

# Przegląd aktualnych kierunków badań w zakresie zastosowań modelu fraktalnego w symulacjach wyładowań elektrycznych

**Streszczenie.** Niniejszy artykuł zawiera przegląd aktualnych kierunków badań w zakresie stochastycznych metod symulacji wyładowań elektrycznych, opublikowanych w ostatnich latach w wiodących światowych czasopismach technologiczno-badawczych. Przedstawiony w niniejszej pracy aktualny stan badań ma umożliwić wytyczenie programu dalszych badań, mogącego wspomóc rozwój tego obszaru badawczego poprzez zwiększenie wiedzy o zjawiskach podstawowych istotnych dla eksploatacji i dalszego rozwoju systemu elektroenergetycznego.

**Abstract.** Present publication contains review of current research in stochastic methods of numerical simulations of electrical discharges published in leading technological journals in recent years. Aim of the presented state-of-the-art research in modeling of electrical discharges is determining course of further research in simulations of electrical discharges, especially in range of fundamental research crucial for further development of protection systems of power lines and equipment. (Review of current research trends in stochastic methods of simulations of electrical discharges).

**Keywords:** model fraktalny, wyładowania elektryczne, powierzchniowe, drzewiaste, piorunowe, iskra długa.

**Słowa kluczowe:** fractal approach, electrical discharges, surface discharges, electrical treeing, lightning discharges, long spark.

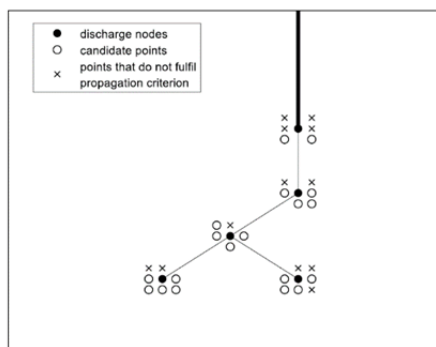
## Wstęp

Obecnie obserwowany jest rozwój linii napowietrznych, a tym samym infrastruktury i produktów elektroenergetyki do napięć znamionowych sięgających wartości 1200 kV systemu AC oraz  $\pm 800$  kV systemu DC. Zwiększone wymagania odnośnie układów izolacyjnych stawiają nowe wyzwania dla wspieranych symulacjami numerycznymi analiz ochrony odgromowej i koordynacji izolacji. Postuluje się [26] potrzebę opracowania nowych modeli obliczeniowych, rozszerzających obecnie stosowane modele deterministyczne o ujęcie stochastyczne. Modelem takim jest model fraktalny, który rozwijany jest na przestrzeni ostatnich lat w odniesieniu do wyładowań powierzchniowych, drzewiastych, piorunowych oraz iskrowych.

Niniejsza praca prezentuje przegląda badań w odniesieniu do zastosowania modelu fraktalnego do analiz symulacyjnych w wymienionych rodzajach wyładowań.

## Model fraktalny

Obliczenia symulacyjne wyładowań elektrycznych wykonywane są w oparciu o modele numeryczne umożliwiające jednoczesne uwzględnianie zjawisk deterministycznych oraz stochastycznych. Najczęściej stosowanym jest tak zwany model fraktalny, w którym rozwój wyładowania elektrycznego opisywany jest w sposób skokowy, zgodnie ze schematem przedstawionym na Rys. 1.



Rys. 1. Punkty wyładowań: pełne punkty (●) oznaczają węzły, w których występuje wyładowanie, puste punkty (○) oznaczają węzły, w których może wystąpić wyładowanie, ale nie występuje, krzyżyki (x) oznaczają punkty niespełniające kryterium możliwości wystąpienia wyładowania, [34]

W ujęciu ogólnym wyładowanie elektryczne jest inicjowane w otoczeniu elektrody wysokonapięciowej i rozwija się w kierunku od elektrody wysokonapięciowej do elektrody o niższym potencjale. Sposób rozwoju wyładowania opisuje funkcja prawdopodobieństwa rozwoju wyładowania  $p(P' \rightarrow P)$ , która definiowana jest dla danego rodzaju wyładowania oraz sposobu wykonywania obliczeń. Funkcja ta typowo opisywana jest wzorem [35]:

$$(1) \quad p(P' \rightarrow P) = \begin{cases} \frac{(E_{PP'})^\eta}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{M_i} (E_{PP'})^\eta}, & \text{for } E_{PP'} \geq E_{cr} \\ 0, & \text{for } E_{PP'} < E_{cr} \end{cases}$$

gdzie:  $\eta$  jest współczynnikiem określającym związek pomiędzy lokalnym rozkładem pola elektrycznego, a prawdopodobieństwem dalszego rozwoju wyładowania,  $E_{cr}$  jest krytyczną wartością natężenia pola elektrycznego, poniżej której następuje zatrzymanie rozwoju kanału wyładowania,  $E_{PP}$  jest natężeniem pola elektrycznego pomiędzy punktami rozwoju wyładowania P i P'.

