

# Analiza pracy dławika z rdzeniem kubkowym w przekształtniku energoelektronicznym

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono analizę pracy dławika z rdzeniem kubkowym w przekształtniku energoelektronicznym DC-DC. Skonstruowano wybrane dławiki kubkowe i sprawdzono w warunkach pracy przetwornicy impulsowej. Przedstawiono sposoby obliczeń analitycznych najważniejszych parametrów zarówno dla przekształtnika jak i dławika.

**Abstract.** This paper presents analysis of the operation of the pot-core inductor in a DC-DC power electronic converter. Selected pot-core inductors were constructed and measured under the operating conditions of the switching converter. Methods of analytical calculation of the most important parameters for both the converter and the choke are presented. (*Analysis of the operation of pot core inductor in power electronic converter*).

**Słowa kluczowe:** dławik kubkowy, przetwornica podwyższająca, straty rdzenia magnetycznego, straty uzwojenia.

**Keywords:** pot-core, boost converter, magnetic core losses, winding losses.

## Wstęp

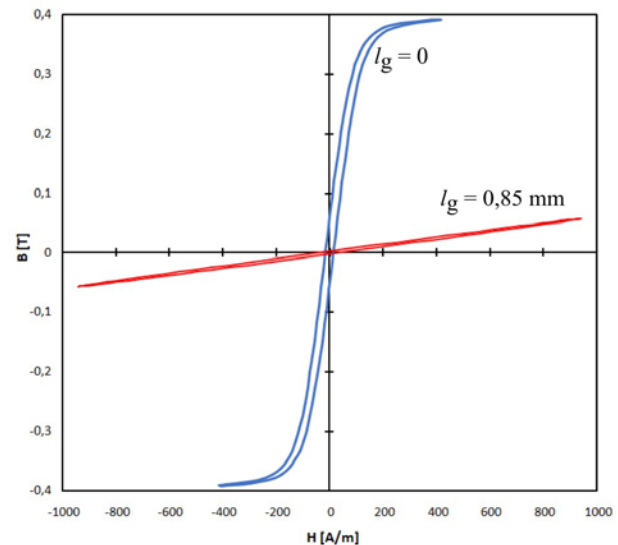
Do istotnych elementów przekształtników energoelektronicznych należy zaliczyć elementy magnetyczne. Pomimo mniej złożonej od strony technologicznej konstrukcji, w porównaniu do elementów półprzewodnikowych, ich zaprojektowanie czy chociażby sam dobór nie należy do łatwych zadań. Fakt występowania nieliniowego charakteru zjawisk zachodzących w rdzeniach ferromagnetycznych, a także niesinusoidalnych wymuszeń napięciowych i prądowych, wymagają od projektanta gruntownej wiedzy związanej zarówno ze zjawiskami elektromagnetycznymi zachodzącymi w samym elemencie magnetycznym jak i warunków pracy determinowanych przez zachowanie przekształtnika. Z uwagi na złożoność tematu w niniejszym artykule przedstawiono przegląd najważniejszych zagadnień na przykładzie dławika z ferrytowym rdzeniem kubkowym w przekształtniku energoelektronicznym DC-DC podwyższającym napięcie.

## Charakterystyka rdzenia magnetycznego

Na rynku dostępna jest szeroka gama rdzeni o ustandaryzowanych kształtach, wykonanych z materiałów o różnych właściwościach. Do kluczowych parametrów rdzeni można zaliczyć: względną przenikalność magnetyczną  $\mu_r$ , indukcję magnetyczną nasycenia  $B_s$ , moc strat  $P_{Fe}$  (w stosunku do masy lub objętości), wartość temperatury Curie  $T_C$ , gęstość materiału rdzenia i jego rezystywność  $\rho$ , czy też kluczowe wymiary geometryczne, jak średnia długość drogi magnetycznej  $l_g$  i pole powierzchni przekroju poprzecznego rdzenia  $A_m$ . Poza tymi wielkościami, dokumentacja rdzenia może zawierać także charakterystykę magnesowania  $B = f(H)$ , wykresy zmienności kluczowych parametrów w zależności od częstotliwości, czy temperatury. Jednym z powszechnie stosowanych rodzajów rdzenia magnetycznego jest rdzeń kubkowy (ang. *pot-core*). Z analizy dokonanej w opracowaniu [1] wynika, że rdzeń ten osiąga wydajność w pełni uzwojonego toroidu i jest bardziej wydajny niż rdzeń typu E. Posiada on korzystne właściwości wynikające z jego geometrii i pozwala na znaczącą redukcję pola magnetycznego wyciekającego poza obręb rdzenia, co jest okupione trudniejszymi warunkami odprowadzania ciepła z uzwojenia [2]. Indukcyjność elementu magnetycznego określa wzór:

