A. M., El-Ferik S., An Improved Design of an Adaptive Sliding Mode Controller for Chattering Attenuation and Trajectory Tracking of the Quadcopter UAV, IEEE Access, vol. 8, str. 205968 – 205969, 205971 – 205972, 2020.
- [25] Katiar A., Rashdi R., Ali Z., Baig U., Control and stability analysis of quadcopter, 2018 International Conference on Computing, Mathematics and Engineering Technologies (ICoMET), str. 4, Sukkur, Pakistan, 2018.
- [26] Nemati H., Montazeri A., Output Feedback Sliding Mode Control of Quadcopter Using IMU Navigation, 2019 IEEE International Conference on Mechatronics (ICM), str. 634 – 636, Ilmenau, Niemcy, 2019.
- [27] Tripathi V. K., Behera L., Verma N., Design of Sliding mode and Backstepping Controllers for a Quadcopter, 2015 39th National Systems Conference (NSC), str. 4, 6, Greater Noida, Indie, 2015.
- [28] Thanh H. L. N. N., Hong S. K., Quadcopter Robust Adaptive Second Order Sliding Mode Control Based on PID Sliding Surface, IEEE Access, vol. 6, str. 66850 – 66854, 2018.
- [29] Hoang V. T., Phung M. D., Ha Q. P., Adaptive Twisting Sliding Mode Control for Quadrotor Unmanned Aerial Vehicles, 2017 11th Asian Control Conference (ASCC), str. 671 – 674, Gold Coast, QLD, Australia, 2017.
- [30] Elhennawy A. M., Habib M. K., Nonlinear Robust Control of a Quadcopter : Implementation and Evaluation, IECON 2018 – 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, str. 3782 – 3784, Waszyngton, DC, USA, 2018.
- [31] Chen J., Jiang D., Study on Modeling and Simulation on Non-grid-connected Wind Turbine, 2009 World Non-Grid-Connected Wind Power and Energy Conference, str. 1 – 2, Nankin, Chiny, 2009.