

Analiza symulacyjna symetrycznego trójfazowego obwodu prądu przemiennego z obciążeniem nieliniowym

Streszczenie. W pracy przedstawiono ważny składnik linearyzowanego modelu obwodu trójfazowego z obciążeniem nieliniowym, który może być wykorzystany do sterowania obwodem trójfazowego pieca łukowego. Równania rozważanego symetrycznego obwodu z obciążeniem nieliniowym w stanie ustalonym zostały rozwiązane w pewnym ograniczonym zakresie amplitud napięć obciążenia. Zakres badań poszerzono w analizie symulacyjnej, którą przeprowadzono wykorzystując wektorowy zapis zmiennych stanu i ich parametrów. Badania te przeprowadzono wykorzystując system MATLAB-Simulink. Wyznano elementy zastępcze obciążenia nieliniowego, obwodu oraz wskaźniki jakości zasilania obwodu.

Abstract. This paper presents an important component of the linearized model of a three-phase circuit with nonlinear load, which can be used to control the circuit of a three-phase arc furnace. The equations of the considered symmetrical circuit with nonlinear load in steady state were solved in a limited range of load voltage amplitudes. The scope of the study was extended in the simulation analysis, which was carried out using a vector notation of the state variables and their parameters. These studies were carried out using the MATLAB-Simulink system. Equivalent elements for the nonlinear load, circuit and power quality indices were determined. (Simulation analysis of a balanced three-phase AC circuit with nonlinear load).

Słowa kluczowe: obwód pieca łukowego, nieliniowe obciążenie, schemat zastępczy, analiza symulacyjna.

Keywords: arc furnace circuit, nonlinear load, equivalent diagram, simulation analysis.

Wstęp

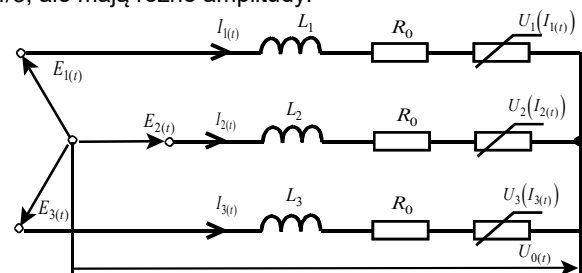
Analizując rozwój systemu przesyłania energii elektrycznej znajdujemy mało znaną postać włoskiego naukowca Galileo Ferrarisa (1847- 1897), wynalazcy silnika indukcyjnego. Na konferencji Wystawy Elektrotechnicznej we Frankfurcie w 1891 roku został on obwołany „Ojcem prądu trójfazowego” (ang. „Father of three-phase current”) [1]. Przedstawiony w publikacjach jego silnik indukcyjny był tylko dwufazowy. Dopiero trójfazowy system przesyłania energii o długości 176 km opracowany przez Michała Doliwo-Dobrowolskiego, prezentowany na tej samej wystawie można traktować jako ostateczny wynik ewolucji wielofazowych systemów przesyłania energii. M. Doliwo-Dobrowolski w prezentowanym systemie wykorzystał elementy, które wcześniej wynalazł i skonstruował. Były to: trójfazowy generator elektryczny, trójfazowy silnik indukcyjny z wirnikiem klatkowym (1889 rok) oraz transformator trójramienny (1890 rok). [2]

W ten sposób rozpoczęła się era trójfazowych systemów przesyłu energii, których moc wzrastała z czasem. Wzrastała też moc przyłączanych odbiorników energii. Gdy dominowały generatory dużej mocy, system energetyczny był sztywniejszy i można było przyjmować, że odbiorniki zasilane są ze źródła napięciowego poprzez szeregowo włączoną pewną małą impedancję. Niespokojne odbiorniki dużej mocy, takie jak piece łukowe, indukcyjne piece do wytopu metali powodowały jednak migotania napięcia i były uciążliwe dla pozostałych odbiorców, ale wahania napięcia były małe. Z chwilą pojawienia się rozproszonych źródeł energii wahania napięć są dość duże i możliwości eksploatacji w systemie odbiorników o dużych mocach są ograniczone. Zmienność mocy dostarczanej przez rozproszone źródła energii i zwiększona impedancja wyjściowa źródła powoduje, że system energetyczny jest mniej sztywny. To w połączeniu z niespokojnością odbiorników powoduje potrzebę analizy pracy obwodu takiego odbiornika, zwłaszcza wpływu zmian napięcia zasilania na ciągłość przepływu prądu. W tym celu mogą być użyteczne analizy obwodu elektroenergetycznego pieca łukowego, jakie zostały wykonane w [3 ,4]. Analiza przedstawiona w tych pracach zawierała rozwiązanie stanu ustalonego takiego obwodu, interpretację zjawisk konwersji mocy pierwszej harmonicznej na moce wyższych

harmonicznych oraz schematu zastępczego nieliniowości. W pracy przedstawiono uaktualnioną analizę modelu symetrycznego obwodu trójfazowego z nieliniowymi fazowymi odbiornikami o charakterystyce prądowo-napięciowej podobnej do charakterystyki funkcji signum. Analiza ta zawiera rozwiązanie stanu ustalonego obwodu oraz badania symulacyjne uwzględniające wszystkie wyższe harmoniczne. W [5] przedstawiono podobną analizę dla jednofazowego obwodu z obciążeniem nieliniowym.

Model zastępczy obwodu trójfazowego z obciążeniem nieliniowym

Na podstawie schematu podłączenia odbiorników trójfazowych takich jak na przykład piece łukowe, można opracować schemat zastępczy obwodu trójfazowego z obciążeniem nieliniowym, przedstawiony na rys.1. Schemat ten zawiera indukcyjności i rezystancje które mają charakter zastępczy urządzeń występujących w systemie zasilania, takich jak transformatory, linie przesyłowe i impedancje wnoszone przez odbiornik. Zastępczy charakter mają też źródła napięcia przemiennego, które mają jednakowe częstotliwości i są przesunięte wzajemnie w fazie o $2\pi/3$ i $4\pi/3$, ale mają różne amplitudy.



