

doi:10.15199/48.2023.04.39

Trajektoria kwintowa w różnicowaniu muzyki tonalnej i atonalnej

Streszczenie. W artykule przedstawiono sposób parametryzacji trajektorii kwintowej umożliwiający różnicowanie tonalnych i atonalnych utworów muzycznych. Istota pomysłu tkwi w reprezentacji treści badanego utworu w formie trajektorii kwintowej obrazującej zmienność sygnatur kwintowych w czasie. Struktura trajektorii kwintowej zależy od skali utworu muzycznego. Przeprowadzone eksperymenty pokazują, iż trajektorie kwintowe muzyki tonalnej są istotnie różne od trajektorii muzyki atonalnej. Różnicowanie muzyki tonalnej i atonalnej staje się możliwe poprzez określenie prostych parametrów trajektorii kwintowej, takich jak współrzędne środka trajektorii kwintowej, czy odległość środka trajektorii kwintowej od środka koła kwintowego. W artykule przedstawiono trajektorie kwintowe otrzymane dla wybranych utworów muzyki tonalnej i atonalnej. Zaprezentowano również wyniki eksperymentów ukazujących wyraźną odmienną rozkładów wartości badanych parametrów trajektorii kwintowych uzyskanych dla obu grup utworów.

Abstract. The article presents a tonal vs. atonal music discrimination technique. The essence of the discussed idea renders down to the representation of the content of a musical work in the form of the trajectory of fifths. The structure of the trajectory of fifths depends on the scale of the examined composition. The conducted experiments show that the trajectories of fifths corresponding to tonal music are considerably different from the trajectories representing atonal works. The differentiation of tonal and atonal music can be achieved via calculation of basic coefficients quantifying the trajectory of fifths, such as the coordinates of the center of the trajectory, or the distance of the center of the trajectory from the center of the coordinate system. The article presents examples of trajectories of fifths obtained for a selection of tonal and atonal music compositions. The plots illustrating the differences in distributions of values of the considered coefficients obtained for tonal and atonal music pieces are also presented. (*Trajectory of fifths in tonal vs. atonal music differentiation*).

Słowa kluczowe: wyszukiwanie informacji muzycznych, komputerowa analiza muzyki, analiza tonalna, wizualizacja muzyki
Keywords: music information retrieval, computational music recognition, tonal analysis, music visualization

Wstęp

Minęły już czasy, w których muzyki słuchaliśmy przede wszystkim z płyt CD. Ogromną popularnością cieszą się obecnie platformy streamingowe, za sprawą których istotnie zwiększyło się zainteresowanie komputerowymi technikami analizy utworów muzycznych. Znanych jest wiele metod obrazowania współbrzmień [1, 2] oraz modeli tonalnych ukazujących relacje pomiędzy dźwiękami, czy też akordami [3]-[7]. Metody te stanowią podstawę licznych algorytmów pozyskiwania wiedzy muzycznej [8]-[10]. Dużym zainteresowaniem cieszą się techniki automatycznej klasyfikacji gatunków muzycznych [11]-[13] oraz algorytmy określania emocji związanych z muzyką [14, 15]. Rozwiązania te coraz częściej wykorzystują zaawansowane techniki uczenia maszynowego [16]-[18], dzięki którym możliwe staje się uzyskiwanie dobrych wyników klasyfikacji nawet w przypadku danych słabej jakości. Warto zauważyć, że w tego typu rozwiązaniach wnioskowanie częstokroć oparte jest na wskaźnikach, które nie mają związku z cechami stricte muzycznymi, takimi jak np. struktura harmoniczna utworu, czy użyta skala muzyczna.

Podstawę muzyki zachodniej stanowi system tonalny, charakteryzujący się ściśle określoną hierarchią dźwięków. Dzięki swej popularności ukształtował on estetykę muzyczną wielu pokoleń słuchaczy. Pomimo obserwowanego na przestrzeni dziejów łagodzenia związków z nim zasad kompozycji (objawiającego się pojawieniem rozmaitych gatunków muzycznych, takich jak np. blues, jazz), ciągle istotną rolę w komponowaniu oraz aranżacji utworów odgrywają budujące napięcia ciężenia toniczne, stany niestabilności, a także inne rozwiązania kojarzone z istotą systemu tonalnego. System tonalny stanowi podstawę wielu algorytmów implementowanych w elektronicznych instrumentach muzycznych, np. algorytmów do rozpoznawania akordów. Powiązanie linii melodycznej z wykrytymi akordami umożliwia automatyczne tworzenie prostego akompaniamentu opartego na wcześniej przygotowanych wzorcach.