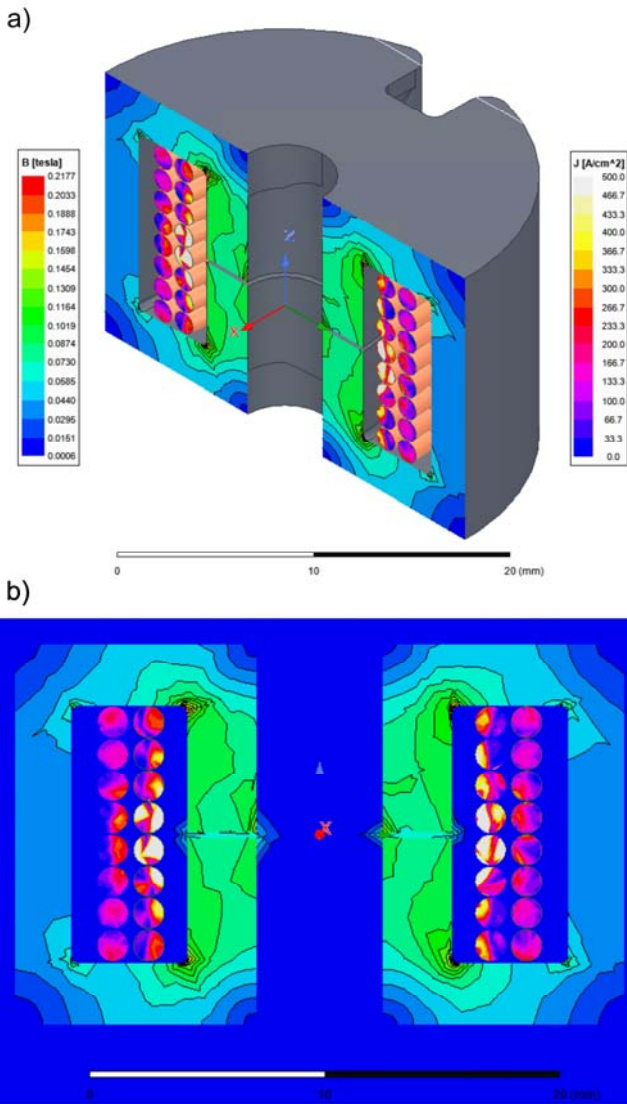
$$(1) \quad L = \frac{N^2 \mu_0 \mu_r(H) A_m}{l_m},$$

gdzie:  $N$  – liczba zwojów dla rdzenia bez szczeliny powietrznej. Dla zachowania stałości indukcyjności, punkt pracy dławika dobiera się tak, aby pracował w liniowej części charakterystyki magnesowania rdzenia  $B = f(H)$ , stąd w dalszych rozważaniach wielkość  $\mu_r(H)$  traktowana jest jako niezależna od natężenia pola magnetycznego. W przypadku popularnych w układach energoelektronicznych ferrytach, wartość prądu uzwojeń jest znacznie ograniczona z uwagi na wąską pętlę histerezy magnetycznej. Stąd, aby nie dopuścić do nasycenia rdzenia, powszechnie stosuje się rdzenie zawierające szczelinę powietrzną (Rys. 1).



Rys. 1. Dynamiczne pętle histerezy magnetycznej rdzeni kubkowych P26/16 z ferrytu F-2001 dla sinusoidalnej indukcji o częstotliwości 30 kHz (zmierzone aparaturą Brockhaus MPG-200)

Jedną z konsekwencji obecności szczeliny powietrznej w rdzeniu jest występowanie efektu wycieku strumienia z obrębu szczeliny powietrznej (ang. *fringing effect*). Zjawisko to jest tym intensywniejsze, im większa jest długość szczeliny. Efekt wycieku strumienia powoduje wzrost strat w uzwojeniu wskutek generacji w zwojach, znajdujących się w pobliżu szczeliny dodatkowych prądów wirowych, co przedstawiono na rysunku 2. Dotychczas prowadzone badania w tym zakresie skupiały się na symulacjach z wykorzystaniem metody elementów skończonych lub analitycznym opisie zjawiska i zostały przedstawione między innymi w publikacjach [2-6].



