Politechnika Śląska, Katedra Elektrotechniki i Informatyki

Modelowanie odbiorników nieliniowych w dziedzinie częstotliwości na przykładzie wybranych sieciowych opraw oświetleniowych LED

Streszczenie. W artykule przedstawiono jeden z możliwych sposobów modelowania odbiorników nieliniowych w dziedzinie częstotliwości. Za przykład posłużyły wybrane oprawy oświetleniowe LED, dla których przeprowadzono pomiary oraz opisano zależności prądowo napięciowe dla poszczególnych harmonicznych w zakresie ich napięć znamionowych. Wyprowadzone modele zweryfikowano w opracowanym środowisku symulacyjnym dla przykładowego obwodu zawierającego 40 opraw danego typu.

Abstract. One of the possible ways of modeling nonlinear loads in the frequency domain has been presented in the paper. Selected LED luminaires were used as examples, for which measurements were carried out and voltage-current relationships for individual harmonics in the range of their rated voltages were described. The derived models were verified in the developed simulation environment for an example circuit containing 40 fixtures of a given type. (Modeling of non-linear loads in the frequency domain on the example of selected LED lighting fixtures).

Słowa kluczowe: odbiornik nieliniowy, oświetlenie LED, model częstotliwościowy, harmoniczne. **Keywords**: nonlinear load, LED luminaire, frequency domain model, harmonics.

Wstęp

Ze względu na powszechne dążenie do obniżenia energochłonności, w obwodach oświetlenia ulicznego coraz częściej stosuje się oprawy oświetleniowe z modułami LED. Oprawy te zużywają znacznie mniej energii w stosunku do dotychczas najczęściej instalowanych opraw z lampami ich włączenie do wyładowczymi. Jednakże sieci energetycznej nie pozostaje bez wpływu na jakość energii, ze względu na właściwości zasilaczy impulsowych stosowanych do ich zasilania [6], [7], [8], [12], [13]. Na producentów zasilaczy opraw narzucono przestrzeganie limitów dotyczących wyższych harmonicznych prądu pobieranego z sieci oraz współczynnika mocy PF. Przykładowo zgodnie z dyrektywą [1], dla bezkierunkowych i kierunkowych lampy LED w zależności od mocy czynnej P pobieranej z sieci, nakłada się spełnienie minimalnej wartość PF:

- *P* ≤ 2 W: brak wymogu,
- 2 W < *P* ≤ 5 W: 0,40,
- 5 W < P ≤ 25 W: 0,50,
- P > 25 W: 0,90.

Mimo wprowadzonych regulacji, zawartość harmonicznych prądu THD i pobieranego przez lampy LED jest znacząca - może osiągać kilkanaście %, nawet przy PF = 0,9, co już wymaga zastosowania w zasilaczu aktywnej korekcji PF [9], [10], [11]. Wprowadzane do sieci harmoniczne mogą być powodem zwiększania strat mocy oraz źródłem zakłóceń dla wrażliwych urządzeń elektronicznych zasilanych z sieci. Ponadto lampy LED mogą pobierać niepomijalną moc bierną - typowo pojemnościową, związaną zazwyczaj z kondensatorami umiejscowionymi w filtrze EMI wewnątrz wbudowanego zasilacza. W takim przypadku konieczna jest zbiorcza kompensacja mocy biernej pojemnościowej na wybranym obwodzie oświetleniowym, co niewątpliwie zwiększa koszt instalacji i eksploatacji obwodu.

Założenia modelu częstotliwościowego

Celem pracy jest opracowanie modeli częstotliwościowych [2], [3], [4], [5] dla przykładowych opraw oświetleniowych LED. Oprawy potraktowano jako odbiorniki nieliniowe pobierające z sieci odkształcony prąd o harmonicznych począwszy od podstawowej (h = 1) do 40tej włącznie. Harmoniczne prądu są w modelu scharakteryzowane wartością skuteczną $|I_h|$ oraz kątem przesunięcia a_h względem podstawowej harmonicznej napięcia sieci ($\alpha_h = -\varphi_h$, gdzie φ_h – kąt przesunięcia fazowego dla *h*-tej harmonicznej). Harmoniczna podstawowa została przedstawiona w rozbiciu na składową czynną o wartości skutecznej $|I_{a1}|$ oraz bierną o wartości skutecznej |I_{b1}|. Składową czynną pobiera rezystor o rezystancji zastępczej R_R, natomiast bierną pobiera kondensator o zastępczej pojemności C_R. Harmoniczne prądu począwszy od h = 2 o wartości skutecznej $|I_h|$ oraz kącie α_h uwzględniono bezpośrednio jako źródła prądowe włączone równolegle. Wpływ harmonicznych napięcia na wartości harmonicznych prądu został pominięty. Schemat zaproponowanego modelu przedstawiono na rys. 1.