Rys.1. Schemat obwodu trójfazowego z obciążeniem nieliniowym

Założono, że napięcie odbiornika w każdej fazie można opisać jako iloczyn parametru zależnego od długości łuku oraz nieparzystej funkcji prądu w danej fazie.

$$(1) \quad U_{k(t)} = H_k \cdot f(I_{k(t)}), \quad H_k > 0, \quad k = 1, 2, 3$$

Jednym z możliwych przypadków tej funkcji jest funkcja signum, którą stosowano po raz pierwszy w [6].

Równania opisujące obwód z rysunku 1 są następujące:

$$(2) \quad L_k \cdot \dot{I}_{k(t)} + R_k \cdot I_{k(t)} + U_k(I_{k(t)}) + U_{0(t)} = E_{k(t)}$$

gdzie:

$$(3) \quad E_{k(t)} = E_s \cdot \sin(\omega \cdot t + (k-1) \cdot 2\pi/3 + \psi), \quad k = 1, 2, 3$$

Rozważany obwód jest obwodem trójfazowym bez przewodu zerowego. Oznacza to, że:

$$(4) \quad I_{1(t)} + I_{2(t)} + I_{3(t)} = 0$$

Dla obciążenia nieliniowego $U_{0(t)}$ napięcie między punktami zerowymi (środkowymi) gwiazdy obciążenia i gwiazdy sinusoidalnych napięć zasilających jest równe:

$$(5) \quad U_{0(t)} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 (E_{k(t)} - L_k \cdot \dot{I}_{k(t)} - R_k \cdot I_{k(t)}) - \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 U_k(I_{k(t)})$$

W stanie ustalonym napięcie $U_{0(t)}$ ma dwa składniki: zależny od symetrii części zasilającej oraz zależny od symetrii obciążenia. Dla jednakowych fazowych amplitud napięć zasilania, jednakowych indukcyjności, rezystancji oraz parametrów H napięć obciążenia (1), układ jest symetryczny i pierwszy składnik (5) jest równy zero. Drugi składnik i tym samym napięcie $U_{0(t)}$ nie są zerowe. Dla napięć łuków opisanych funkcją signum prądu, napięcie $U_{0(t)}$ jest falą prostokątną o trzykrotnie mniejszej amplitudzie niż napięcia łuków i trzykrotnie większej częstotliwości. W normie IEC 60676 [7] wyznaczany jest tylko pierwszy składnik (5).

Obwód z rysunku 1 może być opisany przez prądy fazowe. W stanie ustalonym prądy fazowe można zapisać w postaci ogólnej następująco:

$$(6) \quad \mathbf{I} = \mathbf{I}(\mathbf{E}, \mathbf{R}, \mathbf{L}, \mathbf{H}, U_o, \omega)$$

gdzie:

$$(7) \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix}$$

Elementy I_k i E_k oznaczają odpowiednio amplitudy prądu i napięcia zasilania w k -tej fazie. Wartości elementów powyższych wektorów są w ogólnym przypadku różne, ale największą moc odbiornika i sprawność dostarczania energii uzyskuje się, gdy są sobie równe. Dlatego przyjmuje się, że poszczególne wektory można zapisać w postaci:

$$(8) \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_s \\ I_s \\ I_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1 - I_s \\ I_2 - I_s \\ I_3 - I_s \end{bmatrix} = I_s \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \\ \Delta I_3 \end{bmatrix} = I_s \cdot \mathbf{1} + \Delta \mathbf{I}$$

Wielkość I_s dobiera się tak, aby suma $\Delta I_1^2 + \Delta I_2^2 + \Delta I_3^2$ była jak najmniejsza. Warunek ten jest spełniony, gdy

$$(9) \quad I_s = (I_1 + I_2 + I_3) / 3$$

Ponadto przyjmuje się, że

$$(10) \quad \Delta I_k = I_s \cdot O(\varepsilon), \quad \varepsilon = o(0.1), \quad \text{dla } k = 1, 2, 3$$

Analogicznie dobierane są wielkości E_s , R_s , L_s i H_s . Ten ostatni parametr determinuje napięcia fazowe obciążenia. Przyjmuje się też, że wektory składowych różnic pozostałych wektorów spełniają relację analogiczną do (10). Podstawiając rozwinięcia pozostałych wektorów podobne

do (8) i rozwijając (6) w szereg Taylora a następnie pomijając wyrazy rzędu ε otrzymuje się

$$(11) \quad \mathbf{I} = \mathbf{I}(E_s \cdot \mathbf{1} + \Delta \mathbf{E}, R_s \cdot \mathbf{1} + \Delta \mathbf{R}, L_s \cdot \mathbf{1} + \Delta \mathbf{L}, H_s \cdot \mathbf{1} + \Delta \mathbf{H}, \omega) = \mathbf{I}(E_s \cdot \mathbf{1}, R_s \cdot \mathbf{1}, L_s \cdot \mathbf{1}, H_s \cdot \mathbf{1}, \omega) + O(\varepsilon)$$

Wyrażenie powyższe zawiera tylko wektor prądów wyznaczany dla jednakowych parametrów fazowych obwodu, czyli dla obwodu symetrycznego.