W muzyce poważnej XX wieku obserwujemy swoisty trend poszukiwania coraz to nowych środków wyrazu, nierzadko kwestionujących jej fundamenty. Można w nim

upatrywać źródeł tzw. muzyki atonalnej, charakteryzującej się odrzuceniem zasad hierarchii tonalnej. W tego typu twórczości wszystkie dźwięki dwunastostopniowej skali są równoprawne. Należy podkreślić, iż brak centrum tonalnego i wzajemnego powiązania akordów cechuje nie tylko muzykę dodekafoniczną, której prekursorem był Arnold Schönberg i jego uczniowie (Alban Berg, Anton Webern), ale także inne odmiany muzyki, np. kojarzone z jazzem (Anthony Braxton, Cecil Taylor, itd.).

Celem artykułu jest zaprezentowanie prostej metody różnicowania muzyki tonalnej i atonalnej, tudzież utworów skomponowanych w odmiennych skalach muzycznych, opierając się na parametryzacji trajektorii kwintowej. Zaproponowane parametry mogą znaleźć zastosowanie w rozmaitych procesach klasyfikacji muzyki, np. klasyfikacji gatunków muzycznych.

Podstawy teoretyczne

Interesującą formą reprezentacji treści utworów muzycznych, silnie powiązaną z ich aspektami muzycznymi, jest trajektoria kwintowa [19]. Obrazuje ona sekwencję sygnatur kwintowych skojarzonych z następującymi po sobie próbkami utworu [20]. Warto w tym miejscu nadmienić, iż sygnaturę kwintową można wykorzystać do algorytmicznego określania znaków przykluczowych, czy tonacji utworu [21, 22]. Odpowiednia parametryzacja zmienności sygnatury kwintowej w obrębie badanego utworu pozwala na wyciąganie wniosków o jego strukturze harmonicznnej [19]. Trajektoria kwintowa może być źródłem cech wykorzystywanych w rozmaitych procesach klasyfikacji utworów muzycznych [12].

Pojęcia związane z sygnaturą kwintową oraz trajektoria kwintową szerzej omówiono w pracach [12, 21]. W niniejszym artykule koncepcje te zostaną przedstawione w sposób skrótowy i w oparciu o dość prosty przykład.

Trajektoria kwintowa tworzona jest z tzw. punktów charakterystycznych sygnatur kwintowych odpowiadających kolejnym odcinkom czasowym analizowanego utworu. Sygnatura kwintowa przedstawiana jest na planie koła kwintowego w formie wektorów reprezentujących „wagi” każdego z dwunastu dźwięków. Początki wektorów

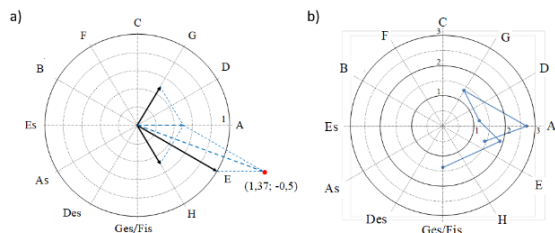
osadzone są w środku koła kwintowego, natomiast ich zwroty wskazują odpowiednie dźwięki skojarzone z tymże kołem. Długości wektorów tworzących sygnaturę kwintową mogą być wyznaczane poprzez zliczanie wystąpień poszczególnych dźwięków w danym odcinku czasowym utworu albo poprzez sumowanie czasów ich trwania. W obu przypadkach długości wektorów określone są z założoną rozdzielczością analizy oraz podlegają normalizacji. Punkt charakterystyczny sygnatury kwintowej wskazywany jest przez wektor polarny uzyskany w wyniku zsumowania wszystkich normalizowanych wektorów składowych sygnatury kwintowej.

Rozważmy przedstawiony na Rys. 1 fragment pieśni „Na rzece” F. Schuberta (cztery pierwsze takty), ze zbioru Winterreise, op. 89. Wyznamy odpowiadającą mu trajektorię kwintową, zakładając ćwierćnutową rozdzielczość analizy. Dla uproszczenia przyjmijmy, iż liczba punktów tworzonej trajektorii będzie równa liczbie ćwierćnutowych odcinków czasowych wypełniających badany fragment utworu. Sygnatury kwintowe odpowiadające kolejnym punktom trajektorii kwintowej otrzymamy zliczając w każdym z analizowanych odcinków czasowych.



