

Modelowanie komputerowe i generowanie elektroniczne sygnałów losowych o zadanych charakterystykach statystycznych

Streszczenie. W artykule opisano wybrane procedury komputerowego modelowania stacjonarnych sygnałów losowych o rozkładach normalnych i określonych kształtach funkcji autokorelacji. W drugiej części pracy przedstawiono przykłady analizy sygnałów z elektronicznych generatorów szumów, które mają pasma częstotliwościowe 25 kHz i 100 kHz. Celem pracy jest potrzeba wygenerowania przebiegów o zadanych charakterystykach statystycznych. Sygnały te wykorzystywane są przez autora w badaniach aplikacji metod warunkowego uśredniania sygnałów w technice pomiarowej.

Abstract. The paper describes selected procedures for computer modeling of stationary random signals with normal distributions and specific shapes of the autocorrelation function. In the second part of the work, examples of signal analysis from electronic noise generators that have frequency bands of 25 kHz and 100 kHz are presented. The aim of the work is the need to generate waveforms with given statistical characteristics. These signals are used by the author in the research of the application of methods of conditional signal averaging in the measurement technique. (**Computer modeling and electronic generation of random signals with given statistical characteristics**).

Słowa kluczowe: sygnały losowe, funkcja autokorelacji, gęstość widmowa mocy, rozkład prawdopodobieństwa, histogram.
Keywords: random signals, autocorrelation function, power spectral density, probability distribution, histogram.

Wstęp

Wyjaśnianie jaki wpływ mają zjawiska losowe na przebiegi różnych procesów fizycznych jest jednym z podstawowych problemów badanych w technice oraz nauce [1,2]. Przy dużej złożoności analizowanych procesów fizycznych teoretyczna ocena tego wpływu może być trudna. Dlatego pomocnym rozwiązaniem w badaniach zagadnień przetwarzania sygnałów, z udziałem sygnałów losowych, może być przeprowadzenie eksperymentów symulacyjnych oraz fizycznych.

Przydatnymi narzędziami w wykonaniu eksperymentów są generatory szumów (sygnałów losowych) o typowych i zadanych charakterystykach statystycznych (w tym o zdanych rozkładach prawdopodobieństwa $p(x)$, modelach skorelowania $\hat{\rho}_x$, gęstości widmowej mocy $\hat{G}_x(f)$).

W generatorach fizycznych najczęściej wykorzystuje się modele sygnałów losowych mające normalny rozkład prawdopodobieństwa, których źródłem są półprzewodnikowe diody szumowe lub układy tranzystorowe.

Ważną charakterystyką generowanego sygnału losowego jest gęstość widmowa mocy $\hat{G}_x(f)$. Szczególnie przydatna jest równomierna charakterystyka $\hat{G}_x(f)$ w jak najszerszym paśmie częstotliwości, czyli najbardziej zbliżona do uzyskiwanej dla szumu białego.

W badaniach nie zawsze jest możliwe wykorzystanie specjalistycznych firmowych generatorów szumów. Powodem mogą być wysokie koszty ich zakupu. Dlatego w pierwszej fazie badań można stosować symulacyjne i komputerowe modelowanie sygnałów.

W części pierwszej artykułu opisano wybrane procedury komputerowego modelowania stacjonarnych sygnałów losowych o rozkładach normalnych i określonych funkcjach autokorelacji. W drugiej części artykułu przedstawiono przykłady analizy sygnałów z elektronicznych generatorów szumów, które mają pasma 25 kHz i 100 kHz. Sygnały te wykorzystywane są przez autora w badaniach aplikacji metod warunkowego uśredniania sygnałów w technice pomiarowej.

Komputerowe modelowanie sygnałów losowych o rozkładach normalnych i określonych kształtach funkcji autokorelacji

Modelowanie sygnałów losowych o rozkładzie normalnym i zadany model funkcji autokorelacji zwykle realizuje się stosując następującą procedurę [1-4]:

- wygenerowanie przebiegu pierwotnego w formie dyskretnej wartości $q(n)$ o rozkładzie równomiernym,
- formowanie z przebiegu pierwotnego $q(n)$ przebieg dyskretnej wartości $v(n)$ o rozkładzie normalnym oraz zadanej funkcji autokorelacji i gęstości widmowej mocy.

W artykule wykorzystano, jako pierwotny ciąg wartości o innym rozkładzie prawdopodobieństwa niż równomierny. W publikacjach [3,4] w celu formowania przebiegu o rozkładzie normalnym i zadanej funkcji autokorelacji wykorzystywano kolejno metodę Boxa-Müllera [5] i cyfrowe algorytmy korelacyjne (tab. 1).

Natomiast, w niniejszej publikacji w celu uzyskania sygnału znormalizowanego o zadanych funkcjach autokorelacji wykorzystano tylko liniowe filtry cyfrowe (tab. 1). Celem artykułu było też przedstawienie analiz ilościowych charakterystyk funkcyjnych oraz analiz generatorów elektronicznych, których nie przedstawiono w publikacjach [3,4].

Modelowanie przeprowadzono za pomocą aplikacji zrealizowanej w środowisku LabVIEW wykorzystując gotowe bloki do generowania ciągu wartości (sygnałów) o zadanych rozkładach. Przy generowaniu przebiegów $q(n)$ nie zadawano punktu startowego generatora liczb pseudolosowych, dostępnego w tym środowisku. Przykładowe przebiegi i eksperymentalne charakterystyki statystyczne ciągów wartości o rozkładzie Laplace'a $q(n)$ i o rozkładzie normalnym $v(n)$ przedstawiono na rysunkach 1 - 3. Wykorzystanie bloku *FFT Power Spectral Density.vi* i będących w nim podprogramów pozwoliło na wyznaczenie charakterystyki gęstości widmowej mocy $\hat{G}_x(n)$ za pomocą zależności [6-8]:

