

doi:10.15199/48.2023.04.02

## Drgające układy współrzędnych w sterowaniu trójfazowymi przekształtnikami sieciowymi

**Streszczenie.** Zastosowanie drgającego układu współrzędnych w sterowaniu trójfazowym przekształtnikiem sieciowym upraszcza układ regulacji prądu, gdy występuje konieczność generacji wyższych harmonicznych prądu. Taka sytuacja może wystąpić w specyficznym przypadku sterowania prostownikiem aktywnym pracującym z jednostkowym współczynnikiem mocy. Kolejnym, bardziej popularnym przykładem jest sterowanie energetycznym filtrem aktywnym. W pracy przedstawiono założenia teoretyczne transformacji do drgającego układu współrzędnych, a także zaprezentowano wyniki eksperymentalne pracy przekształtnika sieciowego w omawianych przypadkach.

**Abstract.** The use of vibrating reference frame transformation in the control of three-phase grid-connected converters simplifies current controller, if high harmonics generation is required. Such a situation may occur in a case of a specific control of an active rectifier, that operates with unity power factor. Another, more popular case is control of an active power filter. This paper presents theoretical assumptions of a vibrating reference frame transformation, as well as experimental results of the grid-connected converter operation for mentioned cases. (**Vibrating coordinate systems in the control of three-phase grid-connected converters**).

**Słowa kluczowe:** drgający układ współrzędnych, przekształtniki AC/DC, prostownik aktywny, energetyczny filtr aktywny.

**Keywords:** vibrating reference frame, AC/DC converters, active rectifier, active power filter.

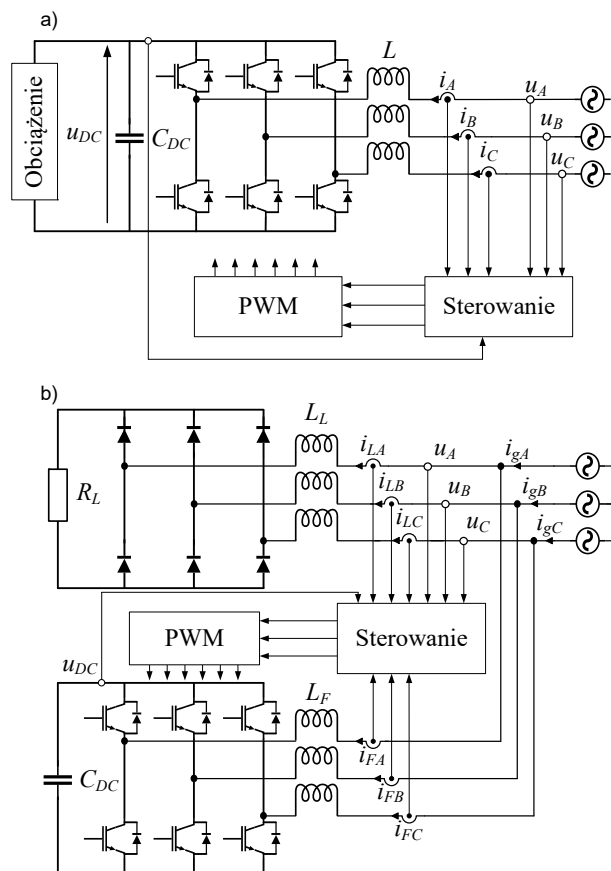
### Wstęp

Trójfazowe przekształtniki sieciowe są powszechnie stosowane w systemie elektroenergetycznym, zarówno w celach przekształcania energii, jak również w celu poprawy jakości energii elektrycznej, nierzadko łącząc obie te funkcje. W związku z tym, poszukiwanie metod sterowania zapewniających zakładaną funkcjonalność układów przekształtnikowych oraz wysoką jakość energii elektrycznej jest obecnie ważnym zagadnieniem badawczym, zwłaszcza w kontekście pracy z odkształconym napięciem linii zasilającej. Wówczas transfer energii między obwodem DC przekształtnika a siecią zasilającą za pomocą wyłącznie składowej zgodnej podstawowej harmonicznej prądu nie jest jedyną możliwą opcją.