Rys.1. Model częstotliwościowy odbiornika nieliniowego przeznaczony do modelowania opraw oświetleniowych LED

Rezystancja $R_{\rm R}$ oraz wartość skuteczna $|I_h|$ i kąt przesunięcia α_h harmonicznych $h \ge 2$ są funkcją wartości skutecznej $|U_1|$ harmonicznej podstawowej napięcia sieci:

(1)
$$R_R = f(|U_1|), |I_h| = f(|U_1|), \ \alpha_h = f(|U_1|), \ h \ge 2,$$

w całym dopuszczalnym dla danej oprawy zakresie – od wartości minimalnej $|U_1|_{\text{min}}$ do maksymalnej $|U_1|_{\text{max}}$:

(2)
$$|U_1|_{\min} \le |U_1| \le |U_1|_{\max}$$

Modelowane oprawy

W ramach prac wyznaczono modele częstotliwościowe dwóch przykładowych sieciowych opraw oświetleniowych o mocy znamionowej $P_{\rm N}$ = 40 W. Ze względu na moc w obu przypadkach producent zastosował układową korekcję współczynnika mocy *PF* aby spełnić wymagany przepisami

[1] warunek PF > 0,9. Oprawy różnią się zastosowaną topologią przetwornicy AC/DC. W pierwszej z badanych opraw (oznaczonej w niniejszej pracy jako oprawa #1) zastosowano klasyczny zewnętrzny zasilacz izolowany w topologii flyback o szerokim zakresie napięcia zasilającego $|U_1| = 100 \div 265$ V. Druga oprawa (oprawa #2) zawiera niskobudżetowy nieizolowany zasilacz zintegrowany z modułem LED o nieco węższym zakresie $|U_1| = 200 \div 250$ V.

Wyznaczenie parametrów modelu

Parametry modelu (1) dla badanych opraw wyznaczono w oparciu o pomiar oscyloskopowy przebiegu prądu i(t) pobieranego przez oprawę traktowaną jako dwójnik nieliniowy Z_N , zasilaną z laboratoryjnego sinusoidalnego źródła napięcia o regulowanej wartości skutecznej $|U_1|$, o częstotliwości f = 50 Hz (rys. 2).



Rys.2. Model częstotliwościowy odbiornika nieliniowego przeznaczony do modelowania opraw oświetleniowych LED

Dla oprawy #1 oscylogram przebiegu i(t) zdjęto dla 34 wartości $|U_1|$ zmienianej w zakresie od $|U_1|_{min}$ = 100 V do $|U_1|_{max}$ = 265 V, z krokiem co 10 V. Dla oprawy #2 oscylogramy i(t) zdjęto dla 21 wartości $|U_1|$ zmienianej od $|U_1|_{min}$ = 200 V do $|U_1|_{max}$ = 250 V, z krokiem co 2,5 V.

Odkształcony przebieg i(t) dla każdej ustawionej wartości $|U_1|$ rozwinięto w szereg Fouriera z dokładnością do 40-tej harmonicznej (składowa stała pomijalnie mała):

(3)
$$i(t) \cong \sum_{h=1}^{40} \sqrt{2} |I_h| \sin(h 2\pi f t + \alpha_h)$$

Wartości skuteczne $|I_h|$ oraz kąt przesunięcia α_h (względem u(t)) wyznaczono za pomocą transformaty FFT w środowisku SciLab. Następnie obliczono następujące parametry odbiornika:

wartość skuteczną prądu:

(4)
$$|I| = \sqrt{\sum_{h=1}^{40} |I_h|^2}$$

• moc pozorna:

- (5) |S| = |U||I|, gdzie: $|U| = |U_1|$,
- moc czynna (występuje tylko dla składowej podstawowej):

$$(6) P = P_1$$

$$(\cos(-\alpha_1)=\cos(\alpha_1)),$$

 $= \operatorname{Re}\left\{ |U_1| e^{j0^{\circ}} \cdot |I_1| e^{-j\alpha_1} \right\} = |U_1| |I_1| \cos(\alpha_1),$

moc bierna składowej podstawowej:

(7)
$$Q_1 = \operatorname{Im}\left\{ |U_1| e^{j0^\circ} \cdot |I_1| e^{-j\alpha_1} \right\} = |U_1| |I_1| \sin(-\alpha_1),$$

współczynnik mocy:

$$PF = \frac{P}{|S|}$$

współczynnik zawartości harmonicznych prądu:

(9)
$$THD \, i = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{40} |I_h|}}{|I_1|} \cdot 100\% ,$$

współczynnik zawartości h-tej harmonicznej prądu:

(10)
$$HDi = \frac{|I_h|}{|I_1|} \cdot 100\%,$$

równoległa rezystancja zastępcza:

(11)
$$R_{\rm R} = \frac{|U_1|}{|I_1|\cos^2\theta}$$

• równoległa pojemność zastępcza:

(12)
$$C_{\rm R} = \frac{1}{2\pi f X_{\rm C}}$$
, gdzie: $X_{\rm C} = \frac{|U_1|}{|I_1|\sin(-\alpha_1)}$.

Wartość parametrów (4-11) zależy od $|U_1|$, a do opisu tych zależności posłużono się aproksymacją wielomianową co najwyżej 3-go stopnia:

 (α_1)

(13)
$$y = f(|U_1|) = a_3 |U_1|^3 + a_2 |U_1|^2 + a_1 |U_1| + a_0$$
,
gdzie: y – wartość parametru (4-12).

W uzasadnionych przypadkach zastosowano odmienną aproksymację w poszczególnych przedziałach $|U_1|$ – dla lepszego odwzorowania rzeczywistych zależności. Daje to możliwość prawidłowego opisu zależności z dającą się zaobserwować skokową zmianą wartości parametru wokół pewnej wartości progowej zmiennej $|U_1|$.

Każdorazowo syntezę Fouriera przebiegu i(t) poddano weryfikacji uzyskując satysfakcjonującą zgodność z rzeczywistym przebiegiem (rys 3, 4).



Rys.3. Weryfikacja syntezy Fouriera przebiegu i(t)dla oprawy #1, dla $|U_1|$ = 230 V



Rys.4. Weryfikacja syntezy Fouriera przebiegu i(t) dla oprawy #2, dla $|U_1| = 230 \text{ V}$

Wyniki modelowania częstotliwościowego

Szczegółowa analiza wyników syntezy Fouriera przebiegu i(t),którą przeprowadzono w całym dopuszczalnym zakresie $|U_1|$, zarówno dla oprawy #1, jak i oprawy #2, pozwalają stwierdzić, że harmoniczne parzyste mogą być pomięte, ze względu na ich pomijalnie małą amplitudę. Zauważono ponadto, że odwzorowanie przebiegu pozostaje na satysfakcjonującym poziomie (z niezauważalnym odstępstwem jak na rys. 3, 4), jeżeli będą uwzględnione kolejne harmoniczne tylko do ostatniej, której zawartość HD i wynosi co najmniej 1% (rys. 5). W efekcie przyjętych założeń upraszczających model ostatecznie został ograniczony do harmonicznych nieparzystych:



do h = 13 włącznie dla oprawy #2.