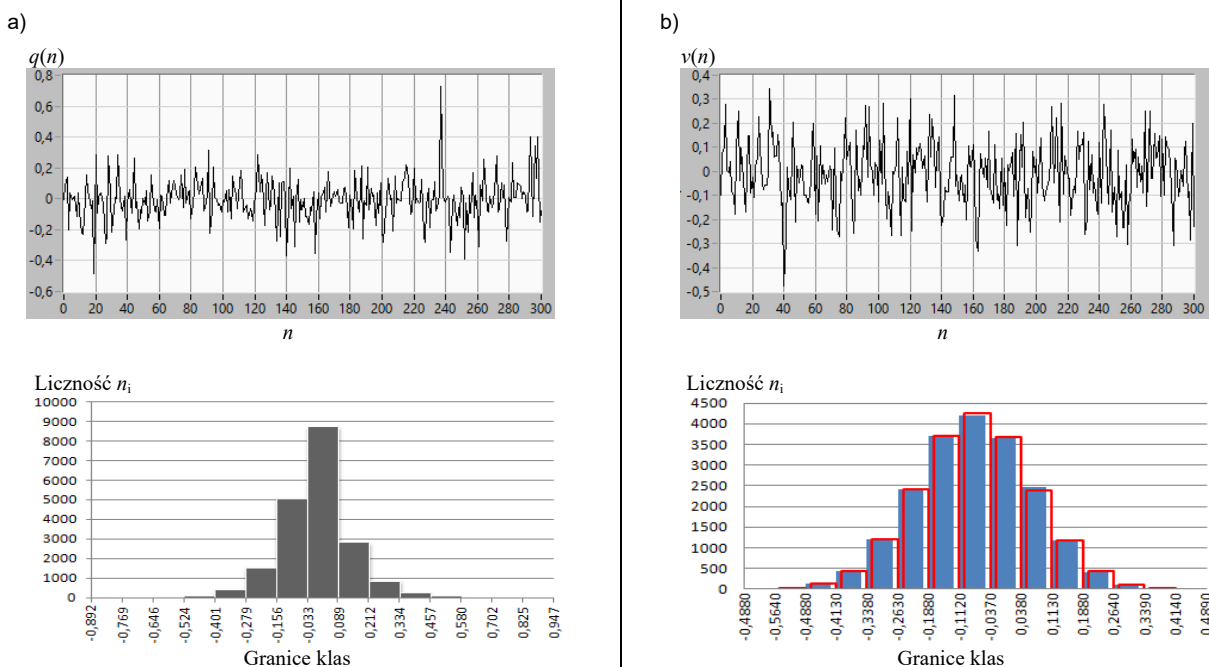
$$(1) \quad \hat{G}_x(n) = \frac{2 \cdot |F\{x_n\}|^2}{N^2}, \quad x_n = x(t_n), n = 1, \dots, N$$

gdzie: $x_n = x(t_n)$ – próbki sygnału w czasie dyskretnym t_n , n – numer próbki, N – liczba próbek, $|F\{x_n\}|$ - moduł dyskretnego przekształcenia Fouriera.

Otrzymane przebiegi sygnałów $q(n)$ i $v(n)$ zawierały po $N = 20000$ próbek. W celu wygładzenia charakterystyki gęstości widmowej mocy $\hat{G}_x(n)$ zastosowano procedurę uśredniania odcinkowego [9] dla zadanej liczby uśrednień: 10 i 1000. Przebiegi ciągu wartości o rozkładzie Laplacea $q(n)$ i o rozkładzie normalnym $v(n)$ miały zadane wartości: średnie \bar{x} równe 0 i wariancje σ^2 wynoszące 0,02. Przebieg ciągu wartości o rozkładzie Laplace'a $q(n)$ miał wartość średnią \bar{x} wynoszącą -0,0006 i wartość wariancji σ^2 równą 0,02. Wartość średnia \bar{x} ciągu wartości o

rozkładzie normalnym $v(n)$ wynosiła -0,0005, a wartość wariancji σ^2 była równa 0,02.

Wartości granic klas histogramów (rys. 1a, 1b) zostały zaokrąglone ze względu na lepszą czytelność i dlatego te wartości mogą być mniejsze lub większe od rzeczywistych. Histogramy dla ciągu wartości o rozkładzie normalnym (rys. 1b) wyznaczono: teoretycznie (kolor czerwony) wykorzystując funkcje $pnorm(x, \bar{x}, \sigma)$ w programie Mathcad i na podstawie wartości sygnału (kolor niebieski). Histogramy teoretyczny i praktyczny mają zbliżone do siebie wartości liczności n_i . Obliczona wartość testu zgodności chi-kwadrat χ^2 wynosi 1,884. Natomiast, wartość dopuszczalna testu χ^2 na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ i dla 15 klas wynosi 25, a to oznacza, że ciąg wartości ma rozkład zbliżony do normalnego.



Rys.1. Fragmenty przebiegów i eksperymentalnie wyznaczone histogramy ciągów wartości o rozkładzie Laplacea $q(n)$ (a) i o rozkładzie normalnym $v(n)$ (b).

Unormowane funkcje autokorelacji $\hat{\rho}_x$ mają model funkcji Diraca (rys. 2a, 2b). Wartość średnia gęstości widmowej mocy \bar{G}_x ciągu wartości o rozkładzie Laplacea $q(n)$ i rozkładzie normalnym $v(n)$ obliczony za pomocą zależności (2) wynosi:

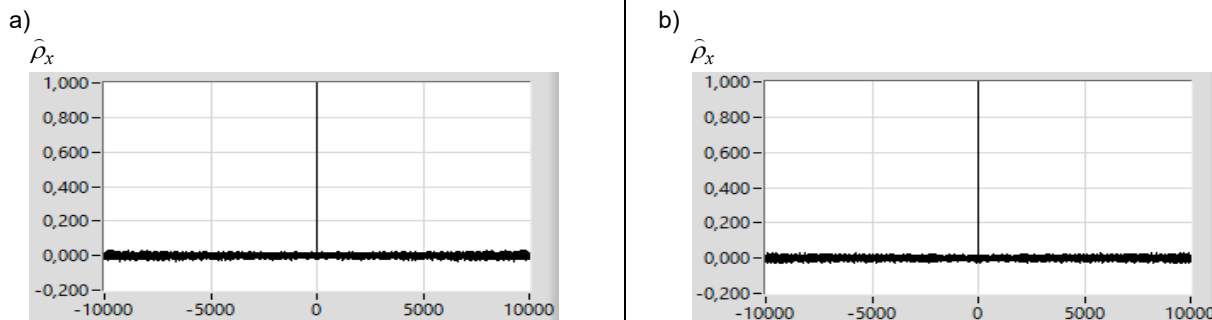
$$(2) \quad \bar{G}_x = \frac{2 \cdot \sigma_x^2}{f_p} = \frac{2 \cdot 0,02}{1} = 0,04 \text{ RMS}^2 / \text{Hz}$$