W przypadku asymetrii napięcia, rozpatrywanych w literaturze scenariuszem jest utrzymywanie pewnej asymetrii prądu poprzez zadawanie składowej przeciwniej w zależności od trybu pracy (prostownikowa lub falownikowa). W tym celu stosuje się m.in. metody wykorzystujące podwójne synchroniczne układy współrzędnych (*ang. double synchronous reference frame*) [1], [2], regulatory proporcjonalno-rezonansowe (PR) [3], [4], a także człony oscylacyjne w regulatorze stanu [5], czy niekarterjańskie układy współrzędnych [6]. Co więcej, w przypadku odkształcenia napięcia przez harmoniczne, możliwy jest transfer energii z wykorzystaniem harmonicznych, np. w taki sposób, aby utrzymywać jednostkowy współczynnik mocy definiowany jako stosunek mocy czynnej  $P$  do mocy pozornej  $S$ , co można uzyskać stosując regulatory PR [7], [8], jak również drgający układ współrzędnych [9] (*ang. vibrating reference frame*).

Kolejną grupę urządzeń stanowią energetyczne filtry aktywne, które ze względu na charakter regulowanego prądu stanowią naturalny obszar zastosowania drgającego układu współrzędnych [10] stanowiącego alternatywę dla wielokrotnie synchronicznego układu współrzędnych (*ang. multiple synchronous referenece frame*) [11] czy regulatorów rezonansowych [12]. Warto zaznaczyć, że zaproponowana transformacja może być wykorzystana niezależnie od metody wyznaczania zadanego prądu filtru tj. w układzie ze sterowaniem otwartym od prądu obciążenia [13], czy w układzie zamkniętym ze sprzężeniem od prądu linii zasilającej [14].

W artykule przedstawiono przykłady wykorzystania drgającego układu współrzędnych w sterowaniu trójfazowym przekształtnikiem sieciowym pracującym jako prostownik aktywny oraz energetyczny filtr aktywny, z wykorzystaniem obwodów zaprezentowanych na rysunku 1. Zaprezentowano postać transformacji ze stacjonarnego układu współrzędnych do układu drgającego, a także postać transformacji odwrotnej. Przedstawiono wybrane wyniki symulacji komputerowych oraz eksperymentu na stanowisku laboratoryjnym.



Rys. 1. a) Schemat trójfazowego prostownika aktywnego, b) schemat trójfazowego energetycznego filtra aktywnego.

## Przekształcenia układów współrzędnych

Opisywana transformacja polega na znalezieniu takiego układu współrzędnych, w którym wektor poruszający się po nieregularnej trajektorii w układzie stacjonarnym  $\alpha\beta$ , w nowym układzie współrzędnych będzie poruszał się po okręgu, co można opisać równaniem (1)

$$(1) \quad \begin{bmatrix} x'_\alpha \\ x'_\beta \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{base} \cos(\omega t) \\ X_{base} \sin(\omega t) \end{bmatrix},$$

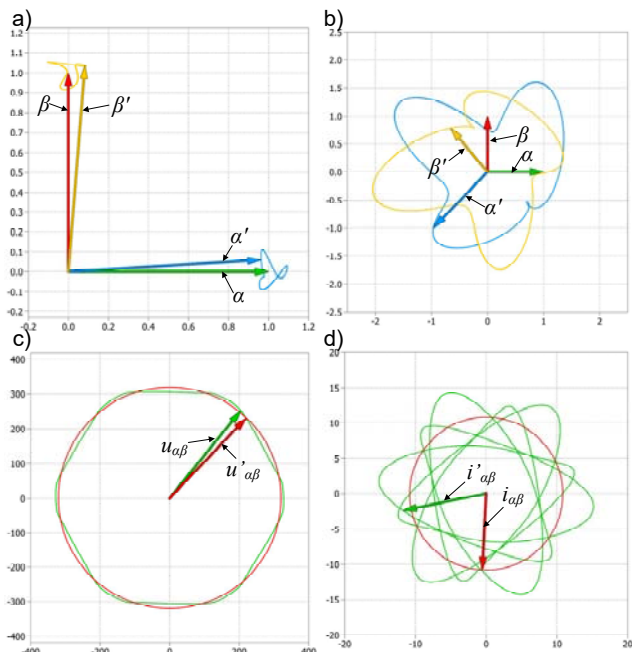
w którym  $x_{\alpha\beta}$  – wektor w stacjonarnym układzie  $\alpha\beta$  zawierający potencjalnie zarówno składową przeciwną podstawowej harmonicznej jak i wyższe harmoniczne,  $x'_{\alpha\beta}$  – wektor w drgającym układzie współrzędnych,  $\mathbf{T}$  – macierz transformacji,  $X_{base}$  – długość wektora w drgającym układzie współrzędnych,  $\omega$  – pulsacja,  $t$  – czas.