Rys. 2. Rozkład indukcji magnetycznej w rdzeniu kubkowym typu P26/16 (ferryt F-2001) ze szczeliną 0,25 mm oraz rozkład gęstości prądu (wymuszenie prądem sinusoidalnym o amplitudzie  $I_m = 3$  A): a) rzut przekroju rdzenia, b) przekrój rdzenia z widocznym wyciekami strumienia - symulacja w programie Ansys Maxwell

W celu uproszczenia analizy ograniczono się w dalszych rozważaniach do wykorzystania współczynnika wynikającego jedynie z samej obecności szczeliny powietrznej wyrażonego następująco:

$$(2) \quad F_g = 1 + \mu_r \frac{l_g}{l_m},$$

gdzie:  $l_g$  – długość szczeliny powietrznej. Indukcyjność dławika wyposażonego w rdzeń ze szczeliną można wyznaczyć dzieląc wzór (1) przez współczynnik  $F_g$ . W celu zapewnienia tej samej indukcyjności, liczba zwojów  $N_g$  dławika z rdzeniem ze szczeliną, będzie większa niż liczba zwojów  $N_{ng}$  rdzenia bez szczeliny. Przeliczenia natężenia pola magnetycznego  $H_s$  (rdzeń bez szczeliny) do wartości  $H_{gs}$  (rdzeń ze szczeliną), można dokonać według równania [3]:

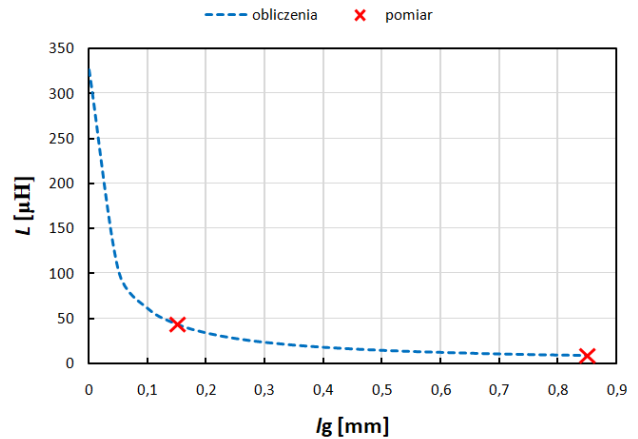
$$(3) \quad \frac{H_{gs}}{H_s} = \frac{N_g}{N_{ng}} = \sqrt{F_g}.$$

Zmniejszeniu, wskutek wprowadzenia szczeliny powietrznej, ulega maksymalna wartość indukcji

magnetycznej. Jej wartość  $B_{gm}$  można wyznaczyć dla danej maksymalnej indukcji magnetycznej  $B_m$  rdzenia bez szczeliny (zakładając taki sam strumień sprzężony  $\Psi_m = LI_m$  w obu rdzeniach) [3], zgodnie z poniższą zależnością:

$$(4) \quad B_{gs} = B_s \frac{1}{\sqrt{F_g}}.$$

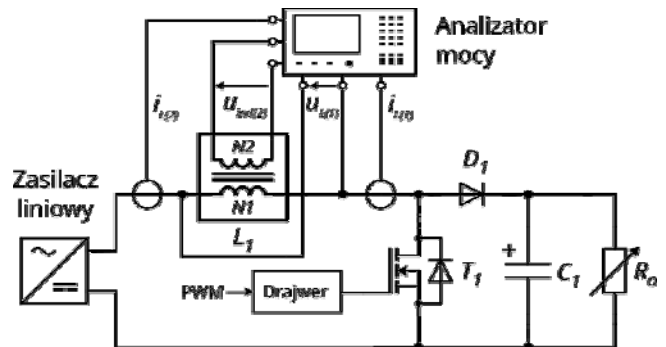
Na rysunku 3 przedstawiono wyniki pomiarów i obliczeń indukcyjności zależnej od długości szczeliny powietrznej z wykorzystaniem współczynnika  $F_g$  wyrażonego wzorem (2).