Względny błąd uśredniania odcinkowego wyznaczony za pomocą zależności (3) [9]:

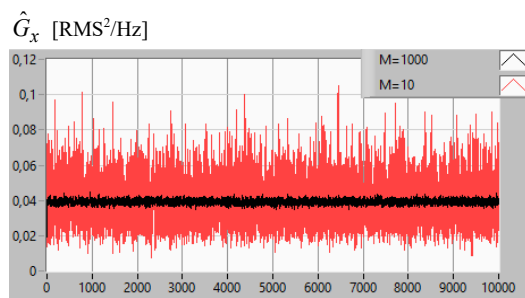
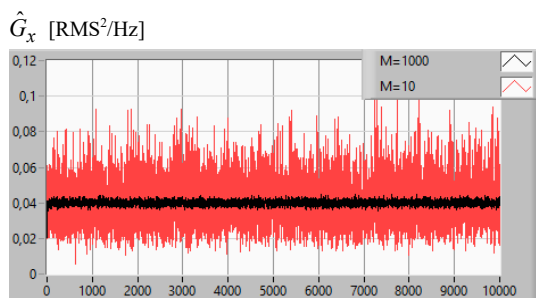
$$(3) \quad \varepsilon_r = \sqrt{1/M}$$

gdzie: M – liczba uśrednień.

Dla 10 uśrednień względny błąd ε_r wynosi 0,32, a dla 1000 uśrednień równa się 0,032, tj. zgodne z założeniami teoretycznymi.



Rys. 2. Estymowane funkcje autokorelacji sygnału pierwotnego $q(n)$ (a) i wynikowego $v(n)$ o rozkładzie normalnym (b).



Rys. 3. Estymowane charakterystyki gęstości widmowej mocy sygnału pierwotnego $q(n)$ (a) i wynikowego $v(n)$ o rozkładzie normalnym (b).

Przedstawione na rysunkach 2 i 3 charakterystyki autokorelacji i gęstości widmowej mocy przedstawiają szum nieskorelowany, który może być przetwarzany za pomocą algorytmów (cyfrowych filtrów liniowych) zestawionych w tabeli 1 w celu uzyskania określonej funkcji autokorelacji [3,4,10].

W niniejszej pracy przedstawiono przebiegi sygnałów losowych $x(t)$ o trzech modelach funkcji autokorelacji $R_x(\tau)$: trójkątnym (poz. 1 w tab. 1), wykładniczym (poz. 2 w tab. 1) i oscylacyjno-wykładniczym (poz. 3 w tab. 1).

Zastosowanie dla przebiegu $x(t)$ o dowolnym rozkładzie prawdopodobieństwa $p(x)$ algorytmów formujących z tabeli 1 spowoduje normalizację sygnału. Podobnie, jak w rzeczywistych układach po przejściu sygnału przez filtry liniowe (układy inercyjne i oscylacyjne). W celu wygładzenia charakterystyk $\hat{G}_x(f)$ sygnałów z tabeli 1 wykorzystano uśrednianie odcinkowe.

Otrzymane gęstości widmowe mocy $\hat{G}_x(f)$ charakteryzują sygnały dolnopasmowe.

Tabela 1. Cyfrowe algorytmy formowania przebiegów losowych o zadanych kształtach funkcji autokorelacji [3,4,10]

Lp.	Funkcja autokorelacji $R_x(\tau)$	Algorytm modelowania dyskretnego sygnału $x(n)$
1.	$\begin{cases} \sigma_x^2 \left(1 - \frac{ \tau }{\tau_k}\right) & \tau < \tau_k \\ 0 & \tau \geq \tau_k \end{cases}$	$a_1 \sum_{k=1}^{l_k} q(n-k)$ $a_1 = \frac{\sigma_x}{\sqrt{l_k}}, \quad l_k = \frac{\tau_k}{\Delta t}$
2.	$\sigma_x^2 e^{-\alpha \tau }$	$a_1 q(n) + b x(n-1)$ $a_1 = \sigma_x \sqrt{1 - \rho^2}, \quad b = \rho,$ $\rho = e^{-\beta}, \quad \beta = \alpha \Delta t$
3.	$\sigma_x^2 e^{-\alpha \tau } \cos \omega \tau$	$a_0 q(n) + a_1 q(n-1) + b_1 x(n-1) + b_2 x(n-2)$ $a_0 = \sigma_x \alpha = \sigma_x \sqrt{(\alpha_1 - \sqrt{\alpha_1^2 - 4\alpha_0^2})/2}$ $a_1 = \sigma_x \alpha_0 / \alpha, \quad b_1 = 2\rho \cos \gamma, \quad b_2 = -\rho^2$ $\alpha_0 = \rho(\rho^2 - 1) \cos \gamma, \quad \alpha_1 = 1 - \rho^4,$ $\rho = e^{-\beta}, \quad \beta = \alpha \Delta t, \quad \gamma = \omega \Delta t$

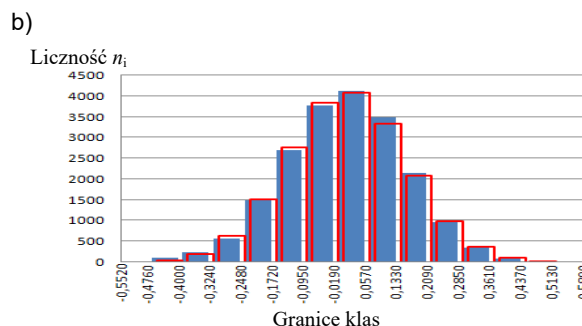
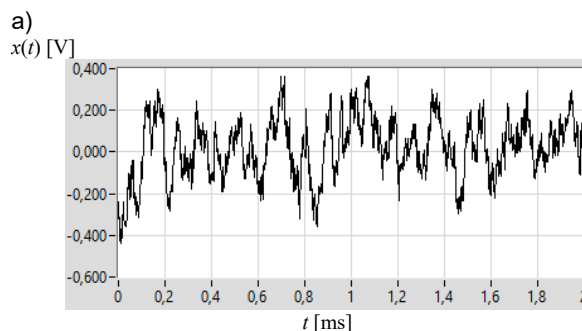
Modelowanie przebiegów losowych o trójkątnej funkcji autokorelacji