Analiza stanu ustalonego symetrycznego obwodu trójfazowego

Symetryczny obwód trójfazowy w którym w napięciu obciążenia oznaczono $H_s = U_a$ był rozważany w [8], [9]. Dalej przyjęto, że napięcie nieliniowego odbiornika opisane jest relacją

$$(12) \quad U_{k(t)} = U(I_{k(t)}) = U_a \cdot \text{sign} I_{k(t)}, \quad U_a > 0$$

W modelu tym napięcie jest falą prostokątną symetryczną o amplitudzie U_a i częstotliwości równej częstotliwości źródła zasilania. Napięcia w poszczególnym fazach obwodu są przesunięte w czasie o kąt $2\pi/3$ i $4\pi/3$. W efekcie napięcie $U_{0(t)}$ jest falą prostokątną o amplitudzie $U_a/3$ i pulsacji $3 \cdot \omega$ i obwód można przedstawić jako trzy obwody jednofazowe, których prądy i napięcia są przesunięte w czasie o kąty $2\pi/3$ i $4\pi/3$, przy czym napięcia obciążenia są opisane sumą $U_{ak(t)} + U_{0(t)}$, gdzie

$$(13) \quad U_{0(t)} = -(U_{1(t)} + U_{2(t)} + U_{3(t)}) / 3$$

Stosując skalowanie czasu oraz zmienne bezwymiarowe:

$$(14) \quad \tau = \omega t; \quad u_a = U_a / E_s; \quad r = \frac{R_s}{\omega L_s};$$

$$(15) \quad u_{k(t)} = \frac{U_{k(t)}}{E_s}; \quad u_{0(t)} = \frac{U_{0(t)}}{E_s}; \quad i_{k(t)} = \frac{I_{k(t)}}{E_s / \omega L_s}$$

równanie (2) fazy 1 ($k = 1$) obwodu symetrycznego można przedstawić w postaci:

$$(16) \quad \frac{di_{1(\tau)}}{d\tau} + r \cdot i_{1(\tau)} + u_{1(\tau)} + u_{0(\tau)} = \sin(\tau + \psi)$$

W przypadku obciążenia nieliniowego opisanego równaniem (12) w stanie ustalonym, w pewnym zakresie u_a napięcie $u_{1(\tau)}$ jest symetryczną falą prostokątną o amplitudzie u_a i pulsacji harmonicznej podstawowej równej 1, a prądy fazowe są płyną bez przerw. Napięcie to można przedstawić w postaci szeregu Fouriera:

$$(17) \quad u_{1(\tau)} = u_{1h1} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \cdot \sin((2n-1)\tau); \quad u_{1h1} = \frac{4u_a}{\pi}$$

Jak wcześniej wspomniano napięcie $u_{0(\tau)}$ jest symetryczną falą prostokątną o amplitudzie $u_a/3$, pulsacji harmonicznej podstawowej równej 3 i można je przedstawić w postaci szeregu Fouriera:

$$(18) \quad u_{0(\tau)} = -\frac{u_{1h1}}{3} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)} \cdot \sin(3 \cdot (2n-1)\tau)$$

Szereg Fouriera napięć $u_{1(\tau)}$ i $u_{0(\tau)}$ zawiera tylko harmoniczne nieparzyste, przy czym wszystkie harmoniczne $u_{0(\tau)}$ występują w zbiorze harmonicznych $u_{1(\tau)}$. Mają one dokładnie te same częstotliwości i amplitudy, ale są przesunięte w fazie o 180° . Oznacza to, że w równaniu (16) te harmoniczne nie występują.

Kąt przesunięcia fazowego ψ między napięciami zasilającymi a pierwszymi harmonicznymi napięć obciążenia w (16) wprowadzono w celu ułatwienia analizy. W rozwiązaniu równania (16), którym jest prąd, w stanie ustalonym (quasi-statycznym) po podstawieniu (17) i (18) zgodnie z normą [11] wyodrębnić można dwie składowe: harmoniczną podstawową i sumę wyższych harmonicznymi:

$$(19) \quad i_{l(\tau)} = i_{1h1} \cdot \sin(\tau + \phi_1) + \sum_v i_{1hv} \cdot \sin(v \cdot \tau + \phi_v)$$

gdzie

$$(20) \quad v = ((2n-1) \neq m \cdot 3) \text{ dla } n \in \langle 2, 3, \dots, \infty \rangle, m \in \langle 1, 2, \dots, \infty \rangle$$

Z definicji charakterystyki obciążenia wynika, że dla $\tau = k\pi$, $k=0,1,2$ z (12) wynika relacja:

$$(21) \quad i_{1h1} \cdot \sin(\phi_1) = - \sum_v i_{1hv} \cdot \sin(\phi_v)$$

Stosując przekształcenia trygonometryczne i rozdzielając czynniki występujące przy $\cos((2n-1)\tau)$ i $\sin((2n-1)\tau)$ dla $n > 1$ otrzymuje się:

$$(22) \quad i_{1h(2n-1)} = \frac{u_{1h1}}{(2n-1) \cdot \sqrt{(2n-1)^2 + r^2}}$$

$$\sin(\phi_{(2n-1)}) = \frac{(2n-1)}{\sqrt{(2n-1)^2 + r^2}}$$

Stąd, po uwzględnieniu, że $r_0 = O(\epsilon)$ wynika:

$$(23) \quad \sum_v i_{1hv} \cdot \sin(\phi_v) = \sum_v \frac{u_{1h1}}{v^2 + r^2} \cong u_{1h1} \sum_v \left(\frac{1}{v^2} - \frac{r^2}{v^4} \right)$$

W [10] można znaleźć następujące sumy nieskończone:

$$(24) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6} = \frac{\pi^6}{945}.$$

Biorąc pod uwagę, że sumowane są tylko wyższe harmoniczne nieparzyste i o częstotliwości nie będącej wielokrotnością potrójnej częstotliwości harmonicznymi podstawowej (20), można wyznaczyć relację:

$$(25) \quad i_{1h1} \cdot \sin(\phi_1) = - \frac{4u_a}{\pi} W_T$$

gdzie:

$$(26) \quad W_T = \left(\frac{\pi^2}{9} - 1 \right) - r^2 \left(\frac{5\pi^4}{486} - 1 \right) \cong 0,0966 - 0,00215 \cdot r^2$$

Z relacji (25), (26) wynika, że harmoniczną podstawową prądu jest opóźniona względem tej harmonicznymi napięcia obciążenia.