Warto zwrócić uwagę na fakt, iż transformacja odwrotna nie może być zrealizowana przez odwrócenie macierzy  $\mathbf{T}$ , ze względu na fizykę obiektu regulacji, którym jest indukcyjny filtr sieciowy w postaci dławika. Głównym celem układu regulacji jest wypracowanie tej części sygnału sterującego, która odpowiada za spadek napięcia na indukcyjności dławika, przy założeniu, że pomiar napięcia linii zasilającej wykorzystywany jest jako sprzężenie w przód (*ang. feedforward*). A zatem transformacja odwrotna musi spełniać równanie (2).

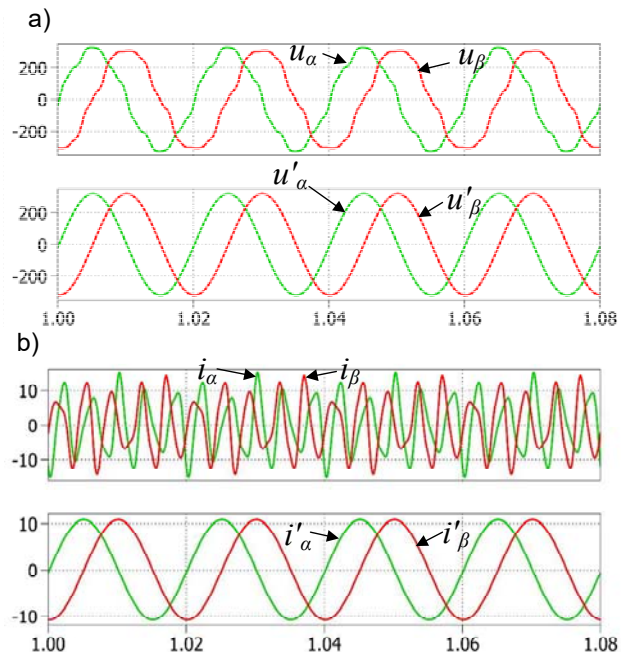
$$(2) \quad \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x'_\alpha \\ x'_\beta \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{inv} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix},$$

Korzystając z równania (42) przedstawionego w [8], macierz transformacji  $\mathbf{T}_{AR}$  dla sterowania prostownikiem aktywnym pracującym z jednostkowym współczynnikiem mocy, zakładając symetryczne napięcie, można opisać za pomocą równania (3)

$$(3) \quad \mathbf{T}_{AR} = \frac{U_{base}}{|u_{1\alpha}(u_{\alpha\beta}^q - u_{\alpha\beta}^q) - u_{1\beta}u_\beta|} \begin{bmatrix} u_{1\alpha}u_\beta^q - u_{1\beta}u_\alpha & -u_{1\alpha}u_\alpha^q + u_{1\beta}u_\alpha \\ u_{1\alpha}u_\beta + u_{1\beta}u_\beta^q & -u_{1\alpha}u_\alpha - u_{1\beta}u_\alpha^q \end{bmatrix},$$



Rys. 2. Przykłady hodografów wektorów po transformacji wektorów do drgających układów współrzędnych obliczonych na podstawie napięcia  $u$  oraz prądu  $i$ , a) osie układów  $\alpha\beta$  i  $\alpha'\beta'$  obliczonego dla  $u$ , b) osie układów  $\alpha\beta$  i  $\alpha'\beta'$  obliczonego dla  $i$ , c) wektory  $u$  w układach  $\alpha\beta$  i  $\alpha'\beta'$ , d) wektory  $i$  w układach  $\alpha\beta$  i  $\alpha'\beta'$ .