Rys. 1. Fragment pieśni Franciszka Schuberta (Auf dem Flusse).

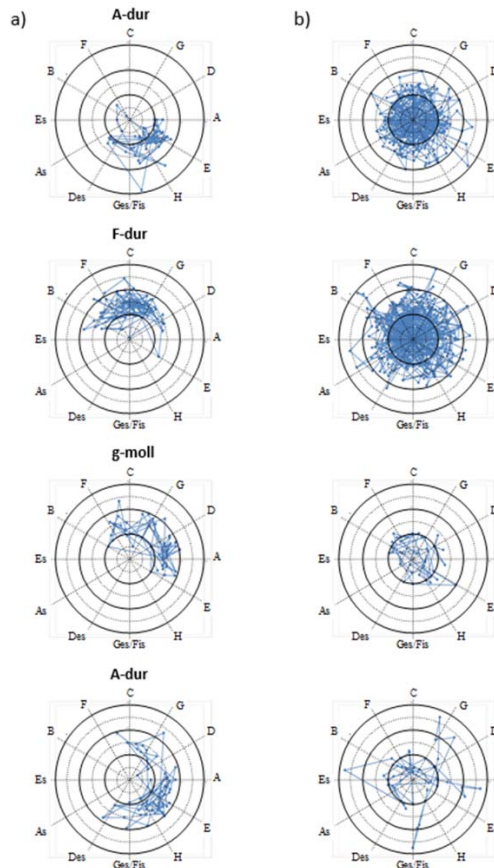
I tak dla pierwszej ćwierćnutowej próbki, zawierającej 4 ósemki (e, h, e^1, g^1), uzyskujemy sygnaturę kwintową składającą się z trzech wektorów skojarzonych z dźwiękami: G, E, H. Przedstawiono ją na Rys. 2a. Widzimy, iż wektor skojarzony z dźwiękiem E jest dwukrotnie dłuższy od wektorów skojarzonych z dźwiękami G i H (ze względu na obecność dwóch dźwięków E, tzn. e oraz e^1). Sumując wektory tworzące sygnaturę kwintową znajdujemy punkt charakterystyczny sygnatury kwintowej o współrzędnych (1,37;-0,5). Na Rys. 2a punkt ten wyróżniono kolorem czerwonym. Wyznaczając w analogiczny sposób punkty charakterystyczne kolejnych sygnatur kwintowych uzyskujemy 6-punktową trajektorię kwintową przedstawioną na Rys. 2b.



Rys. 2. Sygnatura kwintowa reprezentująca pierwszą ćwierćnutową próbkę fragmentu utworu z Rys. 1 wraz z odpowiadającym jej punktem charakterystycznym (a) oraz ćwierćnutowa trajektoria kwintowa odpowiadająca całemu fragmentowi utworu z Rys. 1.

Okazuje się, że układ punktów trajektorii kwintowej jest ściśle powiązany z tonacją utworu tudzież jego strukturą harmoniczną, co można wykorzystać w procesie klasyfikacji gatunków muzycznych [12, 19, 23]. Przykłady trajektorii kwintowych uzyskanych dla wybranych utworów F. Schuberta, skomponowanych w różnych tonacjach, przedstawiono na Rys. 3a. Każdą z trajektorii opisano odpowiadającą jej tonacją. Na rysunku 4b zobrazowano

natomiast przykładowe trajektorie kwintowe otrzymane dla wybranych utworów atonalnych A. Schönberga. Zarówno w przypadku kompozycji F. Schuberta, jak i A. Schönberga trajektorie wyznaczone zostały dla całych utworów, przy założeniu ćwierćnutowej rozdzielczości analizy oraz obliczania współrzędnych punktów charakterystycznych sygnatur kwintowych poprzez zliczanie wystąpień poszczególnych dźwięków.



Rys. 3. Trajektorie kwintowe przykładowych utworów: a) F. Schuberta (muzyka tonalna – różne tonacje), b) A. Schönberga (muzyka atonalna).