Analogicznie można wyznaczyć kwadrat wartości skutecznej wyższych harmonicznymi prądu:

$$(27) \quad i_{1H}^2 = \sum_v i_{1hv}^2 = \sum_v \frac{u_{1h1}^2}{v^2(v^2 + r^2)} \cong u_{1h1}^2 \sum_v \left(\frac{1}{v^4} - \frac{r^2}{v^6} \right) \cong u_{1h1}^2 (0,00215 - r^2 \cdot 0,000734)$$

Dla porównania kwadrat wartości skutecznej wyższych harmonicznymi zastępczego napięcia obciążenia wynosi

$$(28) \quad (u_{1(\tau)} + u_{0(\tau)})_{1H}^2 = \sum_v (u_{1(\tau)} + u_{0(\tau)})_{1hv}^2 = u_{1h1}^2 \sum_v \frac{1}{v^4} = 0,0966 u_{1h1}^2$$

Zastępcze napięcie obciążenia w trójfazowym obwodzie symetrycznym oznaczono

$$(29) \quad (u_{1(\tau)} + u_{0(\tau)}) = u_z$$

Amplituda harmonicznymi podstawową zastępczego napięcia obciążenia u_z w fazie 1 jest równa harmonicznymi

podstawową napięcia $u_{1(n)}$ i wynosi u_{1h1} (17). Różnią się natomiast współczynniki zawartości harmonicznymi:

$$(30) \quad THDu_1 = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}} = \sqrt{0,237} = 0,4834$$

$$(31) \quad THDu_z = \sqrt{\sum_v \frac{1}{v^2}} = \sqrt{\frac{\pi^2}{9} - 1} = \sqrt{0,0966} = 0,310;$$

Na podstawie bilansu harmonicznymi podstawową uzyskano zależność [1, 4]

$$(32) \quad i_{1h1} = \sqrt{\frac{1}{1+r^2} \left(\sqrt{1+r^2 - (u_{1h1}(1+W_T(1+r^2)))^2} - u_{1h1} \cdot r \right)^2 + (u_{1h1} \cdot W_T)^2}$$

i współczynnik zawartości harmonicznymi prądu:

$$(33) \quad THD_i \cong \frac{u_{1h1}}{i_{1h1}} \cdot 0,0464 \cdot (1 - r^2 \cdot 0,017)$$

Współczynnik zawartości harmonicznymi napięcia odbiornika nieliniowego określony jest przez (30).

Z (25) wynika, że kąt przesunięcia fazowego pierwszej harmonicznymi prądu jest ujemny, tzn. prąd jest opóźniony względem napięcia i że zastępczy schemat szeregowy elementu nieliniowego dla harmonicznymi podstawową prądu i napięcia zawiera indukcyjność i rezystancję. W dalszej analizie użyteczny jest schemat zastępczy w postaci szeregowo połączonych elementów. Na podstawie spadków napięcia na tych elementach i (25) można wyznaczyć wartości elementów zastępczych:

$$(34) \quad \omega L_Z \cdot \sin(\phi_1) = \omega L \cdot \frac{u_{1h1}}{i_{1h1}} \cdot \sin(\phi_1) = \omega L \cdot \left(\frac{u_{1h1}}{i_{1h1}} \right)^2 \cdot W_T(r)$$

$$(35) \quad R_Z = \omega L \frac{u_{1h1}}{i_{1h1}} \cos(\phi_1) \cong \omega L \frac{u_{1h1}}{i_{1h1}} \left(1 - 0,5 \left(\frac{u_{1h1}}{i_{1h1}} W_T(r) \right)^2 \right)$$

Relacja (34) jest szczególnie interesująca. Odbiornik opisany nieparzystą jednoznacznie funkcją nieliniową, ma w schemacie zastępczym indukcyjność, która jest elementem konserwatywnym o niejednoznacznej charakterystyce prądowo-napięciowej. Ale nieliniowy element jest napięciowym źródłem wyższych harmonicznymi, których amplitudy i przesunięcie fazowe prądów są determinowane przez elementy L i R_0 obwodu oraz spełniają relację (21). W efekcie dla harmonicznymi podstawową obserwuje się zwiększenie indukcyjności obwodu.

Charakterystyki i parametry zastępcze obwodu są analizowane jako funkcje u_a i r . Ze względu na wymaganą efektywność energetyczną obwodu trójfazowego pieca łukowego badania prowadzono dla $r \leq 0,3$. Prezentowane wyżej relacje dotyczą bezprzerwowego przepływu prądu, który występuje dla $0 < u_a < u_b$, gdzie u_b jest najmniejszą wartością u_a , przy której dla pewnego τ wartość zastępczego napięcia obciążenia jest równa wartości napięcia zasilania. Dla symetrycznego układu trójfazowego z obciążeniem opisanym przez dla $r=0$ ta graniczna wartość u_a wynosi:

$$(36) \quad u_b = \frac{3/2}{\sqrt{1 + (2\pi/3)^2}} = 0,646$$

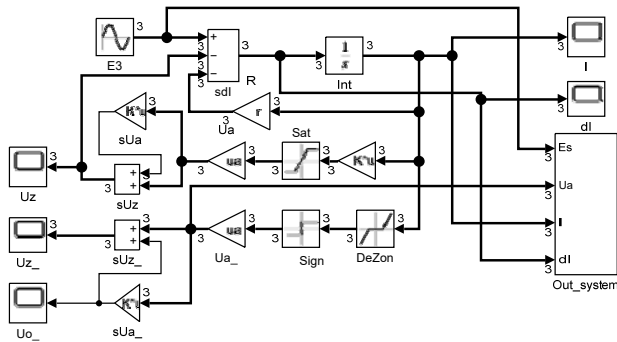
Wraz ze wzrostem r wartość u_b nieco się zmniejsza. Analizując model obwodu stwierdzono, że dla $u_a = 0,75$ amplituda napięcia zastępczego u_z jest równa 1 oraz że dla $u_a = 0,80$ amplituda prądu bezwymiarowego wynosi ok. 0,05. Dlatego badania prowadzono dla $0,1 < u_a \leq 0,8$. Ale otrzymane zależności obowiązują dla $u_a < 0,646$. Aby

zbadać wpływ rezystancji obwodu tzn. parametru r oraz jak będą wyglądały wyniki dla większych wartości u_a przeprowadzono symulację obwodu z rys.1 w Simulinku.

Symulacja modelu obwodu z obciążeniem nieliniowym

Rozpatrywany jest obwód trójfazowy zasilany z sinusoidalnego źródła napięć trójfazowych, zawierający szeregowo połączone zastępczą indukcyjność i rezystancję oraz element nieliniowy, jednakowe w każdej fazie. Do realizacji badań symulacyjnych obwód ten, przedstawiony na rysunku 1 został zamodelowany w Simulinku - rys.2

Na schemacie tym wykorzystano możliwość realizacji wektorowych blokowych operatorów. Połączenia przedstawione linią pogrubioną dotyczą wektorów sygnałów fazowych tego samego rodzaju. Indeksy wektorów oznaczają wielkości poszczególnych faz obwodu, co jest widoczne w (3).



Rys.2. Schemat operacyjny modelu obwodu z rys.1.

Część liniową równania (2) zrealizowano na sumatorze sdl, integratorze Int oraz wzmacniaczu R. Nieliniowość opisana równaniem signum (1) powodowała zawieszanie się komputera, gdy stosowane były metody zmiennie-krokowe rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych. Dlatego układ ten zrealizowano jako blok nasycenia o dużym wzmacnieniu (10^4) części liniowej charakterystyki oraz poziomach nasycenia proporcjonalnych do amplitudy odbiornika nieliniowego. Na podstawie sygnałów tego bloku tworzone jest napięcie U_o , które sumowane z napięciami U_a daje w wyniku zastępcze napięcie obciążenia U_z . W takim układzie nie jest obserwowana charakterystyka obciążenia w postaci (1). Dlatego moc bierna obciążenia wyznaczana na podstawie napięcia może być myląca. Schemat z rys. 2 zawiera dodatkowe bloki modelujące obciążenie nieliniowe, którego charakterystyka jest opisana (1). Pośród tych bloków znajduje się blok strefy nieczułości DeZon (ang. Dead Zone).

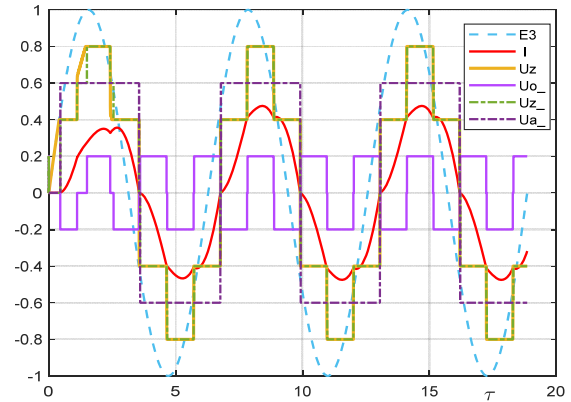
Parametry wzmacniaczy r i u_a dla układu symetrycznego są skalarami, ale mogą być też wektorami w przypadku obwodu asymetrycznego.

Na rysunku 3 przedstawiono przebiegi czasowe zmiennych bezwymiarowych napięcia zasilania, pochodnej prądu, prądu oraz napięcia odbiornika dla amplitudy napięcia obciążenia nieliniowego $u_a=0,6$ i rezystancji $r=0,1$.

Gdy któryś z prądów fazowych jest bliski zero występują różnice między napięciami U_z i U_{z-} - rys.3. Różnice te są zależny od użytej metody rozwiązywania RRZ. Po analizie tego przebiegu prądu dla różnych metod zastosowano RK23. W powiększeniu prąd bliski zero ma charakter drgań relaksacyjnych, natomiast napięcie elementu nieliniowego na tym odcinku czasu pokrywa się z napięciem zasilania czyli spadek napięcia na indukcyjności i rezystancji jest bliski zeru.

Gdy któryś z prądów fazowych jest bliski zero występują różnice między napięciami U_z i U_{z-} - rys.3. Różnice te są

zależny od użytej metody rozwiązywania RRZ. Po analizie tego przebiegu prądu dla różnych metod zastosowano RK23. W powiększeniu prąd bliski zero ma charakter drgań relaksacyjnych, natomiast napięcie elementu nieliniowego na tym odcinku czasu pokrywa się z napięciem zasilania czyli spadek napięcia na indukcyjności i rezystancji jest bliski zeru. To oznacza, że w tym przypadku napięcie odbiornika nie wynika z modelu (1). Aby uzyskać napięcie odpowiadające modelowi (1) zastosowano dodatkowy układ obserwacji napięcia odbiornika zawierający układ strefy nieczułości, funkcji signum i wzmacniacz napięcia U_{a-} .