Obliczenia wykonywane są iteracyjne. Dla danego kształtu kanału wyładowania wyznaczany jest rozkład pola elektrycznego. Następnie dla wyznaczonego rozkładu pola elektrycznego wyznaczane są wartości funkcji  $p(P' \rightarrow P)$ , określające prawdopodobieństwo rozwoju wyładowania w danym kierunku. Wartość funkcji  $p(P' \rightarrow P)$  obliczana jest dla każdego punktu należącego do kanału wyładowania (zob. Rys. 1 – czarne kropki) i na tej podstawie podejmowana jest decyzja o kierunku rozwoju wyładowania. Po zmodyfikowaniu kształtu kanału wyładowania przez dodanie kolejnych segmentów, ponownie obliczany jest rozkład pola elektrycznego a następnie prawdopodobieństwo rozwoju wyładowania w danym kierunku. Procedura powtarzana jest aż do momentu, w którym osiągnięte zostanie przyjęte w danym badaniu kryterium zakończenia symulacji.

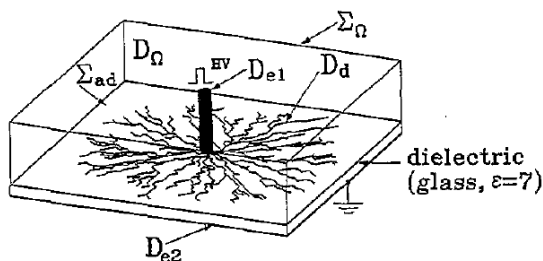
W zależności od przyjętych parametrów we wzorze (1), wyładowanie rozwija w inny sposób. Przykładowo, zwiększenie wartości współczynnika  $\eta$  powoduje spadek liczby gałęzi i prowadzi do tego, że wyładowanie ma większą tendencję do rozwoju w kierunku wyznaczonym przez wartość pola elektrycznego (wzrost znaczenia czynników deterministycznych przy jednoczesnym zmniejszeniu znaczenia czynników stochastycznych). Dodatkowo, w zależności od badanego zjawiska model uwzględnia również inne czynniki fizyczne, takie jak spadek

napięcia wzdłuż kanału wyładowania [3], rozptył prądu w gałęziach lub rozkład ładunku przestrzennego [12], wielkość siatki i długość skoku lidera [18].

Model fraktalny wykorzystywany jest do symulacji czterech rodzajów wyładowań elektrycznych: powierzchniowych, drzewiastych, piorunowych oraz iskrowych. Niniejsza praca jest przeglądem aktualnych kierunków badań w zakresie stosowania modelu fraktalnego w symulacji wymienionych wyżej czterech rodzajów wyładowań elektrycznych.

### Wyładowania powierzchniowe

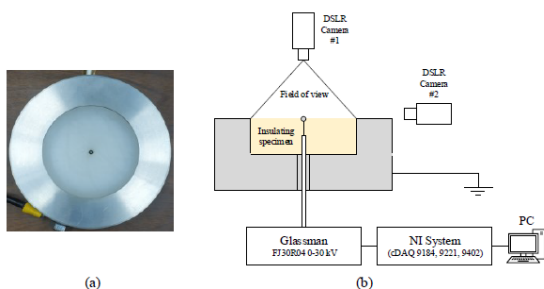
Wyładowania powierzchniowe posiadają najbardziej widoczne cechy fraktalne, dlatego są one pierwszym rodzajem wyładowań, do których zastosowano modele oparte o geometrię fraktalną. W pracach [1, 2] przedstawiono wyniki symulacji Figur Lichtenberga, które porównano z wynikami pomiarów uzyskanymi eksperymentalnie. W obu tych pracach wyładowania powierzchniowe występowały na powierzchni cienkiej szklanej płytki o grubości 2 mm umieszczonej w atmosferze gazu SF<sub>6</sub>. Źródłem wyładowań była elektroda prętowa umieszczona prostopadle do powierzchni szklanej płytki, za pośrednictwem której do układu było doprowadzane napięcie impulsowe o wartości od 21 do 30 kV (zob. Rys. 2).



Rys. 2. Układ generacji wyładowań powierzchniowych z elektrody prętowej o napięciu 21-30 kV, przyłożonej do szklanej płytki o grubości 2mm, umieszczonej w atmosferze gazu SF<sub>6</sub>, [2]

Do symulacji wyładowań powierzchniowych wykorzystano dwie odmiany modelu fraktalnego: model DBM (Dielectric Breakdown Model) [1] oraz jego zmodyfikowaną wersję uwzględniającą krytyczną wartość natężenia pola elektrycznego której osiągnięcie jest warunkiem rozwoju wyładowania [2]. W obu przypadkach wyniki symulacji wykazały zgodność z wynikami pomiarów (do porównań wykorzystano wymiar fraktalny wyznaczony metodą pudełkową, który dla wykorzystanych Figur Lichtenberga wynosił 1.75).