Sygnał o trójkątnej funkcji autokorelacji $\hat{\rho}_x(\tau)$ uzyskuje się po zastosowaniu algorytmu numer 1 z tabeli 1. Fragment przebiegu czasowego $x(t)$, histogram, unormowaną funkcję autokorelacji $\hat{\rho}_x(\tau)$ i gęstość widmową mocy $\hat{G}_x(f)$ takiego sygnału przedstawiono na rysunkach 4 i 5. Uzyskany sygnał $x(t)$ miał wartość średnią równą 0 i wariancję σ^2 wynoszącą $0,02 \text{ V}^2$. Parametr l_k algorytmu ustawiono na wartość 30. Wartość maksymalnego interwału korelacji τ_{km} (4) zależna jest od parametru l_k i częstotliwości próbkowania f_p :

$$(4) \quad \tau_{km} = \frac{l_k}{f_p} = \frac{30}{1000000 \text{ Hz}} = 0,03 \text{ ms}$$

Wyznaczona wartość częstotliwości pierwszego przejścia przez zero charakterystyki gęstości widmowej mocy $\hat{G}_x(f)$ uzyskana za pomocą zależności (5) wynosi:

$$(5) \quad f_0 = \frac{1}{\tau_{km}} = \frac{1}{0,03 \text{ ms}} \approx 33 \text{ kHz}$$



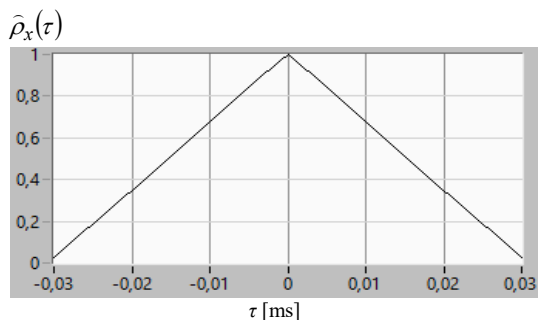
Rys. 4. Fragment przebiegu czasowego (a) i histogram (b) sygnału o trójkątnej funkcji autokorelacji.

Histogramy sygnału formowanego poprzez algorytm nr 1 z tabeli 1 wyznaczone praktycznie (kolor niebieski) i teoretycznie (kolor czerwony) mają zbliżone do siebie wartości liczności n_i . Wyznaczona wartość testu zgodności chi-kwadrat wynosi 20,74. Wartość dopuszczalna testu χ^2 na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ i dla 15 klas równa się 25. To oznacza, że sygnał ma rozkład zbliżony do normalnego.

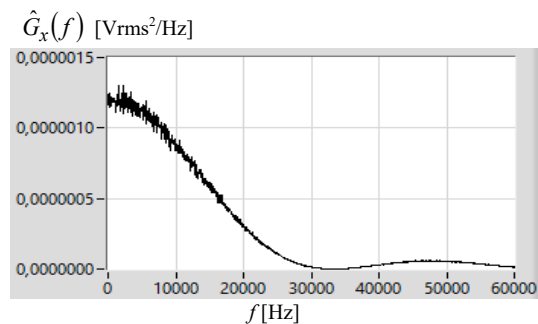
Gęstość widmowa mocy dla częstotliwości f_0 równej 0Hz wynosi:

$$(6) \quad \hat{G}_x(f_0) = 2 \cdot \sigma_x^2 \cdot \tau_{km} = 2 \cdot 0,02V^2 \cdot 0,00003s = 0,0000012V^2/Hz$$

a)



b)

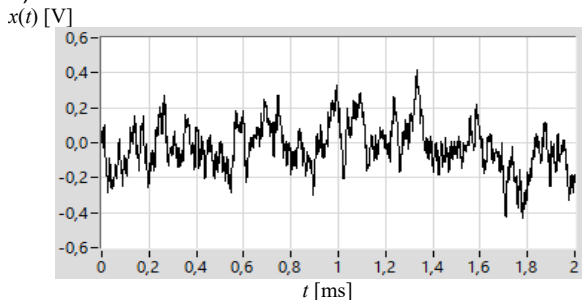


Rys. 5. Estymowana unormowana funkcja autokorelacji (a), estymowana gęstość widmowa mocy (b) sygnału o trójkątnej funkcji autokorelacji.

Modelowanie przebiegów losowych o wykładniczej funkcji autokorelacji

Przebieg $x(t)$ o wykładniczej funkcji autokorelacji $\hat{\rho}_x(\tau)$ otrzymano przy wykorzystaniu algorytmu numer 2 z tabeli 1. Modelowany sygnał wyjściowy $x(t)$ (rys. 6) miał wartość średnią 0,01 V i wariancję σ^2 wynoszącą 0,02 V².

a)



Rys. 6. Fragment przebiegu czasowego sygnału o wykładniczej funkcji autokorelacji.

Unormowaną funkcję autokorelacji $\hat{\rho}_x(\tau)$ i gęstość widmową mocy $\hat{G}_x(f)$ sygnału przedstawiono na rysunku 7. Parametr algorytmu α ustawiono na 1/30. Wartość maksymalnego interwału korelacji wynosi:

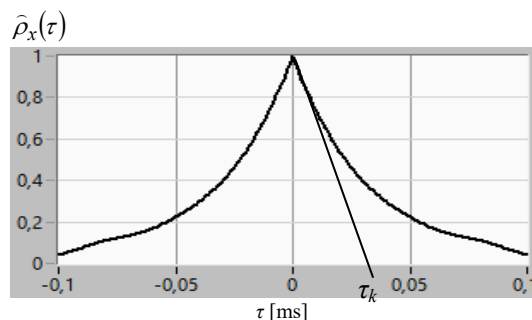
$$(7) \quad \tau_{km} = 3 \cdot \tau_k = 3 \cdot \frac{1}{\alpha \cdot f_p} = 3 \cdot \frac{1}{\frac{1}{30} \cdot 1000000 \text{ Hz}} = 0,09 \text{ ms}$$

gdzie: f_p - częstotliwość próbkowania.