Rys. 3. Indukcyjność dławika kubkowego z ferrytu F-2001 typu P26/16 w zależności od długości szczeliny (zmierzono aparaturą Brockhaus MPG-200)

### Przekształtnik energoelektroniczny

Analizie poddano warunki pracy dławika kubkowego w podwyższającym napięcie nieizolowanym galwanicznie przekształtniku energoelektronicznym typu DC-DC (ang. *boost converter*). Schemat układu pomiarowego przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Schemat układu pomiarowego impulsowej przetwornicy podwyższającej napięcie wykorzystujący analizator mocy do pomiaru strat całkowitych oraz strat w rdzeniu dławika

Dławik w takim układzie poddany jest wymuszeniu napięciowemu o kształcie zbliżonym do prostokątnego, co w efekcie skutkuje trójkątnym przebiegiem indukcji w rdzeniu. Dokładny kształt tych przebiegów wynika z wartości współczynnika wypełnienia impulsów sterujących  $D$  ( $D \in (0,1)$ ) definiowanego w następujący sposób:

$$(5) \quad D = \frac{t_{on}}{T_s},$$

gdzie:  $t_{on}$  – czas trwania stanu wysokiego sygnału PWM sterującego tranzystorem  $T_1$ ,  $T_s$  – okres sygnału sterującego

wynoszący  $T_s = 1/f_s$ , (gdzie  $f_s$  jest częstotliwością sygnału). Napięcie wyjściowe analizowanej przetwornicy wynosi:

$$(6) \quad U_{wy} = \frac{U_{we}}{1-D},$$

gdzie:  $U_{we}$  – napięcie wejściowe zasilające przetwornicę. Jak wynika z równania (6) regulator przetwornicy wypracowuje taką wartość współczynnika  $D$ , w zależności od aktualnej wartości napięcia wejściowego, aby zachować wartość napięcia wyjściowego na poziomie wartości zadanej. Stąd, w dalszej analizie należy traktować  $U_{wy}$  jako wartość stałą. W praktycznych zastosowaniach licznik we wzorze (6) powinien być uzupełniony o sprawność  $\eta$  przetwornicy (wynoszącą typowo od 0,85 do 0,96) [7]. W tak funkcjonującym układzie przekształcania energii dławik pełni rolę magazynu energii [8]. Do kluczowych parametrów pracy dławika, które wynikają z działania przekształtnika, należy zaliczyć częstotliwość  $f$  przebiegu indukcji magnetycznej w rdzeniu (tożsamą z częstotliwością przełączeń tranzystora  $f_s$ ) oraz wartości indukcji magnetycznej i natężenia pola magnetycznego (zarówno wartości ich składowej stałej jak i zmiennej), straty w rdzeniu oraz uzwojeniu, a także, wynikające z tych strat, przyrosty temperatury rdzenia i uzwojenia, które nie mogą przekroczyć wartości krytycznych. Wartość maksymalna indukcji magnetycznej (przyjmując założenie:  $B_m < B_s$ ) rdzenia dławika niez izolowanej przetwornicy DC-DC wynosi:

$$(7) \quad B_m = B_{DC} + \frac{\Delta B}{2},$$

gdzie:  $\Delta B$  – wartość międzyszczytowa indukcji magnetycznej,  $B_{DC}$  – składowa stała indukcji magnetycznej. Wartość składowej stałej indukcji magnetycznej można wyznaczyć z praktycznego wzoru [9]:

$$(8) \quad B_{DC} = \frac{LI_{DC}}{NA_m},$$

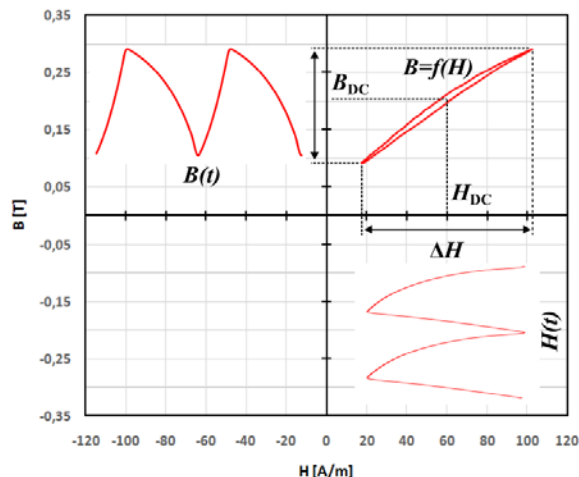
gdzie:  $I_{DC}$  – składowa stała prądu dławika. Natomiast, wartość międzyszczytowa indukcji magnetycznej wyrażona jest zależnością wynikającą ze sposobu działania przetwornicy podwyższającej napięcie następująco:

$$(9) \quad \Delta B = \frac{U_{wy} D(1-D)}{fNA_m}.$$

Ze względu na stałość, we wzorze (9), wszystkich wielkości z wyjątkiem współczynnika  $D$ , uzyskać można rodzinę funkcji  $\Delta B = f(D)$  dla różnych wartości napięcia wyjściowego będącymi parabolami osiągającymi swoje maksimum dla współczynnika  $D = 0,5$ . Oznacza to również, że dla konkretnego współczynnika  $D$  wartość  $\Delta B$  dla stałej częstotliwości i parametrów dławika zależy od napięcia wyjściowego. Maksymalna wartość natężenia pola magnetycznego jest określona przez równanie:

$$(10) \quad H_m = H_{DC} + \frac{\Delta H}{2},$$

gdzie:  $H_{DC}$  – składowa stała natężenia pola magnetycznego,  $\Delta H$  – wartość międzyszczytowa natężenia pola magnetycznego. Znając parametry rdzenia, wielkości te można wyznaczyć z prawa przepływu. Wymienione parametry pozwalają scharakteryzować dynamiczną pętlę histerezy magnetycznej przedstawionej na rysunku 5.



Rys. 5. Dynamiczna charakterystyka magnesowania rdzenia kubkowego P26/16 (przypadek rdzenia bez szczeliny) z ferrytu F-2001 ( $f = 10$  kHz,  $H_{DC} = 50$  A/m,  $\Delta B = 0,2$  T) wraz z przebiegami indukcji oraz natężenia pola magnetycznego (zmierzone aparaturą Brockhaus MPG-200)

### Straty dławika

Do strat mocy dławika zaliczają się straty w rdzeniu magnetycznym, które można, dla niesinusoidalnego przebiegu indukcji w rdzeniu, opisać z wykorzystaniem uogólnionego wzoru Steinmetza (ang. iGSE – Improved Generalized Steinmetz Equation) [10]:

$$(11) \quad P_{Fe} = V_{Fe} k_i f^\alpha \Delta B^\beta \left[ D^{1-\alpha} + (1-D)^{1-\alpha} \right],$$

gdzie:  $V_{Fe}$  – objętość rdzenia,  $\alpha$ ,  $\beta$  – współczynniki Steinmetza,  $k_i$  – współczynnik obliczany na podstawie współczynnika Steinmetza  $k$ , którego obliczenia można dokonać za pomocą wzoru [11]:

$$(12) \quad k_i = \frac{k}{2^{\beta+1} \pi^{\alpha-1} \left( 0,2761 + \frac{1,7061}{\alpha + 1,345} \right)}.$$

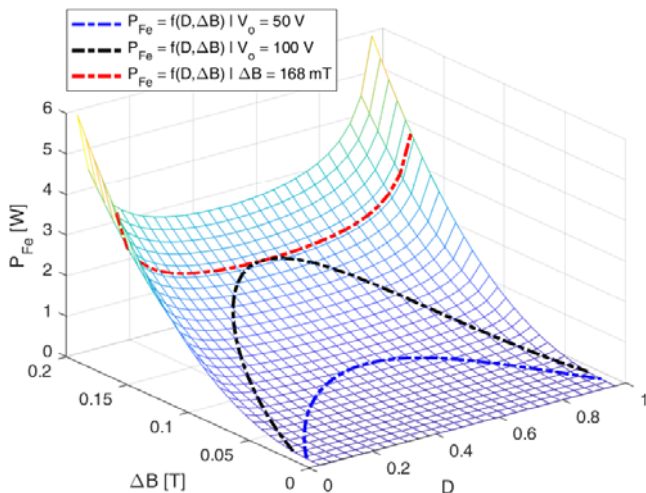
Charakterystyczne dla konkretnego materiału magnetycznego współczynniki Steinmetza można uzyskać na podstawie wyników pomiarów strat przy wymuszeniach sinusoidalnych, dopasowując ich wartości do klasycznego wzoru Steinmetza [12] z uwzględnieniem szczeliny powietrznej w rdzeniu [13]. Na podstawie pomiarów ferrytu F-2001 z użyciem aparatury Brockhaus MPG-200 wyznaczone zostały współczynniki Steinmetza z tabeli 1.