Rys. 3. Przykłady transformacji wektorów do drgających układów współrzędnych, a) napięcie  $u$  w układach  $\alpha\beta$  i  $\alpha'\beta'$ , b) prąd w układach  $\alpha\beta$  i  $\alpha'\beta'$ .

w którym  $u_1$  – podstawowa harmoniczna napięcia,  $u_\alpha, u_\beta$  – odpowiednio składowa  $\alpha$  i  $\beta$  napięcia w stacjonarnym układzie współrzędnych,  $u_\alpha^q, u_\beta^q$  – składowe ortogonalne napięcia tj. przesunięte o  $90^\circ$  względem  $u_\alpha, u_\beta$ ,  $U_{base}$  – wartość skuteczna (RMS) napięcia pomnożona przez  $\sqrt{2}$  (takie dobranie  $U_{base}$  gwarantuje, że amplituda wektora w drgającym układzie współrzędnych będzie proporcjonalna do wartości skutecznej sygnału w układzie naturalnym. Dalej, macierz transformacji odwrotnej  $\mathbf{T}_{ARinv}$  można obliczyć korzystając z równania (56) zawartego w [8], a opisana jest równaniem (4).

$$(4) \quad \mathbf{T}_{ARinv} = \frac{1}{\omega d U_{base} |u_{1\alpha}|} \begin{bmatrix} u_{1\alpha} du_\alpha^q - u_{1\beta} du_\alpha & u_{1\alpha} du_\alpha + u_{1\beta} du_\alpha^q \\ u_{1\alpha} du_\beta^q - u_{1\beta} du_\beta & u_{1\alpha} du_\beta + u_{1\beta} du_\beta^q \end{bmatrix},$$

gdzie  $du_\alpha, du_\beta$  – pochodne składowych  $\alpha$  i  $\beta$  napięcia,  $du_\alpha^q, du_\beta^q$  – pochodne składowych ortogonalnych napięcia,  $dU_{base}$  – wartość skuteczna pochodnej napięcia pomnożona przez  $\sqrt{2}$ , dzięki temu amplituda wektora sygnału sterującego w wirującym układzie współrzędnych będzie proporcjonalna do jego wartości skutecznej w stacjonarnym układzie współrzędnych. Do obliczenia wspomnianych pochodnych nie jest wymagane różniczkowanie, ponieważ korzystając z sygnałów będących wynikiem dekompozycji napięcia na poszczególne harmoniczne, mogą być obliczone arytmetycznie.

Obliczenie macierzy transformacji  $\mathbf{T}_{APF}$  i transformacji  $\mathbf{T}_{APFinv}$  odwrotnej dla energetycznego filtra aktywnego opisano równaniami odpowiednio (1) i (2) w pozycji [9]. Korzystając ze wspomnianych wzorów, można przedstawić je za pomocą równań odpowiednio (5) i (6).

$$(5) \quad \mathbf{T}_{APF} = \frac{I_{base}}{|i_\alpha^* i_\beta^* - i_\alpha^* i_\beta^*|} \begin{bmatrix} u_{1\alpha} i_\beta^* - u_{1\beta} i_\alpha^* & -u_{1\alpha} i_\alpha^* + u_{1\beta} i_\alpha^* \\ u_{1\alpha} i_\beta^* + u_{1\beta} i_\alpha^* & -u_{1\alpha} i_\alpha^* - u_{1\beta} i_\alpha^* \end{bmatrix},$$