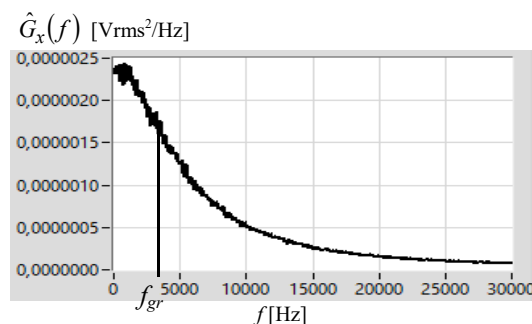
Parametr α wpływa na szerokość charakterystyki gęstości widmowej mocy $\hat{G}_x(f)$. Częstotliwość graniczna f_{gr} wynosi 3650 Hz. Gęstość widmowa mocy dla częstotliwości f_0 równej 0Hz równa się:

$$(8) \quad \hat{G}_x(f_0) = 4 \cdot \sigma_x^2 \cdot \tau_k = 2 \cdot 0,02V^2 \cdot 0,00003s = 0,0000024V^2/Hz$$

a)



b)



Rys. 7. Estymowana unormowana funkcja autokorelacji o kształcie wykładniczym (a), estymowana gęstość widmowa mocy (b).

Modelowanie przebiegów losowych o oscylacyjno-wykładniczej funkcji autokorelacji

Sygnał o oscylacyjno-wykładniczej funkcji autokorelacji $\hat{\rho}_x(\tau)$ uzyskuje się po zastosowaniu algorytmu numer 3 z tabeli 1. Fragment przebiegu czasowego $x(t)$, unormowaną funkcję autokorelacji $\hat{\rho}_x(\tau)$ i gęstość widmową mocy $\hat{G}_x(f)$ takiego sygnału przedstawiono na rysunku 8. Wygenerowany sygnał $x(t)$ miał wartość średnią równą 0,01 V i wariancję σ^2 wynoszącą 0,022 V². Parametry algorytmu α i γ ustawiono kolejno na wartości 1/30 i $\pi/30$.

Czas pierwszego przejścia przez zero funkcji autokorelacji τ_0 (rys. 8b) jest połową wartości parametru γ i wynosi ok. 0,05 ms. Zmniejszenie lub zwiększenie wartości ekstremów funkcji autokorelacji związane jest proporcjonalnie z wartością parametru α .

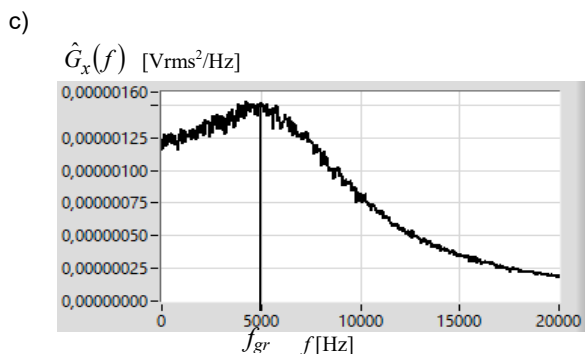
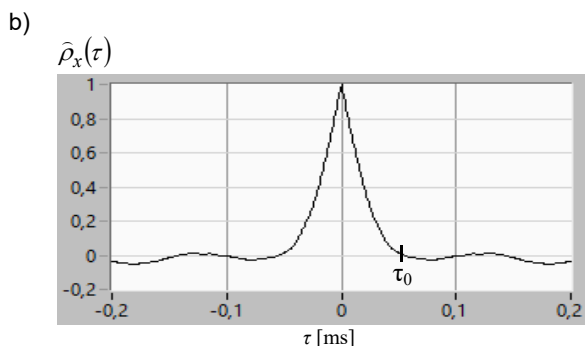
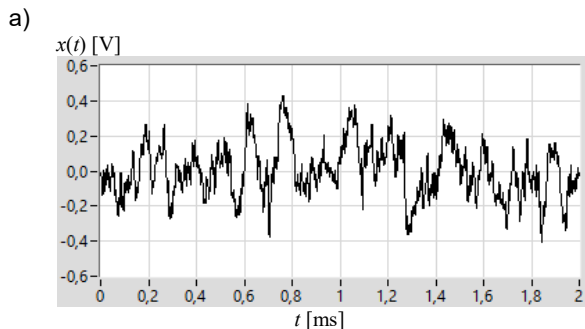
Wartość ekstremum i częstotliwości graniczna charakterystyki gęstości widmowej mocy $\hat{G}_x(f)$ zależne są

kolejno od wartości parametrów α i γ . Wartość częstotliwości f_{gr} wyznaczono według zależności:

$$(9) \quad f_{gr} = \frac{1}{4 \cdot \tau_0} = \frac{1}{4 \cdot 0,05 \text{ ms}} = 5 \text{ kHz}$$

Gęstość widmowa mocy dla częstotliwości 0Hz wynosi:

$$(10) \quad \hat{G}_x(f_0) = \sigma_x^2 \cdot \tau_0 = 0,022 \text{ V}^2 \cdot 0,05 \text{ ms} = 0,0000011 \text{ V}^2 / \text{Hz}$$



Rys. 8. Fragment przebiegu czasowego (a), estymowana unormowana funkcja autokorelacji (b) i estymowana gęstość widmowa mocy (c) sygnału o oscylacyjno-wykładniczej funkcji autokorelacji.

Elektroniczne generatory sygnałów losowych o rozkładach normalnych

W badaniach oprócz modeli symulacyjnych, realizowanych za pomocą algorytmów programowych, wykorzystywane są elektroniczne generatory sygnałów losowych. W pracy zbadano dwa generatory szumów dolnopasmowych: *RFT NRG 201 TYP 03 002* [11] i *Noisecom NC 6102 A* [12].