Rys.5. Zawartość harmonicznych HD~i przebiegu prądu i(t) dla oprawy #1, dla | U_1 | = 230 V

Następujące parametry: rezystancja $R_{\rm R}$ wyrażona w Ω , pojemność $C_{\rm R}$ w μ F, amplituda $|I_{\rm mh}|$ w A oraz kąt przesunięcia α_h w stopniach kolejnych uwzględnionych harmonicznych $h \ge 3$, jako funkcja $|U_1|$, zostały opisane następującymi wielomianami aproksymacyjnymi: Oprawa #1, $|U_1| = 100 \div 265$ V:

 $R_{\rm R} = 0.0247 |U_1|^2 + 0.307 |U_1| - 28.6, C_{\rm R} = 0.6835,$ h = 3: • $0,00000250|U_1|^2 - 0,000766|U_1| + 0,0698 \text{ dla } |U_1| < 180 \text{ V}$ $|I_{m3}|$ $|0,00000128|U_1|^2 - 0,000512|U_1| + 0,0696 \text{ dla } |U_1| \ge 180 \text{ V},$ $\alpha_3 = -0,000675|U_1|^2 + 0,458|U_1| - 210,$ h = 5: • $(-0,0000414|U_1| + 0,0222 \text{ dla } |U_1| < 180 \text{ V})$ $|-0,0000179|U_1| + 0,0235 \text{ dla } |U_1| \ge 180 \text{ V},$ $\alpha_5 = 0,229|U_1| - 188,7,$ • h = 7' $|I_7| = 0,00000940|U_1| + 0,00989, \alpha_7 = 0,190|U_1| + 154,0,$ h = 9: $|I_9| = -0,0000135|U_1| + 0,0125,$ $\alpha_9 = -0,00104|U_1|^2 + 0,675|U_1| - 213,$ h = 11: $|I_{11}| = 0,000000350|U_1|^2 - 0,000127|U_1| + 0,0138,$ $\alpha_{11} = 1,038|U_1| - 249,$ • *h* = 13: $|I_{13}| = 0,000000193|U_1|^2 - 0,0000777|U_1| + 0,0137,$ $\alpha_{13} = -0,00281|U_1|^2 + 0,805|U_1| + 126,1,$ h = 15: $|I_{15}| = 0,000000250|U_1|^2 - 0,0001063|U_1| + 0,01296,$ $|0,347|U_1| + 158,6 \, dla \, |U_1| < 180 \, V$ $-0,851|U_1| + 337 \text{ dla } |U_1| \ge 180 \text{ V},$ h = 17: $|I_{17}| = 0,0000001532|U_1|^2 - 0,0000427|U_1| + 0,00419,$ $\alpha_{17} = -0,00939|U_1|^2 + 4,66|U_1| - 527,$ • $h = 19^{\circ}$ $|I_{19}| = -0,00000364|U_1| + 0,00353, \alpha_{19} = -0,382|U_1| + 233.$ Oprawa #2, |U₁| = 200÷250 V: $R_{\rm R} = 0,246|U_1|^2 - 104,3|U_1| + 12050, C_{\rm R} = 0,$ h = 3: $|I_{\rm m3}| = 0,00001564|U_1|^2 - 0,00647|U_1| + 0,670,$ -164dla $|U_1| \le 210 \text{ V}$ $34,3|U_1| - 7370$ dla 210 V < $|U_1| \le 215$ V $\alpha_3 =$ 0 dla $|U_1| > 215$ V, h = 5:

 $|I_{\rm m5}| = -0,000000349|U_1|^3 + 0,000226|U_1|^2 - 0,0486|U_1| + 3,48,$ $\alpha_5 = 0,0898|U_1| + 158,4,$ h = 7: $|I_{m7}| = 0,00000476|U_1|^2 - 0,001986|U_1| + 0,208,$ 95,2 dla $|U_1| \le 220 \text{ V}$ $\alpha_7 = \{7, 28 | U_1 | -1600 \}$ dla 220 V < $|U_1| \le 230$ V $0,648|U_1| + 19,64$ dla $|U_1| > 230$ V, h = 9: $|I_{\rm m9}| = 0,00000420|U_1|^2 - 0,001901|U_1| + 0,216, \alpha_9 = -140,$ h = 11: $|I_{m11}| = -0,000001594|U_1|^2 + 0,000666|U_1| - 0,0668,$ $\alpha_{11} = -0,0213|U_1| - 135,6,$ *h* = 13: $|I_{m13}| = -0,00000214|U_1|^2 + 0,000982|U_1| - 0,1106,$ $\alpha_{13} = 1,779|U_1| - 250.$

Na rys. 6 zestawiono krzywe mocy $P = f(|U_1|)$ dla obu opraw. Wynika z nich, że oprawa #1 utrzymuje moc bliską $P_{\rm N}$ = 40 W – moc spada o nie więcej niż 2 W w całym zakresie $|U_1|$. Moc oprawy #2 ulega z kolei znacznie większym wahaniom – rzędu 7 W w znacznie mniejszym zakresie $|U_1|$ a jej maksymalna wartość (dla $|U_1|$ = 230 V jest znacznie mniejsza (o 6 W) od deklarowanej mocy $P_{\rm N}$.