Jak łatwo zauważyć, przedstawione na Rys. 3 trajektorie kwintowe są dość zróżnicowane pod względem liczby tworzących je punktów. Wynika to oczywiście z różnych długości analizowanych utworów. Warto jednak nadmienić, iż zwykle porównywane są cząstkowe trajektorie kwintowe, składające się z tej samej liczby punktów [19], np. wydzielonych z początku albo środka pełnej trajektorii.

Wybrane parametry trajektorii kwintowej umożliwiające różnicowanie muzyki tonalnej i atonalnej

Pozyskiwanie informacji muzycznych (ang. MIR – Music Information Retrieval) w oparciu o trajektorię kwintową wiąże się wyznaczeniem odpowiednich jej parametrów [19]. Z punktu widzenia różnicowania muzyki tonalnej i atonalnej ważne jest przede wszystkim określenie współrzędnych punktu centralnego trajektorii kwintowej oraz jego odległości od środka układu współrzędnych (a tym samym odległości od środka koła kwintowego).

Jak łatwo dostrzec na Rys. 3, układ punktów trajektorii kwintowej zależy od skali muzycznej oraz tonacji analizowanego utworu. W przypadku muzyki tonalnej widzimy, iż punkty trajektorii zlokalizowane są tylko w niektórych sektorach koła kwintowego. Dla utworów atonalnych wyraźny jest natomiast efekt rozproszenia punktów trajektorii po wszystkich sektorach koła. Układ

punktów w kole kwintowym można scharakteryzować liczbowo poprzez wyznaczenie odpowiednich współczynników trajektorii kwintowej.

Niech trajektoria kwintowa składa się N -punktów o współrzędnych $[x(i), y(i)]$, $i=1,2,\dots,N$. Współrzędne środka trajektorii (X_C, Y_C) można wyznaczyć w następujący sposób (1):

$$(1) \quad X_C = \frac{\sum_{i=1}^N x(i)}{N} \quad Y_C = \frac{\sum_{i=1}^N y(i)}{N}$$

Przesunięcie punktu (X_C, Y_C) względem środka wykresu (a tym samym środka koła kwintowego) określić możemy zgodnie z zależnością (2):

$$(2) \quad R_{(0-C)} = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2}$$

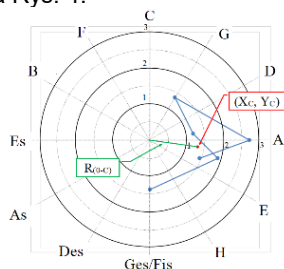
Wartości współrzędnych (X_C, Y_C) oraz parametru $R_{(0-C)}$ uzyskane dla trajektorii z Rys. 2b są następujące:

$$X_C = \frac{1,37 + 2,73 + 0,68 + 1,18 + 1,86 + 0}{6} = 1,30$$

$$Y_C = \frac{-0,5 + 0 + 1,18 + 0,18 - 0,5 - 1,36}{6} = -0,17$$

$$R_{(0-C)} = \sqrt{(1,30)^2 + (-0,17)^2} = 1,31$$

Środek trajektorii kwintowej przedstawionej na rysunku 2b wraz z odcinkiem reprezentującym parametr $R_{(0-C)}$ zobrazowano na Rys. 4.

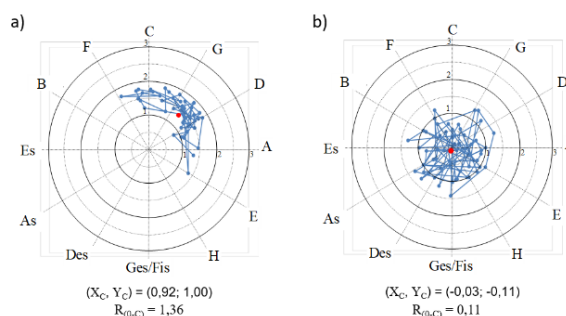


Rys. 4. Ćwierćnotowa trajektoria kwintowa fragmentu utworu przedstawionego na Rys. 1 wraz z przykładowymi jej parametrami, gdzie: (X_C, Y_C) - współrzędne środka trajektorii kwintowej, $R_{(0-C)}$ - odległość środka trajektorii kwintowej od środka układu współrzędnych.