Inny rodzaj wyładowań powierzchniowych przedstawiono w pracy [3], gdzie badano zjawisko przeskoku na powierzchni okrągłej próbki wykonanej z polietylenu, otoczonej uziemionym pierścieniem (zob. Rys. 3).



Rys. 3. (a) Próbkę z polietylenu otoczona uziemionym pierścieniem, (b) układ eksperymentalny inicjujący wyładowania powierzchniowe na badanej próbce, [3]

W badaniach symulacyjnych przedstawionych w pracy [3] wykorzystano model opisany w równaniu (1), przyjmując następujące wartości parametrów modelu:  $\eta = 10$ ,  $E_{cr} = 13$  kV/cm, oraz zakładając dodatkowo, że spadek napięcia wzdłuż kanału wyładowania wynosi:

$$(2) \quad V_{L'} = V_L - s \cdot E_{ch}$$

gdzie  $V_{L'}$  i  $V_L$  są potencjałem, odpowiednio, poprzedniego oraz następnego węzła,  $s$  jest odległością pomiędzy węzłami, a  $E_{ch}$  jest gradientem napięcia.

Badania symulacyjne w [3], podobnie jak w [1], wykonano w oparciu o model 2D, przyjmując, że składowa pola elektrycznego prostopadła do powierzchni badanej próbki ma pomijalny wpływ na rozwój wyładowania. Takie podejście pozwoliło na znaczną redukcję czasu oraz zasobów obliczeniowych potrzebnych do wykonania symulacji. W pracy [2] zaznaczono jednak, że w przypadku wyładowań powierzchniowych uwzględnienie trzeciego wymiaru przestrzennego pozwala na uzyskanie istotnie lepszych wyników odwzorowania wyładowania powierzchniowego.

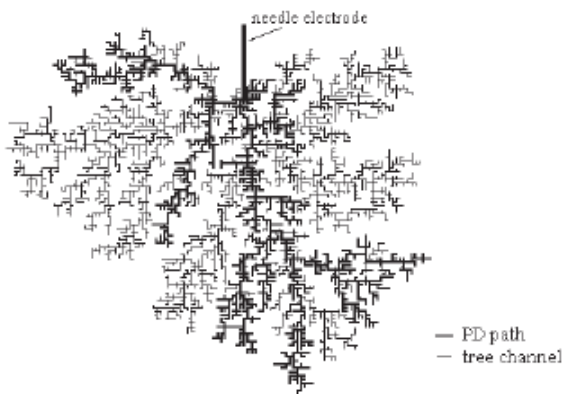
Wynikiem symulacji przedstawionych w pracy [3] było wyznaczenie 50-procentowego napięcia przeskoku oraz średniej długości kanału wyładowania. Uzyskane wartości 50-procentowego napięcia przeskoku oraz średniej długości kanału wyładowania miały bardzo dużą zbieżność z wynikami pomiarów laboratoryjnych, co pokazało, że model fraktalny może mieć zastosowanie praktyczne np. w procesie projektowania układów energoelektrycznych.

### Wyładowania drzewiaste

W obszarze wyładowań drzewiastych prace badawcze skupiają się na analizie procesów starzeniowych oraz wyładowań rozwijających się wewnątrz polimerowych materiałów izolacyjnych [4-9].

W pracy [4] zaprezentowano wyniki symulacji uzyskanych z zastosowaniem modelu przedstawionego w pracy [1]. Symulacje wykonano w układzie dwu i trójwymiarowym. W przeprowadzonych badaniach mechanizm rozwoju wyładowania był uzależniony nie tylko od współczynnika  $\eta$  oraz krytycznego natężenia pola  $E_{cr}$ , ale również od wartości natężenia pola wewnątrz kanału wyładowania  $E_s$ , określającego zdolność do podtrzymania wyładowania. Dzięki wprowadzeniu dodatkowego parametru  $E_s$ , przedstawiony model pozwalał na badanie mechanizmu rozwoju wyładowania w materiałach o niejednorodnej strukturze (losowe rozmieszczenie wartości parametru  $E_s$  w węzłach siatki obliczeniowej), co w przypadku badań rzeczywistych materiałów izolacyjnych jest znaczącą zaletą modelu fraktalnego w porównaniu do metod deterministycznych.