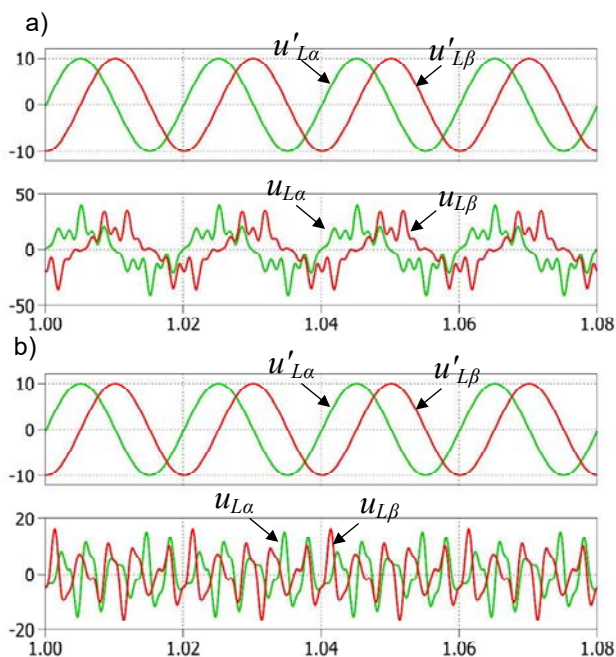
$$(6) \quad \mathbf{T}_{APFinv} =$$

$$\frac{1}{|u_{1\alpha}| dl_{base}} \begin{bmatrix} u_{1\alpha} di_{\alpha}^{*q} - u_{1\beta} di_{\alpha}^{*a} & u_{1\alpha} di_{\alpha}^{*a} + u_{1\beta} di_{\alpha}^{*q} \\ u_{1\alpha} di_{\beta}^{*q} - u_{1\beta} di_{\beta}^{*a} & u_{1\alpha} di_{\beta}^{*a} + u_{1\beta} di_{\beta}^{*q} \end{bmatrix},$$

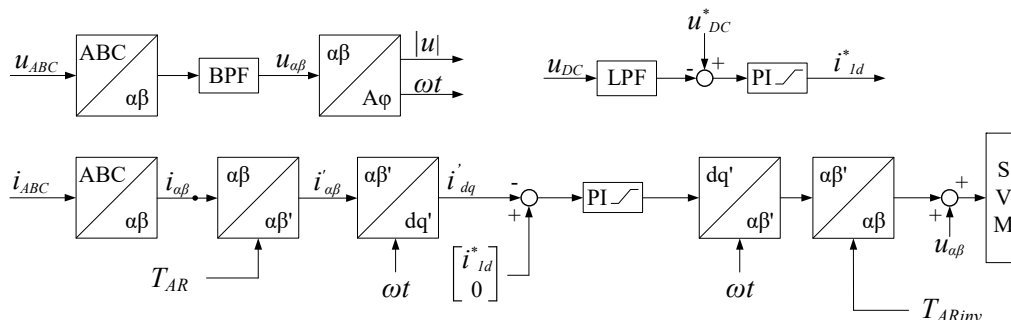
gdzie  $i_{\alpha}^*$ ,  $i_{\beta}^*$  – odpowiednio składowa  $\alpha$  i  $\beta$  zadanego prądu filtru w stacjonarnym układzie współrzędnych,  $i_{\alpha}^{*q}$ ,  $i_{\beta}^{*q}$  – składowe ortogonalne zadanego prądu,  $I_{base}$  – wartość skuteczna zadanego prądu pomnożona przez  $\sqrt{2}$ ,  $di_{\alpha}^{*a}$ ,  $di_{\beta}^{*a}$  – pochodne składowych  $\alpha$  i  $\beta$  zadanego prądu,  $di_{\alpha}^{*q}$ ,  $di_{\beta}^{*q}$  – pochodne składowych ortogonalnych zadanego prądu,  $dl_{base}$  – wartość skuteczna pochodnej zadanego prądu pomnożona przez  $\sqrt{2}$ .

Podobnie jak w przypadku sterowania prostownikiem aktywnym, wspomniane pochodne zadanego prądu nie wymagają różniczkowania, można je obliczyć arytmetycznie. Dekompozycja prądu na harmoniczne jest jednocześnie detekcją harmonicznych prądu filtrowanego obciążenia.

Przykładowe wykorzystanie transformacji obliczonych na podstawie napięcia oraz prądu przedstawiono na rysunku 2 oraz 3. Sygnały przedstawione w stacjonarnym układzie współrzędnych  $\alpha\beta$  zawierają harmoniczne następujących rzędów: 5, 7, 11, 13. Transformacja obliczana na podstawie napięcia odpowiada sterowaniu prostownikiem aktywnym pracującym z jednostkowym współczynnikiem mocy, gdzie prąd odwzorowuje kształt napięcia. Transformacja obliczana na podstawie prądu odpowiada sterowaniu energetycznym



Rys. 4. Przykłady transformacji odwrotnej wektorów spadku napięcia na indukcyjności filtru sieciowego  $u_L$  do stacjonarnego układu współrzędnych, a) układ obliczony dla napięcia  $u$ , b) układ obliczony dla prądu  $i$ .