Rys.6. Krzywa mocy $P = f(|U_1|)$ dla obu opraw

W przypadku oprawy #1 widoczny jest niewielki skok mocy w pobliżu $|U_1| = 180$ V. Jeszcze większy skok zauważalny jest na krzywej *THD i* = $f(|U_1|)$, którą pokazano na rys. 7. Najwyraźniej jest to spowodowane przełączaniem się zasilacza w tej oprawie w innych tryb pracy dla napięć mniejszych tj. dla $|U_1| < 180$ V oraz inny dla większych $|U_1| \ge 180$ V – w celu utrzymania stałej mocy w całym zakresie zmian $|U_1|$. Poziom *THD i* jest mniejszy w oprawie #2 niż w oprawie #1 dla $|U_1| < 240$ V, ale ponieważ szybko rośnie ze wzrostem $|U_1|$ powyżej 230 V, więc dla $|U_1| \ge 240$ V osiąga a nawet przekracza poziom występujący w oprawie #1.



Rys.7. Krzywa *THD* $i = f(|U_1|)$ dla obu opraw

Na rys. 8 zaprezentowano dla obu opraw krzywą $PF = f(|U_1|)$. Zauważalne jest, że w oprawie #1 PF jest mniejsze niż w oprawie #2, co jest spowodowane obecnością

równoległej pojemności zastępczej oraz większą zawartością harmonicznych prądu niż w oprawie #1.



Rys.8. Krzywa $PF = f(|U_1|)$ dla obu opraw

Zastosowanie modeli w analizie symulacyjnej sieci energetycznej

Opracowane modele odbiorników nieliniowych można wykorzystać w analizie rozkładu harmonicznych prądów i napięć w poszczególnych punktach sieci energetycznej.

Do symulacji posłużyło środowisko modelowania i symulacji w dziedzinie częstotliwości powstałe w ramach projektu pt. Rozproszony system poprawy jakości energii elektrycznej realizowanego przez Politechnikę Śląską przy współpracy z Ośrodkiem Pomiarów i Automatyki S.A.. Środowisko to pozwala na symulowanie obwodów liniowych w dziedzinie częstotliwości oraz nieliniowych w punkcie pracy. Dzięki zastosowaniu metody punktu stałego możliwe jest uwzględnienie zależności nieliniowej prądu i napięcia na elemencie poprzez iteracyjne rozwiązanie równań liniowych. Ponadto założono możliwość uzależnienia wyższych harmonicznych prądów i napięć na elementach od wartości prądu i napięcia podstawowej harmonicznej. Przeprowadzone prace wykazały, że dla większości analizowanych przypadków symulacji sieci elektroenergetycznych opracowane algorytmy są zbieżne pozwala na zastosowywanie środowiska CO w rozwiazywaniu problemów optymalizacyjnych, w których konieczne są wielokrotne obliczenia.

W przypadku analizowanych opraw rezystancja $R_{\rm R}$ jest nieliniową funkcją wartości skutecznej podstawowej harmonicznej napięcia, podobnie jak wyższe harmoniczne prądu generowanego przez oprawy. Przy złożonym układzie zawierającym wiele elementów nieliniowych nie ma możliwości podania warunków zbieżności rozwiązania, jednak biorąc pod uwagę zmienność wyprowadzonych funkcji oraz startując z punktu o napięciu znamionowym można z dużą pewnością stwierdzić uda się uzyskać rozwiązanie. Potwierdzone to zostało na przykładzie symulacyjnym pokazanym na rys. 9.