Wartość parametru $R_{(0-C)}$ jest silnie powiązana ze skalą utworu. Układ dźwięków w kole kwintowym sprawia, że dźwięki gamowłaściwe zawsze znajdują się w jednej połowie koła, np. dla gamy G-dur, która obejmuje dźwięki G-A-H-C-D-E-Fis-G, zlokalizowane są one w prawej jego części oraz na osi C-Fis. Analogiczne „powiązania” dźwięków zaobserwować możemy dla wszystkich możliwych tonacji. Konsekwencją takiego uporządkowania dźwięków są wydatne przesunięcia centrów trajektorii kwintowych wyznaczonych dla utworów skomponowanych w różnych tonacjach względem środka układu współrzędnych - większość punktów zlokalizowana jest w części koła skojarzonej z dźwiękami gamowłaściwymi, które stanowią istotę określonej tonacji. Wyraźnie pokazuje to Rys. 3a. Na przykład, dla utworu w tonacji A-dur większość punktów trajektorii znajduje się w ćwiartce koła kwintowego obejmującej dźwięki D, A, E, H, z kolei w przypadku tonacji F-dur większość punktów trajektorii zlokalizowana jest w ćwiartce skojarzonej z dźwiękami B, F, C, G. Sytuacja wygląda odmiennie dla utworów muzyki atonalnej (Rys. 3b), kiedy to punkty trajektorii kwintowej rozproszone są po wszystkich sektorach koła kwintowego, a odległość środka trajektorii od środka układu współrzędnych jest wydatnie mniejsza.

Wizualne różnice pomiędzy trajektoriami uzyskanymi dla muzyki tonalnej i atonalnej można odzwierciedlić za pomocą odpowiednich współczynników trajektorii

kwintowej. Rozważmy przypadek dwóch 64-punktowych trajektorii kwintowych uzyskanych dla podobnych rytmicznie utworów (Rys. 5), przy założeniu ćwierćnotowej rozdzielczości analizy oraz wyznaczania sygnatur kwintowych poprzez zliczenie wystąpień poszczególnych dźwięków. Na Rys. 5a przedstawiono trajektorię kwintową wybranego utworu F. Schuberta (muzyka tonalna), natomiast na Rys. 5b trajektorię przykładowej kompozycji A. Schönberga (muzyka atonalna). Czerwonym kolorem wyróżniono obliczone, zgodnie ze wzorem (1), środki trajektorii kwintowych. Wykresy uzupełniono współrzędnymi środków trajektorii kwintowych oraz wartościami współczynnika $R_{(0-C)}$.



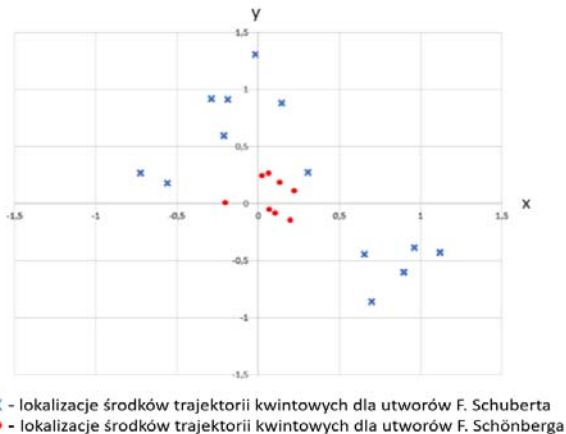
Rys. 5. Trajektoria kwintowa uzyskana dla przykładowego utworu: a) tonalnego F. Schuberta, b) atonalnego A. Schönberga.

Wyniki eksperymentów

W celu sprawdzenia możliwości różnicowania muzyki tonalnej i atonalnej w oparciu o parametryzację trajektorii kwintowej, przeprowadzono eksperymenty na wybranych utworach muzyki poważnej - 13 pieśniach ze zbioru Winterreise F. Schuberta oraz 8 utworach fortepianowych A. Schönberga, pioniera atonalności. Wszystkie z rozważanych utworów skomponowane były w metrach ćwierćnotowych (2/4, 3/4, albo 4/4). W przypadku utworów F. Schuberta wybrano tylko te pieśni, które w całości skomponowano w jednej tonacji. Wykorzystane w eksperymentach pliki MIDI zaczerpnięto z ogólnodostępnych zbiorów muzycznych [24, 25]. Dla każdego z utworów wyznaczono trajektorię kwintową zakładając ćwierćnotową rozdzielczość analizy. Następnie obliczono współrzędne środka trajektorii oraz jego odległość od środka układu współrzędnych. Eksperymenty przeprowadzono na całych utworach. Warto podkreślić, iż zarówno w jednej, jak i drugiej grupie utworów zależność wartości rozpatrywanych parametrów od długości analizowanych fragmentów była pomijalna. Oczywiście nie dotyczy to przypadków analizy bardzo krótkich fragmentów.