Jak pokazano w pracach [1, 2], do opisu przestrzennej struktury wyładowań powierzchniowych wykorzystywany jest wymiar fraktalny (ang. *fractal dimension*). W przypadku wyładowań drzewiastych, również możliwe jest wyznaczenie wymiaru fraktalnego, przy czym jest to proces bardziej złożony, gdyż wyładowania drzewiaste w przeciwieństwie do wyładowań powierzchniowych, rozwijają się równomiernie w wszystkich trzech kierunkach w przestrzeni. W pracy [5] zaprezentowano kilka metod wyznaczania wymiaru fraktalnego, w tym najczęściej stosowaną metodę pudełkową (ang. *box-counting method*). Dodatkowo, w pracy [5] przedstawiono dwa podejścia wyznaczania wymiaru fraktalnego. W pierwszym podejściu, analizie poddano cały przestrzenny obiekt, natomiast w drugim podejściu analizowano obrazy będące efektem rzutowania na wybrane płaszczyzny odniesienia.



Rys. 4. Obliczony kanał wyładowania inicjowanego od elektrody ostrzowej do uziemionej płaszczyzny, [6]

Inny sposób analizy wymiaru fraktalnego przedstawiono w pracy [6], wprowadzając pojęcie tzw. wymiaru sub-fraktalnego (ang. *sub-fractal dimension*) i pokazując jego związek z podstawowym wymiarem fraktalnym. Sub-fraktalem nazywany jest wzór tworzony przez pojedyncze wyładowanie niepełne, w wyniku którego dochodzi do przepływu ładunku jedynie przez część kanałów całego wzoru powstałego w wyniku zjawiska drzewienia (zob. Rys. 4).

Wykonane badania symulacyjne pokazały, że model fraktalny może być stosowany zarówno do symulacji całej struktury wyładowania, jak i jego części (sub-fraktali). Dodatkowo wykazano, że wyładowania drzewiaste rozwijające się we wszystkich trzech kierunkach przestrzeni mogą być analizowane również w przestrzeni dwuwymiarowej. Podobne podejście zaprezentowano w pracy [7], gdzie przedmiotem badań było zjawisko drzewienia zachodzące w izolacji kabli elektroenergetycznych. W symulacjach przyjęto jeden z podstawowych układów stosowanych w technice wysokich napięć, w którym wyładowanie rozwija się od elektrody ostrzowej w kierunku elektrody o zerowym potencjale. Zgodnie z założeniami modelu fraktalnego, kierunek rozwoju wyładowania jest po części losowy a po części uzależniony od lokalnej wartości natężenia pola elektrycznego. Przeprowadzona w pracy [7] analiza wymiaru fraktalnego pokazała, że przyjęta metoda modelowania pozwala na symulację różnego rodzaju wyładowań drzewiastych pojawiających się w czasie eksploatacji kabli elektroenergetycznych.

Dwuwymiarowy sposób modelowania wyładowań drzewiastych został przedstawiony również w jednej z najnowszych prac [8], w której zaprezentowano koncepcję połączenia modelu fraktalnego z istniejącymi modelami fizycznymi rozwoju wyładowań lawinowych [9] (ang. *Discharge-Avalanche Model, DAM*). W odróżnieniu od podstawowego modelu fraktalnego, w którym po każdej iteracji zmieniana jest geometria układu oraz rozkład pola elektrycznego, w opisywanym przypadku każdorazowo obliczane są również takie czynniki jak średni wzrost energii elektronów, współczynnik jonizacji oraz czas niezbędny do rozwoju nowego kanału wyładowania. Badania wykonano w układzie ostrze-płyta dla trzech wartości napięcia: 7 kV, 10 kV oraz 15 kV. Łącznie wykonano 150 symulacji, po 50 dla każdego z napięć. Wyniki przedstawiono w formie wykresów przedstawiających strukturę wyładowania, charakterystykę długości kanału wyładowania w funkcji czasu oraz charakterystykę przedstawiającą zmianę wymiaru fraktalnego w czasie. Wyniki symulacji zostały porównane z wynikami pomiarów. Wykonane badania pokazały, że wykorzystanie modelu fraktalnego pozwala w

danym przypadku na wykonywanie obliczeń w środowiskach niejednorodnych oraz daje możliwość wyznaczenia czasu do przebicia izolacji. Dodatkowo wskazano również możliwość zastosowania przyjętego modelu do wykonywania obliczeń w przestrzeni trójwymiarowej.

### Wyładowania piorunowe

Model fraktalny jest najczęściej wykorzystywany do badań wyładowań atmosferycznych. Zakres badań obejmuje głównie wyładowania doziemne, jednak zdarzają się również prace dotyczące wyładowań międzychmurowych [10] czy też analizy wyładowań zachodzących w górnej warstwie atmosfery, takich jak „blue jets” [11].