Badane układy elektroniczne generują sygnały normalne o funkcji autokorelacji, którą można opisać modelem:

$$(11) \quad R_x(\tau) = \sigma_x^2 \cdot \frac{\sin 2\pi B \tau}{2\pi B \tau}$$

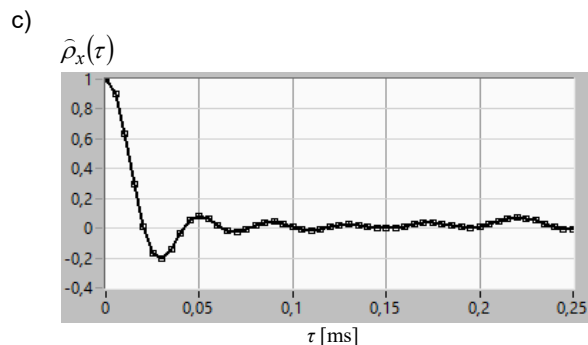
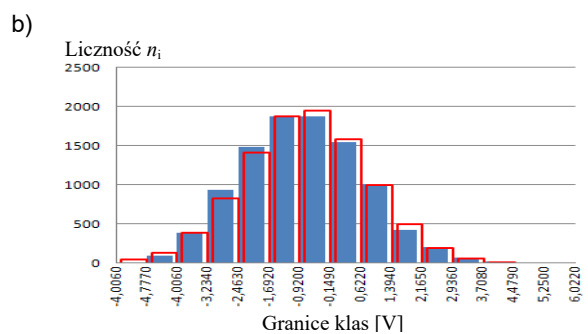
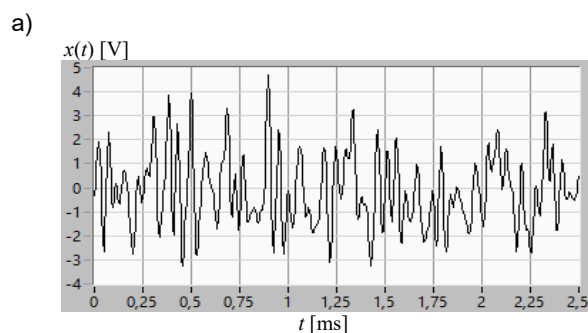
Funkcję autokorelacji (11) uzyskuje się po przejściu sygnału szerokopasmowego przez filtry dolnoprzepustowe.

Charakterystyki statystyczne sygnałów z elektronicznych generatorów szumu wyznaczono eksperymentalnie.

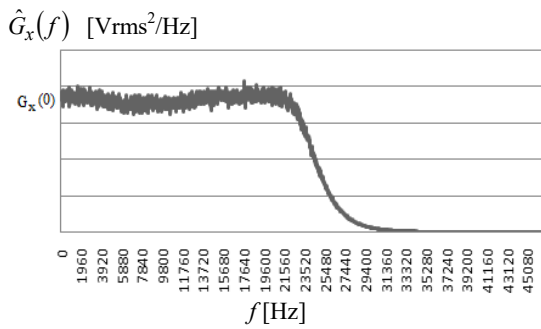
Charakterystyki statystyczne sygnału z generatora szumu dolnopasmowego RFT NRG 201 TYP 03 002

Do akwizycji sygnału z generatora szumu dolnopasmowego *RFT NRG 201 TYP 03 002* wykorzystano kartę pomiarową *NI 9222*. Sygnał próbkowano z częstotliwością $f_p = 200 \text{ kHz}$ i zebrano 10 000 próbek. Fragment przebiegu czasowego $x(t)$, histogramy i funkcję autokorelacji $\hat{\rho}_x(\tau)$ przedstawiono na rysunku 9, a gęstość widmową mocy sygnału na rysunku 10. Wygenerowany sygnał $x(t)$ miał wartość średnią równą $-0,03 \text{ V}$, a wariancja σ^2 wynosiła $2,378 \text{ V}^2$. Wartość testu zgodności chi-kwadrat wynosi 20,74. Wartość dopuszczalna testu chi-kwadrat na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ i dla 15-tu klas równa się 25. To oznacza, że sygnał ma rozkład zbliżony do normalnego.

W celu uzyskania dobrze wygładzonego przebiegu gęstości widmowej mocy $\hat{G}_x(f)$ zastosowano procedurę uśredniania odcinkowego dla 1000 uśrednień.



Rys. 9. Fragment przebiegu czasowego sygnału z generatora RFT NRG 201 TYP 03 002 (a) i jego charakterystyki: histogram (b), estymowana unormowana funkcja autokorelacji (c).



Rys. 10. Estymowana gęstość widmowa mocy sygnału z generatora RFT NRG 201 TYP 03 002.

Histogramy wyznaczone praktycznie (kolor niebieski) i teoretycznie (kolor czerwony) mają zbliżone do siebie wartości licznosci n_i . Wartość testu zgodności chi-kwadrat wynosi 20,172 co oznacza, że sygnał ma rozkład quasynormalny.

Wykorzystując gęstość widmową mocy i wartość czasu pierwszego przejścia przez zero τ_0 funkcji autokorelacji (rys. 6c) wyznaczono wartość pasma B generatora:

$$(12) \quad B = \frac{1}{2 \cdot \tau_0} = \frac{1}{2 \cdot 0,00002 \text{ s}} = 25 \text{ kHz}$$

Gęstość widmowa mocy dla częstotliwości 0 Hz wynosi:

$$(13) \quad \hat{G}_x(f_0) = \frac{\sigma_x^2}{B} = \frac{2,378 \text{ V}^2}{25 \text{ kHz}} = 0,000095 \text{ V}^2 / \text{Hz}$$