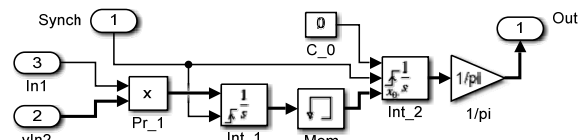
Rys.3. Przebiegi w obwodzie z modelem obciążenia nieliniowego dla $u_a=0,6$, $r_l=0,1$

Schemat operacyjny z rys. 2 umożliwia obserwację wartości chwilowych prądów i napięć obwodu z rys. 1. W stanie ustalonym wykorzystuje się wielkości charakteryzujące te wielkości uśrednione za okres. Prezentowana wcześniej analiza stanu ustalonego obwodu rozdziela postępowanie na dwa etapy: analizę wyższych harmonicznych, a następnie analizę harmonicznej podstawowej. Aby taką procedurę przeprowadzić numerycznie, w układzie wyjściowym określone są składowe sinusoidalna i cosinusoidalna harmonicznej podstawowej oraz wartość średnia kwadratu wartości chwilowej prądu, która jest równa suma kwadratów amplitud wszystkich harmonicznych.

$$(37) \quad i_s = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(\tau) \cdot \sin(\tau) \cdot d\tau, \quad i_c = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(\tau) \cdot \cos(\tau) \cdot d\tau$$

$$(38) \quad i_{ms}^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(\tau)^2 \cdot d\tau$$

Funkcje czasu $\sin(\tau)$ i $\cos(\tau)$ wykorzystywane w tych obliczeniach, generowane są w oddzielnym bloku. Schemat do wyznaczania składowych sin/cos na przykład zmiennej $i(\tau)$ - wejście In1 jest przedstawiony na rys.4. Funkcje $\sin(\tau)$ i $\cos(\tau)$ wprowadzane są na wejście Vln2.



Rys.4. Schemat operacyjny wyznaczania składowych sin/cos wielkości wyjściowej In1 modelu obwodu.

Na wyjściu układu mnożenia uzyskuje się wektor funkcji podcałkowych. Dalsze obliczenia prowadzone są dla kolejnych okresów i są synchronizowane sygnałem $\sin(\tau)$ (początek okresu) na integratorach Int_1 i Int_2. Pierwszy z nich całkuje sygnał wyjściowy (wektor sygnałów) z układu mnożącego Pr_1, na którego wejścia podano wielkość chwilową (np. prąd) oraz wektor przebiegów $\sin(\tau)$ i $\cos(\tau)$.

Przed rozpoczęciem nowego okresu wartość całki jest pamiętana w bloku Mem i w nowym okresie jest przekazywana do Int_2, którego wyjście jest dzielone przez π i kończy operację uśredniania. Gdy na wejścia układu mnożącego podane jest ten sam sygnał, (np. prąd chwilowy) to na wyjściu uzyskuje się uśredniony kwadrat podwojonej wartości skutecznej (prądu) czyli sumę kwadratów amplitud harmonicznych.

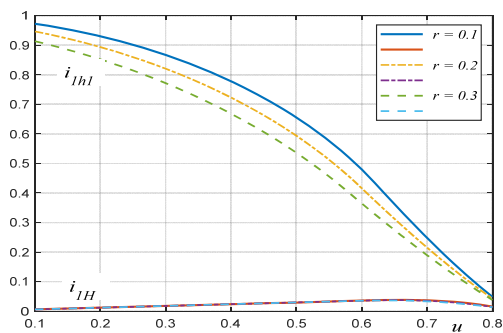
W ten sposób zamodelowano układ do pomiaru składowej sinusoidalnej, kosinusoidalnej i kwadratu podwojonej wartości skutecznej prądu, napięć odbiornika i zasilania. Odejmując od kwadratu podwojonej wartości skutecznej prądu kwadrat amplitudy harmonicznej podstawowej uzyskuje się sumę kwadratów amplitud wyższych harmonicznych, którą dalej nazywa się kwadratem amplitudy wyższych harmonicznych [11]:

$$(38) \quad i_H^2 = \sum_{k=2}^{\infty} (i_k^2) = i_{ms}^2 - i_s^2 - i_c^2$$

Powyższe zależności umożliwiają wyznaczenie wskaźników zawartości harmonicznych, mocy czynnej napięć i prądu obwodu oraz wartości elementów schematu zastępczego. W ten sposób analizowano napięcie zasilania, napięcia odbiornika nieliniowego, prądu oraz mocy czynnej pobieranej ze źródła oraz mocy czynnej odbiornika nieliniowego.

Wybrane charakterystyki modelu obwodu z obciążeniem nieliniowym

Eksperymentem symulacyjnym sterowano z programu w MATLABie. Obliczenia prowadzono dla 10 okresów napięcia zasilania, napięcia u_a w zakresie $\langle 0,1..0,8 \rangle$ oraz wartości $r=0,1, 0,2$ i $0,3$. Na podstawie przebiegów prądów dla $u_a > 0,8$ stwierdzono że amplituda prądu bezwymiarowego jest mniejsza od 5% i że wtedy badany obwód nie jest efektywny. Charakterystyki amplitudy wyższych harmonicznych i harmonicznej podstawowej prądu przedstawiono na rysunku 5.

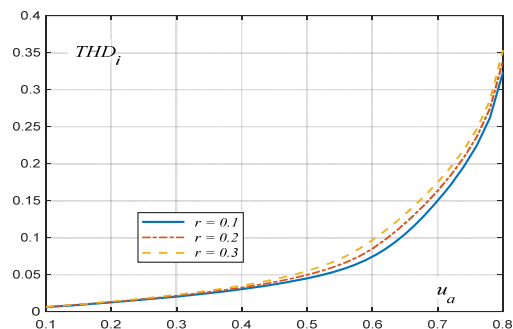


Rys.5. Zależność amplitud harmonicznej podstawowej i wyższych harmonicznych prądu w funkcji amplitudy napięcia obciążenia i rezystancji.