Najwięcej badań z wykorzystaniem modelu fraktalnego prowadzone jest w odniesieniu do wyładowań doziemnych, ponieważ to one najsilniej oddziałują na środowisko, w którym żyje człowiek, w tym na infrastrukturę systemu elektroenergetycznego. Najintensywniejsze oddziaływania wyładowań piorunowych związane są z bezpośrednimi trafieniami w obiekty infrastruktury cywilnej oraz przemysłowej. Model fraktalny jest wykorzystywany do badania mechanizmu oddziaływania wyładowań piorunowych w takie obiekty jak maszty antenowe [12], turbiny wiatrowe [13], budynki mieszkalne [14], obiekty będące elementami instalacji odgromowych [15], zabytkowe obiekty architektoniczne [16, 17] oraz obiekty będące częścią infrastruktury elektroenergetycznej, jak stacje rozdzielcze [18-21] i linie napowietrzne [22-25]. Model fraktalny jest obecnie uznawany [26], obok modeli elektrogeometrycznego (ang. *Electro-Geometric Model, EGM*) i modelu LPM (ang. *Leader Progression Model*), za odpowiedni do projektowania ochrony odgromowej linii napowietrznych najwyższych napięć.

Wielość badań w tym obszarze sprawiło, że model fraktalny podlega obecnie pracom rozwojowym, których skutkiem są modyfikacje modelu. Niezmienna pozostaje główna idea wykonywania obliczeń w sposób iteracyjny oraz metoda wyznaczania prawdopodobieństwa i kierunku rozwoju wyładowania bazująca na funkcji prawdopodobieństwa  $p(P' \rightarrow P)$ . Główne różnice dotyczą wartości oraz sposobu określania kluczowych parametrów modelu.

Jednym z kluczowych parametrów modelu fraktalnego jest krytyczne natężenie pola elektrycznego  $E_{cr}$ , którego przekroczenie warunkuje rozwój wyładowania. Często przyjmuje się, że wielkość ta jest stała i wynosi 0.5 MV/m dla wyładowań o biegunowości dodatniej [13, 15, 19, 21, 22, 29], lub 1.0 MV/m w przypadku wyładowań o biegunowości ujemnej [15, 21, 22, 29]. W niektórych pracach przyjmuje się, że parametr ten jest zmienny i zależy od wysokości na jakiej znajduje się czoło lidera [12, 16, 17, 18, 25, 27, 28], a zależność ta wyrażana jest wzorem:

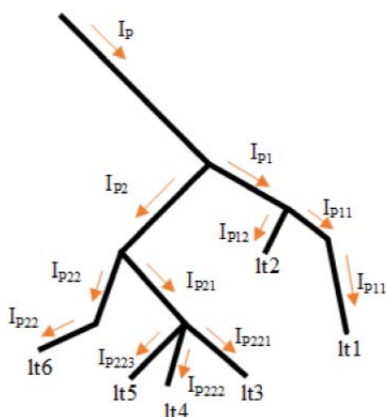
$$(2) \quad E_{cr}(h) = E_{cr0} \cdot \exp(-h/u),$$

gdzie:  $h$  jest wysokością nad poziomem morza,  $E_{cr0}$  jest krytyczną wartością natężenia pola elektrycznego na powierzchni gruntu,  $u$  jest współczynnikiem zależnym od biegunowości, przyjmującym wartość 5, 7.5 lub 10 [8, 23, 25, 27, 28, 25].

Kolejnym istotnym parametrem modelu jest wykładnik potęgowy  $\eta$  określający związek pomiędzy lokalnym rozkładem pola elektrycznego, a prawdopodobieństwem dalszego rozwoju wyładowania. Wartość tego parametru często dobierana jest na podstawie pomiarów [29], w taki sposób, aby wyładowanie powstałe w wyniku symulacji cechowało się wymiarem fraktalnym możliwie jak

najbliższym wymiarowi fraktalnemu rzeczywistych wyładowań piorunowych [15, 18, 20, 22, 23, 25, 27]. W niektórych przypadkach kryterium doboru parametru  $\eta$  stanowi również wizualna ocena stopnia rozgałęzienia oraz krętości kanału wyładowania [19]. W niektórych pracach przyjmuje się, że współczynnik  $\eta$  nie jest stały, a jego wartość dla głównego kanału wyładowania jest inna, niż ma to miejsce w przypadku gałęzi [30].

Jedną z podstawowych cech modelu fraktalnego jest to, że mechanizm rozwoju wyładowania opisywanego przez model jest ściśle związany z lokalnym rozkładem pola elektrycznego. Ten lokalny rozkład pola uzależniony jest od ciągle zmieniającego swój kształt kanału wyładowania. Najczęściej stosowane są dwa podejścia pozwalające na obliczenie składowych pola elektrycznego wytwarzanego przez kanał wyładowania. Pierwsze polega na wyznaczeniu rozkładu ładunku elektrycznego w poszczególnych gałęziach wyładowania, np. [18, 22, 23, 27]. Rozkład ładunku jest najczęściej wyznaczany na podstawie rozpręgu prądu pioruna (zob. Rys. 5).