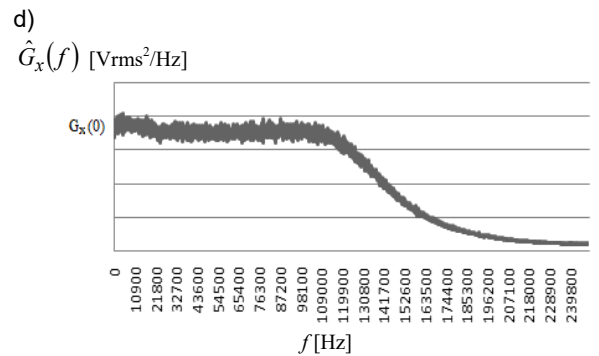
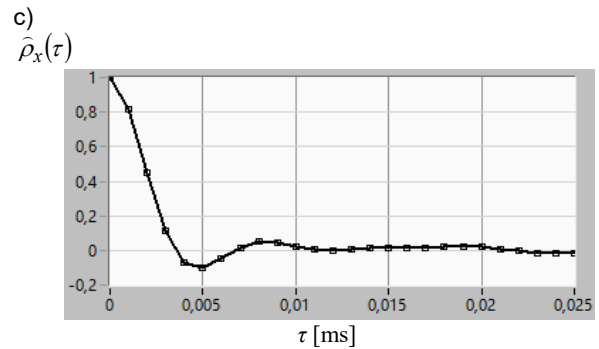
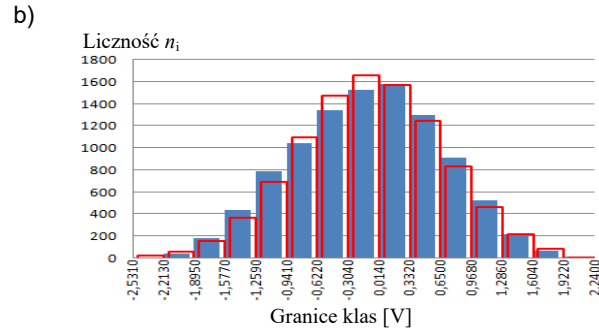
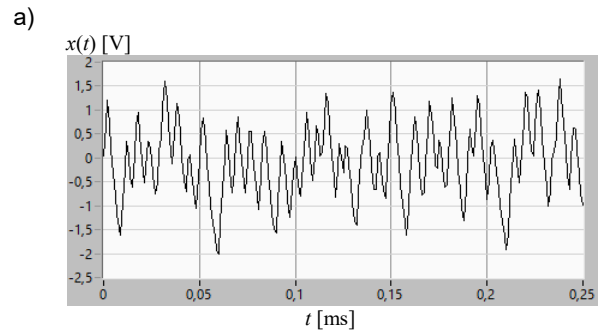
Wyznaczona wartość pasma B zgadza się z danymi katalogowymi generatora. Eksperymentalne charakterystyki gęstości widmowej mocy $\hat{G}_x(f)$, funkcji autokorelacji $\hat{\rho}_x(\tau)$ i histogramu prezentują charakterystyki generatora szumu dolnopasmowego.

Charakterystyki statystyczne sygnału z generatora szumu dolnopasmowego Noisecom NC 6102 A

Akwizycję sygnału z tego generatora przeprowadzono stosując kartę pomiarową *IOTech PersonalDAQ 3000*. Ustawiona wartość częstotliwości próbkowania wynosiła $f_p = 1 \text{ MHz}$. Przebieg czasowy $x(t)$, histogram, funkcję autokorelacji $\hat{\rho}_x(\tau)$ i gęstość widmową mocy $\hat{G}_x(f)$ sygnału przedstawiono na rysunku 11. Wygenerowany sygnał $x(t)$ miał wartość średnią równą $-0,09 \text{ V}$, a wariancja σ^2 wynosiła $0,574 \text{ V}^2$. Wartość testu zgodności chi-kwadrat wynosi 20,74. Wartość dopuszczalna testu chi-kwadrat na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ i dla 15 klas równa się 25. To oznacza, że sygnał ma rozkład zbliżony do normalnego.

Wyglądanie przebiegu gęstości widmowej mocy $\hat{G}_x(f)$ przeprowadzono podobnie jak w poprzednim przypadku stosując procedurę uśredniania odcinkowego i 1000 uśrednień.

Histogramy wyznaczone praktycznie (kolor niebieski) i teoretycznie (kolor czerwony) mają zbliżone do siebie wartości licznosci n_i . Wartość testu zgodności chi-kwadrat wynosi 6,348 co oznacza, że sygnał ma rozkład zbliżony do normalnego.



Rys. 11. Fragment przebiegu czasowego sygnału z generatora Noisecom NC 6102 A (a) i jego charakterystyki: histogram (b), Estymowana unormowana funkcja autokorelacji (c) i estymowana gęstość widmowa mocy (d).

Deklarowana przez producenta wartość częstotliwości granicznej B generatora *Noisecom NC 6102 A* wynosi 100 kHz. Gęstość widmowa mocy generatora dla częstotliwości 0 Hz wynosi:

$$(14) \quad \hat{G}_x(f_0) = \frac{\sigma_x^2}{B} = \frac{0,574 \text{ V}^2}{1 \text{ MHz}} \approx 0,0000006 \text{ V}^2 / \text{Hz}$$

Eksperymentalne charakterystyki gęstości widmowej mocy $\hat{G}_x(f)$ i funkcji autokorelacji $\hat{\rho}_x(\tau)$ przedstawiają charakterystyki generatora szumu dolnopasmowego.

Podsumowanie

W celu uzyskania sygnałów o zadanych charakterystykach skorelowania można wykorzystać algorytmy cyfrowe (filtry liniowe), na wejściu których podawany jest szum nieskorelowany. W artykule przedstawiono zbadane komputerowe modele sygnałów losowych o rozkładach normalnych i określonych kształtach funkcji autokorelacji: liniowej, wykładniczej i wykładniczo-oscylacyjnej. Do generowania przebiegów ciągu wartości (sygnałów) o zadanych rozkładach prawdopodobieństwa wykorzystywano gotowe generatory liczb losowych dostępne w środowisku LabVIEW. Charakterystyki gęstości widmowej mocy i autokorelacji sygnałów wyznaczano eksperymentalnie za pomocą algorytmów numerycznych w LabVIEW. Histogramy i testy chi-kwadrat wykonano za pomocą programu Mathcad. Charakterystyki gęstości widmowych modelowanych sygnałów są charakterystykami szumów dolnopasmowych. Kształt i wartości parametrów tych charakterystyk są zależne od parametrów algorytmów formujących sygnały.