Rys. 5. Schemat blokowy układu sterowania prostownikiem aktywnym.

filtrem aktywnym, w przykładzie pominięto podstawową harmoniczną prądu. Wynik transformacji odwrotnej dla obu omawianych przypadków zaprezentowano na rysunku 4. Transformacja odwrotna została przedstawiona dla sygnałów odpowiadających spadkowi napięcia na indukcyjności filtru sieciowego  $u_L$ .

Jak można zaobserwować, przy sterowaniu prostownikiem aktywnym podstawowa harmoniczna ma dominujący udział w transformacji. Przy sterowaniu energetycznym filtrem aktywnym, tak jak w zaprezentowanym przypadku, jej udział jest pomijalny. Powoduje to, że transformacja może być nierealizowalna ze względu na to, że wyrażenie  $(i_{\alpha}^{*q} i_{\beta}^{*a} - i_{\alpha}^{*a} i_{\beta}^{*q})$ , a także  $dl_{base}$  mogą być równe zero. Aby zapobiec pracy w takim przypadku, należy zastosować ograniczenia przedstawione w sekcji II C w pozycji [9].

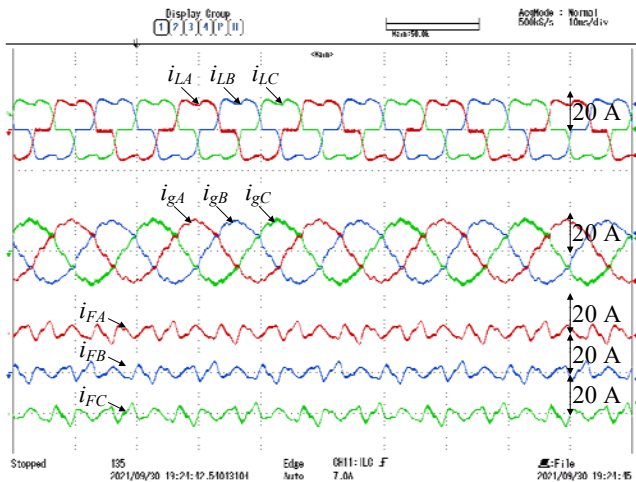
## Wyniki eksperymentalne

Badania eksperymentalne przeprowadzono z wykorzystaniem trójfazowego falownika napięcia zbudowanego z tranzystorów IGBT. Częstotliwość kluczkowania, a także próbkowania wynosiła 10 kHz. Sterowanie prostownikiem aktywnym zrealizowano z wykorzystaniem układu przedstawionego na rysunku 5 natomiast sterowanie energetycznym filtrem aktywnym zrealizowano z wykorzystaniem układu przedstawionego na rysunku 6. Układy sterowania zostały zrealizowane dyskretnie, za pomocą mikrokontrolera TMS320F28335. Przekształtnik został podłączony do sieci przez transformator o przekładni 400/230.

Wyniki eksperymentalne układów sterowania wykorzystujących transformację do drgającego układu współrzędnych przedstawiono na rysunku 7 (prostownik aktywny z jednostkowym współczynnikiem mocy) oraz rysunkach 8 i 9 (energetyczny filtr aktywny). W przypadku prostownika aktywnego sterowanie odbywa się w synchronicznym układzie współrzędnych  $d'q'$ , zorientowanym względem wektora napięcia wyrażonego we współrzędnych wirujących. Podobnie, sterowanie filtrem aktywnym odbywa się w układzie  $d'q'$  zorientowanym względem zadanego wektora prądu filtru aktywnego. Jak można zauważyć, przy sterowaniu filtrem aktywnym występują większe tętnienia składowych  $d'$  i  $q'$  prądu co wynika z takich czynników jak przenoszenie tętnień z regulacji napięcia obwodu pośredniczącego, wzajemny wpływ poszczególnych harmonicznych ze względu na skończone tłumienie, czy opóźnienia związane z cyfrową realizacją układu sterowania, gdzie im większy rząd harmonicznej, tym większe przesunięcie między sygnałem rzeczywistym a próbkowanym wyrażone w kącie danej harmonicznej. Na rysunku 8 można zaobserwować również składowe  $dq$  obliczone z wykorzystaniem klasycznej transformacji, jak widać są one silnie tętniące ze względu na to, że udział podstawowej harmonicznej jest dużo mniejszy niż udziały wyższych harmonicznych.