Rys. 5. Lider wyładowania rozgałęziający się ku dołowi, [12]

Druga metoda zakłada, że potencjał kanału wyładowania zmniejsza się wraz ze wzrostem odległości czoła lidera od źródła wyładowania (w tym przypadku chmury), np. [15, 17, 21, 25, 30]. Spadek potencjału jest proporcjonalny do długości danego fragmentu kanału wyładowania i może być wyznaczony na podstawie zależności:

$$(3) \quad V_m = V_0 - s \cdot E_{ch}$$

gdzie:  $V_m$  jest potencjałem czoła lidera,  $V_0$  jest potencjałem chmury,  $E_{ch}$  jest średnim gradientem potencjału wewnątrz kanału wyładowania,  $s$  jest długością kanału wyładowania pomiędzy czołem lidera, a chmurą burzową. Przyjmuje się, że  $E_{ch} = 0 \div 10 \text{ kV/m}$  [31].

Obliczenia rozkładu pola elektrycznego w większości przypadków wykonywane są przy założeniu, że przestrzeń podzielona jest prostokątną siatką obliczeniową. Takie podejście pozwala wyznaczyć rozkład pola elektrycznego przy wykorzystaniu Metody Różnic Skończonych (ang. *Finite Difference Method*), co w połączeniu z zastosowaniem odpowiednich metod numerycznych (np. metody relaksacji, ang. *Successive Over-Relaxation*, SOR) daje możliwość znacznego przyspieszenia obliczeń, a tym samym analizy większych i bardziej złożonych struktur [25].

Ograniczeniem, jakie nakłada stosowanie prostokątnej siatki obliczeniowej, jest konieczność założenia, że w każdej iteracji długość skoku wykonywanego przez kanał wyładowania jest stała. Założenie to nie ma odzwierciedlenia w rzeczywistości. Rozwiązaniem tego problemu jest przyjęcie założenia, że potencjalne punkty

rozwoju kanału wyładowania są rozmieszczone na powierzchni sfery, która dla każdej kolejnej iteracji może przyjmować inny promień [12, 18].

Wyniki prowadzonych symulacji są najczęściej wykorzystywane do obliczeń współczynników przedstawiających skuteczność ekranowania [12, 25] obiektu podlegającego ochronie odgromowej, np. linii napowietrznej wysokich napięć, oraz do wyznaczania promieni decyzji wyładowania piorunowego [12, 21, 25]. Uzyskiwane rezultaty następnie są porównywane z obecnie stosowanymi modelami EGM i LPM. Wnioski wynikające z przeprowadzonych badań zwracają uwagę na fakt, że zastosowanie modelu fraktalnego pozwala uzyskać bardziej kompleksowe informacje na temat skuteczności ochrony odgromowej [12], a także daje możliwość analizowania przypadków, do których analizy nie znajdują zastosowania obecnie stosowane modele [21] EGM czy LPM.

### Wyładowania iskrowe – iskra długa

Jak wspomniano, ustalenie wartości współczynnika  $\eta$  dokonywane jest na podstawie wymiaru fraktalnego. W przypadku wyładowań atmosferycznych stanowi to pewien problem, ponieważ samo wyładowanie jest obiektem rozwijającym się w przestrzeni 3D, natomiast wymiar fraktalny wyznaczany jest na podstawie dwuwymiarowych obrazów przedstawiających jedynie rzut kanału wyładowania na pewną arbitralnie wybraną płaszczyznę odniesienia. Podobny problem nie występuje w przypadku pomiarów wyładowań iskrowych w warunkach laboratoryjnych (tzw. iskry długiej, ang. *long spark*). Wymiar fraktalny można wyznaczyć pomiarowo zarówno w 2D [32, 33] jak w 3D, dzięki rekonstrukcji kanału wyładowania. Tym samym powstaje możliwość wykorzystania wyników pomiarów do stworzenia modelu fraktalnego dla iskry długiej. Taki model pozwolić może na uzyskanie dodatkowych narzędzi w procesie koordynacji izolacji, pozwalających na eliminację przeskoków wewnątrz układów izolacyjnych a tym samym na zwiększenie niezawodności i bezpieczeństwa systemu elektroenergetycznego.

Obecnie prowadzone są prace dotyczące zastosowania modelu fraktalnego do badania wyładowań iskrowych [34, 36]. Jedno z badań zaprezentowanych w pracy [34] dotyczyło układu ostrze-płyta o długości przerwy iskrowej wynoszącej 0.75 m, w którym do elektrody ostrzowej doprowadzono napięcie udarowe piorunowe o biegunowości dodatniej. W wyniku przeprowadzonych pomiarów zostało wyznaczone 50-procentowe napięcie przeskoku wynoszące 395.9 kV. Wykonano badania symulacyjne dla układów 2D oraz 3D, przy założeniu, odpowiednio, prostokątnej i sześcienniej siatki obliczeniowej (ze stałą rozdzielczością wynoszącą 1 cm). Rozkład pola elektrycznego wyznaczono metodą różnic skończonych. W wyniku przeprowadzonych symulacji uzyskano dwie wartości 50-procentowego napięcia przeskoku: 395.2 kV (dla układu 2D) oraz 395.7 kV (dla układu 3D). Przeprowadzone badania pokazały, że model fraktalny może być wykorzystany do badań zjawisk jakimi są wyładowania iskrowe.