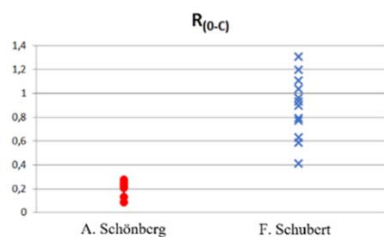
Na Rys. 6 przedstawiono lokalizacje środków trajektorii kwintowych otrzymanych dla wszystkich analizowanych utworów. Kolorem niebieskim wyróżniono lokalizacje środków trajektorii odpowiadających utworom F. Schuberta, z kolei kolorem czerwonym oznaczono lokalizacje środków trajektorii obliczonych dla kompozycji atonalnych A. Schönberga. Uwagę zwraca wydatne skupienie oraz względnie mała odległość od środka układu współrzędnych punktów reprezentujących środki trajektorii kwintowych uzyskanych dla utworów muzyki atonalnej. Wynika to z charakterystycznego dla tego typu muzyki równoprawnego stosowania wszystkich dźwięków. W przypadku muzyki tonalnej F. Schuberta, punkty reprezentujące środki trajektorii kwintowych są znacznie bardziej rozproszone. Ma to związek z charakterystycznymi tonacjami poszczególnych utworów - większa odległość środka trajektorii kwintowej od środka układu współrzędnych wiąże się z usytuowaniem większości punktów trajektorii

kwintowej w ściśle określonej części (połowie) koła, co uznać można za charakterystyczną cechę muzyki tonalnej.



Rys. 6. Zestawienie lokalizacji środków trajektorii kwintowych uzyskanych dla badanych utworów F. Schuberta i A. Schönberga.

Oprócz współrzędnych środka trajektorii kwintowej, wskaźnikiem, który dobrze różnicuje muzykę tonalną i atonalną jest odległość środka trajektorii kwintowej od środka układu współrzędnych ($R_{(0-C)}$). Pomimo iż wskaźnik ten nie niesie żadnej informacji na temat tonacji utworów, pozwala na bardzo wyraźną separację muzyki tonalnej i atonalnej. Wartości współczynnika $R_{(0-C)}$ uzyskane dla analizowanych utworów F. Schuberta i A. Schönberga przedstawiono na Rys. 7.



Rys. 7. Zestawienie wartości współczynnika $R_{(0-C)}$ uzyskanych dla przykładowych utworów F. Schuberta (muzyka tonalna) i A. Schönberga (muzyka atonalna).

W przypadku utworów muzyki tonalnej wartości współczynnika $R_{(0-C)}$ zawierają się przedziale $\langle 0,41; 1,31 \rangle$. Zakres zmienności współczynnika $R_{(0-C)}$ dla utworów muzyki atonalnej opisuje natomiast przedział $\langle 0,08; 0,27 \rangle$. Wyraźne jest zatem znaczne wzajemne przesunięcie rozkładów wartości $R_{(0-C)}$ uzyskanych dla muzyki tonalnej i atonalnej.

Podsumowanie

Przedstawiony w artykule sposób różnicowania muzyki tonalnej i atonalnej stanowi przykład wykorzystania trajektorii kwintowej jako narzędzia umożliwiającego pozyskiwanie wiedzy muzycznej. Wyniki przeprowadzonych eksperymentów pokazują, iż w oparciu o nieskomplikowaną parametryzację trajektorii kwintowej możliwe staje się różnicowanie tonalności utworów muzycznych.

Odległość środka trajektorii kwintowej od środka koła kwintowego to wskaźnik, który wydatnie separuje utwory muzyki tonalnej i atonalnej. Wraz z innymi wskaźnikami trajektorii kwintowej, np. długością, czy powierzchnią trajektorii kwintowej, może stanowić cenne uzupełnienie zbiorów wskaźników/cech wykorzystywanych w procesach klasyfikacji utworów muzycznych [18]. Warto w tym miejscu podkreślić muzyczną konotację tego wskaźnika, tj. jego związek z koncepcją koła kwintowego.