Na podstawie przeprowadzonych badań stwierdzono, że estymowane funkcje autokorelacji oraz gęstości widmowej mocy uzyskiwane są z wystarczającą dla praktycznych zastosowań dokładnością (dla 10 uśrednień $\varepsilon_r = 0,32$, a dla 1000 uśrednień $\varepsilon_r = 0,032$), odpowiadającą założeniom teoretycznym.

Badania histogramów przebiegów czasowych sygnałów (ciągów wartości) wykazały, że sygnały wyjściowe mają rozkłady zbliżone do rozkładu normalnego. Wartości testu chi-kwadrat na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ i dla 15 klas histogramu były mniejsze niż dopuszczalna wartość, która wynosiła 25.

Prezentowano także charakterystyki sygnałów losowych z elektronicznych generatorów szumu *RFT NRG 201 TYP 03 002* i *Noisecom NC 6102 A*. Z quasi płaskich charakterystyk gęstości widmowej mocy i oscylacyjno-wykładniczych funkcji autokorelacji wynika, że są to generatory szumu dolnopasmowego. Na podstawie otrzymanych histogramów i testów chi-kwadrat można stwierdzić, że rozkłady prawdopodobieństwa sygnałów z tych generatorów są quasi-normalne.

Modele komputerowe sygnałów, jak i sygnały z elektronicznych generatorów szumu można wykorzystać w badaniach naukowych, np. w analizie statystycznych metod pomiaru opóźnienia i prędkości [3, 4, 13], w badaniach właściwości dynamicznych systemów liniowych [14-16] czy w radioizotopowych badaniach przepływów dwufazowych [17, 18]. Mogą być także przydatne przy projektowaniu układów rzeczywistych i wyznaczeniu ich parametrów.

Autor wykorzystuje ww. modele symulacyjne i sygnały fizyczne w badaniach aplikacji metod warunkowego uśredniania sygnałów w technice pomiarowej: do oceny niepewności średniej arytmetycznej, wyznaczenia opóźnienia sygnałów losowych [19, 20], oraz do wyznaczenia interwału korelacji.

Autor: mgr inż. Rafał Chorzępa, Politechnika Rzeszowska im. Ignacego Łukasiewicza, Katedra Metrologii i Systemów Diagnostycznych, ul. Wincentego Pola 2, 35-959 Rzeszów, e-mail: rchorz@prz.edu.pl.

LITERATURA

- [1] Asparuhova K., Djamiykov T., Using random signals with predefined statistical properties for the study of circuits in PSpice environment. 2014 29th International Conference on Microelectronics Proceedings - MIEL 2014, Belgrade, Serbia, 12-14 May 2014, 367-370.
- [2] Wieczorkowski R., Zieliński R., Komputerowe generatory liczb losowych. WNT, Warszawa 1997.
- [3] Hanus R., Szlachta A., Kowalczyk A., Generowanie sygnałów stochastycznych o zadanych charakterystykach statystycznych w badaniach metod estymacji czasu opóźnienia. *Pomiary Automatyka Kontrola*, 57 (2011), nr 2, 172-174.
- [4] Hanus R., Modelling of the stationary stochastic signals used in time delay and velocity measurements of solid objects. *Systems Analysis Modelling Simulation*, 40(3) (2001), 301-307.
- [5] Björck A., Dahlquist G., Metody numeryczne. PWN 1987.
- [6] https://www.ni.com/docs/en-US/bundle/labview/page/lvwave/fft_power_spec_psd.html [stan aktualny na dn: 23.05.2023]
- [7] https://www.ni.com/docs/en-US/bundle/labview/page/lvanls/power_spectrum_sxx.html [stan aktualny na dn: 23.05.2023]
- [8] https://www.ni.com/docs/en-US/bundle/labview/page/lvanlsconcepts/lvac_convert_twosided_power_spec_to_singlesided.html [stan aktualny na dn: 23.05.2023]
- [9] Bendat J.S., Piersol A.G., Random data - analysis and measurement procedures. John Wiley, New York 2010.
- [10] Bykow W.W., Cyfrowe modelowanie w statisticzeskoj radiotechnike. Sowietskoje Radio, Moskwa 1971.
- [11] Generator dolnopasmowego szumu dolnopasmowego RFT NRG 201 TYP 03 002. Instrukcja obsługi.
- [12] Noise generating instrument Noisecom NC 6102 A. User manual. Noise Com, Inc. Paramus, NJ 07652, 1999.
- [13] Kowalczyk A., Hanus R., Szlachta A., Investigation of the statistical method of time delay estimation based on conditional averaging of delayed signal. *Metrology and Measurement Systems*, 18 (2011), no. 2, 335-342.
- [14] Kowalczyk A., Klasyczna metoda wyznaczania właściwości dynamicznych systemów liniowych z wykorzystaniem warunkowego uśredniania sygnałów. *Pomiary Automatyka Kontrola*, nr 12 (2008), 820-823.
- [15] Hanus R., Zastosowanie wymuszenia szumowego do wyznaczania właściwości dynamicznych przetworników. Cześć 1: dziedzina czasu. *Elektronika* nr 6 (2008), 152-154.
- [16] Hanus R., Zastosowanie wymuszenia szumowego do wyznaczania właściwości dynamicznych przetworników. Cześć 2: dziedzina częstotliwości. *Elektronika* nr 6 (2008), 154-156.
- [17] Hanus R., Zych M., Petryka L., Swisulski D., Time delay estimation in two-phase flow investigation using the γ -ray attenuation technique. *Mathematical Problems in Engineering* 2014 (2014), 475735.
- [18] Hanus R., Badania symulacyjne wybranych statystycznych metod estymacji czasu opóźnienia sygnałów losowych. *Przegląd Elektrotechniczny* 90 (2014), nr 12, 52-55.
- [19] Chorzępa R., Zastosowanie warunkowego uśredniania do oceny niepewności średniej arytmetycznej sygnałów losowych. *Przegląd Elektrotechniczny* 97 (2021), nr 9, 67-71.
- [20] Hanus R., Kowalczyk A., Szlachta A., Chorzępa R., Application of conditional averaging to time delay estimation of random signals. *Measurement Science Review* 18 (2018), no. 4, 130-137.