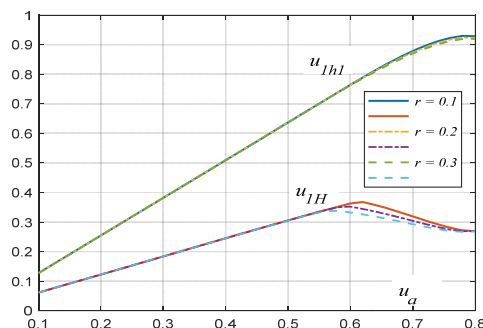
Z przebiegu wykresów na rys. 5 wynika, że zawartość harmonicznych w prądzie jest ok. 3-rzy mniejsza dla obwodu trójfazowego niż dla obwodu jednofazowego. Dla $u_a \approx 0,6$ krzywe amplitudy pierwszej harmonicznej mają punkty przegięcia i wraz z dalszym wzrostem u_a , zbiegają się i dążą do zera. Podobnie jest dla wyższych harmonicznych. W efekcie obserwuje się wzrost wskaźnika zawartości wyższych harmonicznych prądu w rozważanym obwodzie – rysunek 6.

W normie IEEE 519 [12] nie jest określone $THDi$. Wprowadzono natomiast TDD (ang. total demand distortion) co można tłumaczyć jako całkowite pożądane zniekształcenie. W paśmie do 50-tej harmonicznej dla dość sztywnego układu zasilania (wartość skuteczna prądu zwarciovego jest większa od stu wartości skutecznych

prądu obciążenia), współczynnik TDD powinien być mniejszy od 12%. Przyjmując takie ograniczenie dla $THDi$ z rysunku 6 wynika, że dla $u_a = 0,63$ wskaźnik ten przekracza wartość przyjętą w standardzie IEEE 519 [12] i dość szybko rośnie wraz z wartością u_a . Nieco inny charakter ma widmo częstotliwościowe napięcia odbiornika. Charakterystyki amplitudy wyższych harmonicznych i harmonicznej podstawowej tego napięcia przedstawiono na rysunku 7.



Rys.6. Współczynnik zawartości harmonicznych prądu obwodu w funkcji amplitudy napięcia odbiornika i rezystancji.



Rys.7. Amplitudy pierwszej harmonicznej i wyższych harmonicznych napięcia odbiornika w funkcji amplitudy napięcia odbiornika i rezystancji.

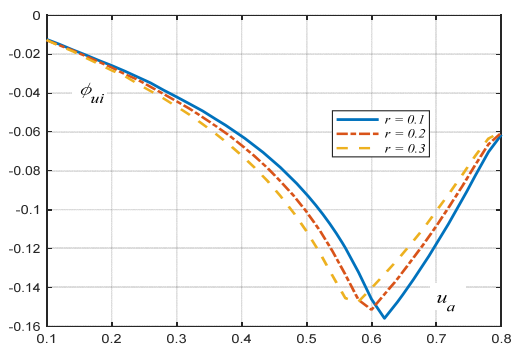
Dla $u_a < 0,6$ wykresy na rysunku 7 można uznać za liniowe. Wynika to ze stałości kształtu przebiegu napięcia i niezależności od prądu. Relację między wyższymi harmonicznymi i harmoniczną podstawową napięcia odbiornika określa $THDu$, wartość $THDu$ dla $u_a < u_b$ jest stała i niezależna od r . Dopiero, gdy u_a przekroczy u_b , $THDu$ maleje prawie dwukrotnie.

Współczynniki THD określają tylko relacje między amplitudami prądów i napięć obwodu harmonicznej podstawowej i obwodu wyższych harmonicznych. Ale energia przepływa ze źródła napięcia do rezystancji i nieliniowości energii tylko pierwszą harmoniczną prądu. Natężenie prądu zależne jest od charakteru obciążenia jakiego „widzi” źródło. Dla określenia tego charakteru ważny jest kąt przesunięcia fazowego między prądem i napięciem odbiornika nieliniowego ϕ_{ui} , który określany jest jako różnica między kątami przesunięcia pierwszych harmonicznych napięcia i prądu odbiornika względem napięcia źródła zasilania. Wykres przesunięcia fazowego odbiornika ϕ_{ui} przedstawiono na rysunku 8.

Kąt ϕ_{ui} jest ujemny i ma minimalną wartość dla $u_a = u_b$ (36), maksymalnej wartości amplitudy napięcia na odbiorniku dla bezprzerwowego przepływu prądu. Wartość minimalna ϕ_{ui} wzrasta nieco wraz z wartością r .

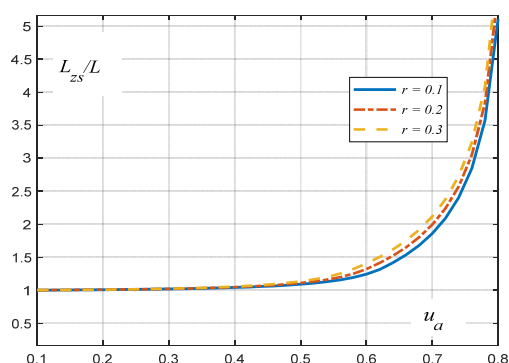
Konsekwencją tego przesunięcia fazowego jest występowanie indukcyjności w schemacie zastępczym nieliniowości, którą można określić z (34). Przesunięcie fazowe prądu względem napięcia odbiornika dla $u_a > u_b$ dąży do zero wraz ze wzrostem u_a . O wartościach

elementów schematu zastępczego obciążenia nieliniowego decyduje również amplituda harmonicznej.



Rys.8. Współczynnik zawartości harmonicznych napięcia odbiornika w funkcji amplitudy napięcia odbiornika i rezystancji.

Na rysunku 10 przedstawiono zależność bezwymiarowej indukcyjności zastępczej obwodu w funkcji amplitudy napięcia nieliniowego obciążenia u_a i rezystancji r .