Tabela 1. Współczynniki Steinmetza ferrytu F-2001 na podstawie pomiarów strat w zakresie  $f = 10-100$  kHz,  $B_m = 50-150$  mT

k	$\alpha$	$\beta$	$k_i$
5,7645	1,4922	2,3	0,3805

Na Rys. 6 przedstawiono powierzchnię odzwierciedlającą straty wybranego rdzenia wraz z naniesionymi krzywymi (dla utrzymywanych dwóch różnych napięć wyjściowych przekształtnika oraz przy założeniu stałej wartości międzyszczytowej indukcji magnetycznej). Należy jednak zastrzec, iż wzór IGSE (11) nie uwzględnia podmagnesowania składową stałą pola magnetycznego mającą również wpływ na straty. W celu uwzględnienia tego efektu można skorzystać z podejścia przedstawionego w pracy [14] lub wyznaczając na drodze pomiarowej współczynniki Steinmetza zależne od składowej stałej pola magnetycznego  $k(H_{DC})$ ,  $\alpha(H_{DC})$ ,  $\beta(H_{DC})$  jak w pracy [15].



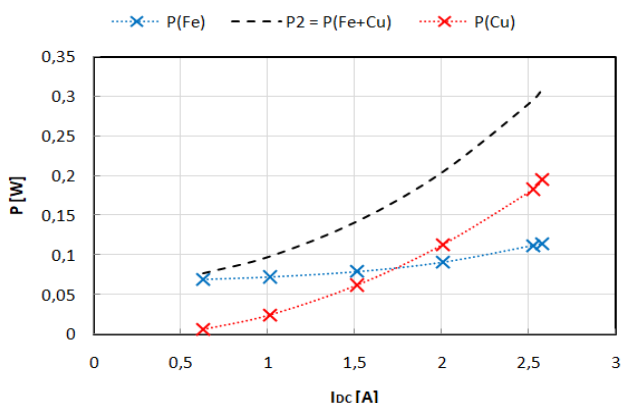


Rys. 6. Straty w rdzeniu ferrytowym (F-2001) obliczane według wzoru IGSE (11) dla częstotliwości 100 kHz

Straty w uzwojeniu, dla niesinusoidalnego kształtu prądu, można wyznaczyć zakładając, że moc całkowita strat w uzwojeniu  $P_{Cu}$  jest sumą składowej stałej strat  $P_{CuDC}$  oraz zmiennej  $P_{CuAC}$ , a rezystancję uzwojenia rozpatruje się w odniesieniu do poszczególnych harmonicznych [16]:

$$(13) \quad P_{CuDC} + P_{CuAC} = R_{CuDC} I_L^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} R_{Cu(n)} I_{m(n)}^2,$$

gdzie:  $R_{CuDC}$  – rezystancja uzwojenia dla prądu stałego,  $I_L$  – wartość skuteczna prądu dławika,  $I_{m(n)}$  – amplituda  $n$ -tej harmonicznej prądu dławika,  $R_{Cu(n)}$  – rezystancja uzwojenia dla  $n$ -tej harmonicznej składowej przemiennej prądu zasilającego dławik. W praktyce, obliczenia te można realizować ograniczając je do piątej harmonicznej [16]. Wpływ efektu wypierania strumienia na straty bezpośrednio przedstawiono w pracach [6] i [5]. W niniejszym artykule dokonano natomiast bezpośredniego pomiaru strat rdzenia kubkowego pracującego w przetwornicy podwyższającej z Rys. 4, z wykorzystaniem analizatora mocy Hioki PW-8001 oraz sond prądowych Hioki CT6872. W układzie tym zmierzono całkowite straty mocy  $P_1$  używając kanału nr 1. Dodatkowe uzwojenie pomiarowe pozwoliło na bezpośredni (jak wykazuje to praca [17]) pomiar strat w samym rdzeniu ( $P_2 = P_{Fe}$ ). Stąd straty w samym uzwojeniu można wyznaczyć z różnicy mierzonych strat  $P_{Cu} = P_1 - P_2$ .



Rys. 7. Straty dławika kubkowego z ferrytu F-2001 typu P26/16 ze szczeliną 0,15 mm ( $N_1 = N_2 = 16$ ) pracującego z częstotliwością 50 kHz przy współczynniku  $D = 0,7$  oraz  $U_{wy} = 48$  V.