Rys. 9. Wyniki eksperymentalne pracy energetycznego filtra aktywnego,  $i_{LABC}$  – trójfazowy prąd obciążenia nieliniowego,  $i_{gABC}$  – trójfazowy prąd linii zasilającej,  $i_{FABC}$  – trójfazowy prąd filtru.

**Autorzy:** Sebastian Wodyk, Politechnika Warszawska, Instytut Sterowania i Elektroniki Przemysłowej, ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa, E-mail: sebastian.wodyk.dokt@pw.edu.pl; dr hab. inż. Grzegorz Iwański, Politechnika Warszawska, Instytut Sterowania i Elektroniki Przemysłowej, ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa, E-mail: iwanskig@isep.pw.edu.pl.

#### LITERATURA

- [1] Rioual P., Pouliquen H., Louis J.P., "Regulation of a PWM rectifier in the unbalanced network state using a generalized model," *IEEE Trans. Power Electron.*, 11 (1996), nr 3, 495–502.
- [2] Yepes A.G., Vidal A., Lopez O., Doval-Gandoy J., "Evaluation of techniques for cross-coupling decoupling between orthogonal axes in double synchronous reference frame current control," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 61 (2014), nr 7, 3527–3531.
- [3] Jiang W., Wang Y., Wang J.P., Wang L., Huang H., "Maximizing Instantaneous Active Power Capability for PWM Rectifier under Unbalanced Grid Voltage Dips Considering the Limitation of Phase Current," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 63 (2016), nr 10, 5998–6009.

- [4] Li Z., Li Y., Wang P., Zhu H., Liu C., Xu W., "Control of three-phase boost-type PWM rectifier in stationary frame under unbalanced input voltage," *IEEE Trans. Power Electron.*, 25 (2010), nr 10, 2521–2530.
- [5] Galecki A., Michalczuk M., Kaszewski A., Ufnalski B., Grzesiak L., "Control system of the grid-connected converter based on a state current regulator with oscillatory terms," *Przeegląd Elektrotechniczny*, 94 (2015), nr 1, 65–69.
- [5] Iwanski G., Maciejewski P., Luszczuk T., "New Stationary Frame Transformation for Control of a Three-Phase Power Converter Under Unbalanced Grid Voltage Sags," *IEEE J. Emerg. Sel. Top. Power Electron.*, 9 (2021), nr 4, 4432–4446.
- [6] Núñez-Zúñiga T.E., Pomilio J.A., "Shunt active power filter synthesizing resistive loads," *IEEE Transactions on Power Electronics*, 17 (2002), nr 2, 273–278.
- [7] Castellan S., Buja G., Menis R., "Single-phase power line conditioning with unity power factor under distorted utility voltage," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, 121 (2020), 106057.
- [8] Wodyk S. Iwanski G., "Vibrating coordinates frame transformation based unity power factor control of a three-phase converter at grid voltage imbalance and harmonics," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 69 (2021), nr 2, 1114–1123.
- [9] Wodyk S. Iwanski G., "Active power filter control with vibrating coordinates transformation," *IEEE Trans. Power Deliv.*, doi: 10.1109/TPWRD.2022.3189782, zaakceptowany do druku
- [10] Śleszyński W., Cichowski A., Mysiak P., "Current harmonic controller in multiple reference frames for series active power filter integrated with 18-pulse diode rectifier," *Bull. Polish Acad. Sci. Tech. Sci.*, 66 (2018), nr 5, 699–704.
- [11] Lee T.L., Hu S.H., "An Active Filter with Resonant Current Control to Suppress Harmonic Resonance in a Distribution Power System," *IEEE J. Emerg. Sel. Top. Power Electron.*, 4 (2016), nr 1, 198–209.
- [12] Antoniewicz K., Rafał K., "Model predictive current control method for four-leg three-level converter operating as shunt active power filter and grid connected inverter," *Bull. Polish Acad. Sci. Tech. Sci.*, 65 (2017), nr 5, 601–607.
- [13] Bielecka A., Wojciechowski D., "Predykcyjne Sterowanie Równoległym Filtrem Aktywnym ze Sprzężeniem od Prądu Zasilającego", *Przeegląd Elektrotechniczny*, 95 (2019), nr 6, 128–132.