Praca częściowo finansowana ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

Autorzy: Michalina Kania, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, e-mail: michalina.kania1@edu.uekat.pl; dr inż. Tomasz Łukaszewicz, Politechnika Śląska, Wydział Automatyki, Elektroniki i Informatyki, ul. Akademicka 16, 44-100 Gliwice, e-mail: tomasz.lukaszewicz@polsl.pl; prof. dr hab. inż. Dariusz Kania, Politechnika Śląska, Wydział Automatyki, Elektroniki i Informatyki, ul. Akademicka 16, 44-100 Gliwice, e-mail: dkania@polsl.pl

LITERATURA

- [1] Grekow J., Metoda transformowania muzyki w figury 3D, *Przegląd Elektrotechniczny*, 89(11), (2013), 327-329
- [2] Grekow J.: Metoda transformowania muzyki w figury 4D, *Przegląd Elektrotechniczny*, 91(4), (2015), 159-162
- [3] Chew E., Towards a Mathematical Model of Tonality, Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2000
- [4] Chew E., Out of the Grid and Into the Spiral: Geometric Interpretations of and Comparisons with the Spiral-Array Model, *Computing in Musicology*, 15, (2008), 51-72.
- [5] Longuet-Higgins H.C., Letter to a musical friend, *The Music Review*, 23, 244, 1962
- [6] Longuet-Higgins, H.C., Second letter to a musical friend, *The Music Review*, 23, 280, 1962
- [7] Shepard R.: Geometrical approximations to the structure of musical pitch, *Psychological Review*, 89, (1982), 305-333
- [8] Chen T-P., Su L., Functional harmony recognition of symbolic music data with multi-task recurrent neural networks, *19th ISMIR Conference*, Paris, France, (2018), 90-97
- [9] Jacoby N., Tishby N., Tymoczko D., An information theoretic approach to chord categorization and functional harmony, *Journal of New Music Research*, 44(3), (2015), 219-244
- [10] Ntalampiras, S., A novel holistic modeling approach for generalized sound recognition. *IEEE Signal Processing Letters*, 20, 2, (2013), 185-188
- [11] Burred, J.J., Hierarchical approach to automatic musical genre classification, *Journal of the Audio Engineering Society*, 52(7/8), (2014), 724-739
- [12] Łukaszewicz T., Kania D., A Music Classification Approach based on the Trajectory of Fifths, *IEEE Access*, Vol. 10, (2022), 73494 - 73502
- [13] Weiß C., Brand F., Müller M., Mid-level Chord Transition Features for Musical Style Analysis, *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP 2019*, 12-17 May, Brighton, United Kingdom, (2019)
- [14] Grekow J., Musical performance analysis in terms of emotions it evokes. *Journal of Intelligent Information Systems*, 51(4), (2018), 415-437
- [15] Yang S., Reed C., Chew E., Barthet M., Examining emotion perception agreement in live music performance, *IEEE Transactions on Affective Computing*, (2021), 1-17
- [16] Dawson M.: Connectionist Representations of Tonal Music: Discovering Musical Patterns by Interpreting Artificial Neural Networks, AU Press, Athabasca University, 2018
- [17] Korzeniowski F., Widmer G., End-to-end musical key estimation using a convolutional neural network, *25th European Signal Processing Conference*, (2017), 966-970
- [18] Zhou X.-H., Lerch A., Chord Detection Using Deep Learning, *Proceedings of ISMIR 2015*, Malaga, (2015), 52-58
- [19] Kania D., Kania P., Łukaszewicz T., Trajectory of fifths in music data mining, *IEEE Access*, Vol. 9, (2021), 8751 - 8761
- [20] Kania P., Kania D., Sygnatura utworu w procesie reprezentacji i analizy treści utworu muzycznego, *Przegląd Elektrotechniczny*, 94(4), (2018), 196-200.
- [21] Kania D., Kania P.: A key-finding algorithm based on music signature, *Archives of Acoustics*, 44(3), (2019), 447-457
- [22] Kania P., Kania D., Łukaszewicz T., A hardware-oriented algorithm for real-time music key signature recognition, *Applied Sciences, Computing and Artificial Intelligence*, 11, 8753, (2021), 1-16
- [23] Kania M., Kania, D., Trajektoria kwintowa – dwuwymiarowa reprezentacja muzyki, *Przegląd Elektrotechniczny*, 98(6), (2022), 70-73.
- [24] www.kunstderfuge.com/schonberg.htm
- [25] <https://zenodo.org/record/4122060#.YvY4YXZByUk>