## Podsumowanie

Pomimo nieskomplikowanej konstrukcji przetwornicy podwyższającej napięcia, analiza pracującego w niej dławika jest stosunkowo złożona i wymaga uwzględnienia wielu czynników. Niniejszy artykuł pozwolił na przedstawienie najważniejszych kwestii dotyczących działania dławika kubkowego w prezentowanym układzie. Jak pokazują uzyskane wyniki pomiarowe, współczynnik  $F_g$  dobrze sprawdza się w wyznaczaniu indukcyjności rdzenia ze szczeliną powietrzną. Analizując przykład z rysunku 7, straty uzwojenia, wraz ze wzrostem prądu, stają się dominującym składnikiem strat. Efekt wycieku strumienia, który wpływa na ich zwiększenie będzie przedmiotem dalszych badań.

## Autorzy:

mgr inż. Damian Gziel, [damian.gziel@pcz.pl](mailto:damian.gziel@pcz.pl),  
dr inż. Andrzej Jąderko, [andrzej.jaderko@pcz.pl](mailto:andrzej.jaderko@pcz.pl),  
Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny,  
Al. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa

## LITERATURA

- [1] B. Astle, „Optimum Shapes for Inductors”, *IEEE Trans. Parts, Mater. Packag.*, t. 5, nr 1, ss. 3–15, 1969.
- [2] M. K. Kazimierczuk, *High-Frequency Magnetic Components: Second Edition*. 2013.
- [3] A. Ayachit i M. K. Kazimierczuk, „Sensitivity of effective relative permeability for gapped magnetic cores with fringing effect”, *IET Circuits, Devices Syst.*, t. 11, nr 3, ss. 209–215, 2017.
- [4] F. A. Holguín, R. Prieto, R. Asensi, i J. A. Cobos, „Analytical winding power loss calculation in gapped magnetic components”, *Electron.*, t. 10, nr 14, 2021.
- [5] R. Shafaei, M. C. G. Perez, i M. Ordonez, „Planar Transformers in LLC Resonant Converters: High-Frequency Fringing Losses Modeling”, *IEEE Trans. Power Electron.*, t. 35, nr 9, ss. 9634–9651, 2020.
- [6] R. Shimamoto i T. Shimizu, „Verification of a Simple Calculation Method of Fringing Loss”, *IEEJ Trans. Fundam. Mater.*, t. 140, nr 11, ss. 522–528, lis. 2020.
- [7] L. Rozenblat, „Switching Power Supply Design: A Concise Practical Handbook”, 2022.
- [8] R. Barlik i M. Nowak, *Energoelektronika- elementy, podzespoły, układy*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2014.
- [9] Z. Yan, Z. Weibo, i T. Guanghui, „A Core Loss Calculation Method for DC/DC Power Converters Based on Sinusoidal Losses”, *IEEE Trans. Power Electron.*, t. 38, nr 1, ss. 692–702, sty. 2023.
- [10] K. Venkatchalam, C. R. Sullivan, T. Abdallah, i H. Tacca, „Accurate prediction of ferrite core loss with nonsinusoidal waveforms using only steinmetz parameters”, *Proc. IEEE Work. Comput. Power Electron. COMPEL*, t. 2002-Janua, nr June, ss. 36–41, 2002.
- [11] W. G. Hurley i W. H. Wölfle, *Transformers and Inductors for Power Electronics: Theory, Design and Applications*. 2013.
- [12] C. P. Steinmetz, „On the law of hysteresis”, *Proc. IEEE*, t. 72, nr 2, 1984.
- [13] A. Ayachit i M. K. Kazimierczuk, „Steinmetz Equation for Gapped Magnetic Cores”, *IEEE Magn. Lett.*, t. 7, 2016.
- [14] Y. Miwa, T. Shimizu, K. Takano, i H. Ishii, „Calculating the iron losses in gapped inductors using the loss-Map method”, *IEEJ J. Ind. Appl.*, t. 8, nr 1, ss. 57–65, 2019.
- [15] J. Mühlethaler, J. Biela, J. W. Kolar, i A. Ecklebe, „Core losses under the DC bias condition based on steinmetz parameters”, *IEEE Trans. Power Electron.*, t. 27, nr 2, ss. 953–963, 2012.
- [16] N. Kondrath i M. K. Kazimierczuk, „Inductor winding loss owing to skin and proximity effects including harmonics in non-isolated pulse-width modulated dc-dc converters operating in continuous conduction mode”, *IET Power Electron.*, t. 3, nr 6, ss. 989–1000, 2010.
- [17] B. K. Hayashi, „Measurement of Loss in High-Frequency Reactors”, ss. 2–7, 2017