W kontekście zjawisk zachodzących w układach izolacyjnych linii napowietrznych konieczne jest wykonanie dodatkowych badań uwzględniających obie biegunowości napięcia jak i również udary łączeniowe. Aby uniknąć problemów i niedokładności związanych ze skalowaniem zjawiska wskazane jest wykonanie badań dla odstępów izolacyjnych odpowiadających tym, jakie występują w eksploatacji. Tym samym konieczne jest wykonanie pomiarów, które umożliwiłyby uzyskanie możliwie kompleksowych informacji kształcie trajektorii wyładowań

iskrowych. W ten nurt wpisuje się praca [36], w której przedstawiono analizę 540. pomiarów trajektorii iskry długiej dla impulsów łączeniowych i piorunowych o wartościach szczytowych z zakresu od 1200 kV do 3364 kV o polaryzacji dodatniej i ujemnej, dla dwóch rodzajów elektrod: kula-kula oraz kula-płyta, rozmieszczonych względem siebie w odległościach 3.3 m oraz 5.5 m.

**Autorzy:** mgr inż. Michał Molas, Instytut Energetyki, ul. Mory 8, 01-330 Warszawa, E-mail: [michal.molas@ien.com.pl](mailto:michal.molas@ien.com.pl); dr hab. inż. Marcin Szewczyk, prof. PW, Politechnika Warszawska, Wydział Elektryczny, Instytut Elektroenergetyki, ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa, E-mail: [marcin.szewczyk@pw.edu.pl](mailto:marcin.szewczyk@pw.edu.pl).