Rys.10. Indukcyjność względna obwodu w funkcji amplitudy napięcia odbiornika i rezystancji

Indukcyjność zastępcza obwodu dla $u_a < 0,2$ jest bliska indukcyjności L , dla $u_a \approx 0,7$ jest równa $2L$. Dla definicji mocy biernej jako iloczynu napięcia i pochodnej czasowej w [3] obserwowano ważne zjawisko. Całkowita moc bierna obciążenia nieliniowego o charakterystyce jednoznacznej była w przybliżeniu równa zero, ale moc bierna liczona dla pierwszych harmonicznych tego obciążenia była dodatnia, różna od zero. Natomiast moc bierna wyższych harmonicznych jest ujemna, to znaczy, że obciążenie nieliniowe jest źródłem mocy biernej wyższych harmonicznych i że ta moc wydziela się w indukcyjności L . W efekcie obserwowany jest wzrost indukcyjności obwodu dla harmonicznej podstawowej. Zjawisko wzrostu indukcyjności obwodu stwierdzono również dla obciążenia nieliniowego w obwodzie trójfazowym [12]. Zjawisko to zostało potwierdzone eksperymentalnie przez S.Köhle [13] pomiarami parametrów pieca łukowego.

Uwagi końcowe

Analiza symboliczna zamieszczona w pracy jest bardzo użyteczna do organizacji analizy numerycznej trójfazowego obwodu prądu przemiennego z obciążeniem nieliniowym, które dobrze modeluje łuk elektryczny w trakcie roztopienia złomu w piecu łukowym.

Opracowano wektoryzowany model obwodu prądu przemiennego z obciążeniem nieliniowym w Simulinku o parametrach sterowanych z programu w MATLABie do wyznaczania wielkości charakterystycznych badanego

obiekty. Sposób analizy przebiegów stosowany w pracy był wcześniej wykorzystany w systemie pomiarowym prezentowanym w [14].

W pracy przeprowadzono badania w zakresie napięć odbiornika nieliniowego do 0,8 amplitudy napięcia zasilania. Rozpatrywano obwód harmonicznej podstawowej i obwód wyższych harmonicznych. Dla rozpatrywanego obciążenia dla $u_a < 0,646$ otrzymano rozwiązane analityczne spójne z wynikami badań symulacyjnych

W rozważanym przypadku schemat zastępczy obciążenia nieliniowego zawiera indukcyjność i rezystancję mimo iż charakterystyka prądowo-napięciowa tego obciążenia jest jednoznaczna. Wraz ze wzrostem amplitudy napięcia odbiornika nieliniowego obserwowany jest znaczny wzrost indukcyjności widzianej z zacisków źródła napięcia dla harmonicznej podstawowej. Dla $u_a = 0,7$ jest to wzrost prawie dwukrotny.

W pracy zaprezentowano tylko wybrane charakterystyki analizowanego obwodu.

Autorzy: prof. dr hab. inż. Mirosław Wciślik, Politechnika Świętokrzyska, Katedra Elektrotechniki i Automatyki Przemysłowej, Al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce, E-mail: m.wcislik@tu.kielce.pl; dr inż. Robert Kazala, Politechnika Świętokrzyska, Katedra Elektrotechniki i Automatyki Przemysłowej, Al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce, E-mail: r.kazala@tu.kielce.pl.

LITERATURA

- [1] <https://edisontechcenter.org/GalileoFerraris.html#whoinvented> dostęp 28.08.2023
- [2] https://en.wikipedia.org/wiki/Three-phase_electric_power dostęp 25.07.2023
- [3] Wciślik M., The characteristics of the three-phase arc furnace balanced circuit with non-linear arcs, *Elektrowärme International*, 49(1991)B4, B212-B218,
- [4] Wciślik M., Elektrotechnika pieców łukowych prądu przemiennego, zagadnienia wybrane, *Monografie, Rozprawy, Dysertacje, M22*, Politechnika Świętokrzyska, Kielce 2011
- [5] Wciślik M., Strząbała P., Analiza numeryczna propagacji harmonicznych w obwodzie jednofazowym AC z obciążeniem nieliniowym, *Przegląd Elektrotechniczny*, ISSN 0033-2097, R. 99 NR 1/2023, str.220-225
- [6] Kasper R., Jahn H.H., Ein verfeinertes elektrisches Erzsatzschaltbild des Drehstrom-Lichtbogenofens, *Elektrowärme International*, 36(1976), B1, p. B26-B29
- [7] EN60676: Test methods for furnaces with direct arc furnaces, IEC, A1:2000
- [8] Kalic D., Bogdanovic S., Bulajic R., Analysis of the three-phase non-linear electric circuit of the arc furnace for steel production, *Elektrowärme International*, 40(1982), B24-B29
- [9] Sakulin M., Studie über das elektrische Verhalten des Dreiphasen Lichtbogenofens, *10th Congr. of UIE*, Stockholm, Rep. No. 2.2.6, 1984
- [10] Korn G.A., Korn T.M., *Mathematical Handbook*, McGraw-Hill, London, 1968
- [11] IEEE Std. 1459-2010, Definitions for the measurement of electric quantities under sinusoidal, nonsinusoidal, balanced and unbalanced conditions.
- [12] IEEE Std 519-2014, IEEE Recommended Practice and Requirements for Harmonic Control in Electric Power Systems,
- [13] Köhle S., Lineares Elektrisches Ersatzschaltbild von Drehstrom-Lichtbogenöfen, *Elektrowärme International* 43(1985) B1, B16-B25,
- [14] Wciślik M., Kazala R., Laskawski M., Network power quality monitoring system, *Proceedings of 14th ICHQP 2010*, pp. 1-6, doi: 10.1109/ICHQP.2010.5625308.