#### LITERATURA

- [1] Niemeyer, Lucian, Luciano Pietronero, and Hans J. Wiesmann. "Fractal dimension of dielectric breakdown." *Physical Review Letters* 52.12 (1984): 1033
- [2] Femia, N., L. Niemeyer, and V. Tucci. "Fractal characteristics of electrical discharges: experiments and simulation." *Journal of Physics D: Applied Physics* 26.4 (1993): 619.
- [3] Ioannidis, A. I., et al. "Development of a fractal-based model for simulating streamer flashover of insulating surfaces." 2021 IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP). IEEE, 2021.
- [4] Wiesmann, H. J., and H. R. Zeller. "A fractal model of dielectric breakdown and prebreakdown in solid dielectrics." *Journal of applied physics* 60.5 (1986): 1770-1773.
- [5] Kudo, K. "Fractal analysis of electrical trees." *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation* 5.5 (1998): 713-727.
- [6] Wu, Kai, Yasuo Suzuoki, and Hengkun Xie. "Sub-fractal structure of single partial discharge in an electrical tree." *Journal of Physics D: Applied Physics* 33.22 (2000): 2954.
- [7] Hariharan, M., and Sharanya Srinivas. "Stochastic Modelling of Electrical Tree Progression in Modern High Voltage Power Cables." *International Journal of Computer Applications* 149.7 (2016).
- [8] Rodríguez-Serna, Johnatan M., Ricardo Albarracín-Sánchez, and Isabel Carrillo. "An improved physical-stochastic model for simulating electrical tree propagation in solid polymeric dielectrics." *Polymers* 12.8 (2020): 1768.
- [9] Bahder, G., et al. "Physical model of electric aging and breakdown of extruded polymeric insulated power cables." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* 6 (1982): 1379-1390.
- [10] Rioussset, Jeremy A., et al. "Three-dimensional fractal modeling of intracloud lightning discharge in a New Mexico thunderstorm and comparison with lightning mapping observations." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 112.D15 (2007).
- [11] Pasko, Victor P., and Jeremy J. George. "Three-dimensional modeling of blue jets and blue starters." *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 107.A12 (2002): SIA-12.
- [12] Ghaffarpour, Reza, and Saeid Zamanian. "Fractal-based lightning model for investigation of lightning direct strokes to the communication towers." *Electrical Engineering* (2022): 1-9.
- [13] Yu, Wanshui, et al. "Numerical simulation of the lightning leader development and upward leader initiation for rotating wind turbine." *Machines* 10.2 (2022): 115.
- [14] Petrov, N. I., G. N. Petrova, and F. D'alessandro. "Quantification of the probability of lightning strikes to structures using a fractal approach." *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation* 10.4 (2003): 641-654.
- [15] Zhang, Xuewei, et al. "Study on the effectiveness of single lightning rods by a fractal approach." *Journal of Lightning Research* 1.1 (2009).
- [16] Ioannidis, Alexios I., et al. "Lightning protection of the Parthenon: A fractal-based approach." 2021 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting (IAS). IEEE, 2021.
- [17] A. Ioannidis, P. N. Mikropoulos, T. E. Tsovilis and N. Kokkinos, "A Fractal-Based Approach to Lightning Protection of Historical Buildings and Monuments: The Parthenon Case Study," in *IEEE Industry Applications Magazine*, doi: 10.1109/MIAS.2022.3160992.
- [18] Rahiminejad, Abolfazl, and Behrooz Vahidi. "An Application of Fractal-Based Lightning for SFR Calculation of High Voltage Substations." *Indian Journal of Science and Technology* 10.15 (2017).
- [19] Ioannidis, Alexios I., and Thomas E. Tsovilis. "Fractal-based approach for evaluating the shielding design of high voltage substations against direct lightning strikes." 2020 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting. IEEE, 2020.
- [20] Guo, Jun, et al. "A three-dimensional direct lightning strike model for lightning protection of the substation." *IET Generation, Transmission & Distribution* 15.19 (2021): 2760-2772.
- [21] Ioannidis, Alexios I., and Thomas E. Tsovilis. "Shielding Failure of High-Voltage Substations: A Fractal-Based Approach for Negative and Positive Lightning." *IEEE Transactions on Industry Applications* 57.3 (2021): 2317-2325.
- [22] Li, Jianbiao, et al. "A new estimation model of the lightning shielding performance of transmission lines using a fractal approach." *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation* 18.5 (2011): 1712-1723.
- [23] Rahiminejad, Abolfazl, and Behrooz Vahidi. "Fractal-based lightning model for shielding failure rate calculation of transmission lines." *IET Science, Measurement & Technology* 12.6 (2018): 719-725.
- [24] Datsios, Zacharias G., et al. "A parametric study on the critical lightning currents causing flashover to the overhead lines of  $\pm 533$  kV HVDC transmission system." 2020 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2020 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC/I&CPS Europe). IEEE, 2020.
- [25] Datsios, Zacharias G., et al. "A Stochastic Model for Evaluating the Lightning Performance of a- 400 kV HVDC Overhead Line." *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 63.5 (2021): 1433-1443.
- [26] CIGRE WG C4.26, "Evaluation of lightning shielding analysis methods for EHV and UHV DC and AC transmission lines," Technical Brochure 704, Oct. 2017.
- [27] Rahiminejad, Abolfazl, Behrooz Vahidi, and Jinliang He. "A fractal-based stepped downward leader model including branched channel charge distribution and branch fading." *Electric Power Systems Research* 176 (2019): 105940.
- [28] Rahiminejad, Abolfazl, and Behrooz Vahidi. "Fractal-based lightning model for shielding failure rate calculation of transmission lines." *IET Science, Measurement & Technology* 12.6 (2018): 719-725.
- [29] Nguyen, D. T., Grant Deegan, and Franco D'Alessandro. "Fractal nature of probabilistic model of lightning discharge." *Proceedings of IEEE Region 10 International Conference on Electrical and Electronic Technology. TENCON 2001 (Cat. No. 01CH37239)*. Vol. 2. IEEE, 2001.
- [30] Hao-jiang, Wan, Wei Guang-hui, and Chen Qiang. "Estimation on lightning protection performance using a fractal approach." 2010 International Conference On Computer Design and Applications. Vol. 4. IEEE, 2010.
- [31] Syssoev, A. A., et al. "Numerical simulation of stepping and branching processes in negative lightning leaders." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 125.7 (2020): e2019JD031360.
- [32] Amarasinghe, Dulana, et al. "Fractal dimension of long electrical discharges." *Journal of Electrostatics* 73 (2015): 33-37.
- [33] Vayanganie, Amila, et al. "Fractal Analysis of Long Laboratory Sparks of high Speed Video Recordings." *ICLP*, 2016.
- [34] Ioannidis, A. I., et al. "Fractal-Based Approach for Modelling Electric Breakdown of Air Gaps: An Application to a 75 cm Positive Rod-Plane Gap." *The International Symposium on High Voltage Engineering*. Springer, Cham, 2019.
- [35] J. He, X. Zhang, R. Zeng, and Y. Tu, "Protection zone estimation for high lightning rods by a fractal approach", 16th International Symposium on High Voltage Engineering, Cape Town, South Africa, Aug. 2009
- [36] M. Molas, M. Szewczyk, „Experimental Evaluation of 3D Tortuosity of Long Laboratory Spark Trajectory for Sphere-Sphere and Sphere-Plane Discharges under Lightning and Switching Impulse Voltages,” *Energies* 2021, 14, 7409. DOI: <https://doi.org/10.3390/en14217409>