Rys.9. Schemat symulacyjny fragmentu sieci z 3 obwodami LED

Impedancja Z_{L1} , Z_{L2} stanowi model linii długości 2 km z użyciem kabla YAKXS o średnicy 25 mm². Wartość skuteczna napięcia sieci w punkcie przyłączeniowym 1 wynosi $|U_{\rm S}|$ = 235 V. Uwzględniono niewielką impedancję $Z_{\rm S}$ sieci. Pierwszy obwód oświetlenia LED złożony z 10 opraw włączono w pobliżu przyłącza w punkcie 2, a dwa następne oddalone o kolejne 2 km – zawierające kolejno 10 i 20 opraw. Na rys. 10, 11 oraz 12 przedstawiono symulacyjne wyniki uzyskane dla obu opraw: na rys. 10 pokazano przebieg prądu $i_{\rm S}$ pobieranego z sieci, na rys. 11 przebieg napięcia w kolejnych punktach 2, 3 i 4, natomiast rys. 12 ilustruje zawartość nieparzystych harmonicznych prądu $i_{\rm S}$ oraz napięcia u_4 w punkcie 4 (w najbardziej oddalonym obwodzie LED).



Rys.10. Przebieg prądu is pobieranego z sieci



Rys.11. Przebieg napięcia w kolejnych punktach 2, 3 i 4

Wyniki pokazują, że zastosowanie oprawy #1 powoduje większy pobór prądu z sieci, a tym samym większe odkształcenie tego prądu oraz napięcia punkcie 4. Jest to spowodowane tym, że oprawa #1 w przeciwieństwie do oprawy #2 utrzymuje stałą moc niezależnie od wartości skutecznej napięcia zasilającego.

Podsumowanie

W pracy przedstawiono modele częstotliwościowe wybranych opraw LED o mocy znamionowej 40W. Przeprowadzone pomiary w zakresie napięć znamionowych pozwoliły określić zależności prądowo napięciowe opraw dla podstawowej i wyższych harmonicznych. Zbudowane w ten sposób modele zostały zweryfikowane w opracowanym środowisku symulacyjnym na przykładzie zawierającym po 40 opraw danego typu. Przedstawione wyniki potwierdziły z jednej strony poprawność opracowanych modeli, z drugiej

natomiast pokazały słuszność stosowania opisanego sposobu modelowania układów nieliniowych w dziedzinie częstotliwości. Środowisko symulacyjne oraz opracowane modele mogą służyć do analizy bardziej złożonych obwodów oraz do zadań optymalizacyjnych, w których wymagana jest duża szybkość obliczeń. Czas obliczeń w obu przypadkach nie przekroczył 40 ms.



Rys.12. Zawartość harmonicznych HD i przebiegu prądu $i_s(t)$ oraz napięcia w punkcie 4

Praca zrealizowana w ramach projektu pt.: Rozproszony system poprawy jakości energii elektrycznej. Projekt współfinansowany z Funduszy Europejskich w ramach Programu Operacyjnego Inteligentny Rozwój.

×	Fundusze	Unia Europejska	1.11.1
	Europejskie	Europejski Fundusz	2. 2
· · ·	Inteligentny Rozwój	Rozskýu Regionalnego	***

Autorzy: prof. dr hab. inż. Marian Pasko, dr inż. Tomasz Adrikowski, dr inż. Dawid Buła, Politechnika Śląska, Katedra Elektrotechniki i Informatyki, ul. Akademicka 10, 44-100 Gliwice, E-mail: marian.pasko@polsl.pl, tomasz.adrikowski@polsl.pl, dawid.bula@polsl.pl.

LITERATURA

- [1] Rozporządzenie Komisji UE nr 1194/2012.
- [2] Baggini A.: Handbook of Power Quality, Wiley, England, 2008.
- [3] Fuchs E., Masoum M.: Power Quality in Power Systems and Electrical Machines. Elsevier Inc., 2008. 205
- [4] Testa A. et al.: "Interharmonics: Theory and Modeling," in IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 22, no. 4, pp. 2335-2348, Oct. 2007
- [5] Buła D., Lewandowski M.: Steady state simulation of a distributed power supplying system using a simple hybrid timefrequency model. Appl Math Comput 319, 2018, 195–202.
- [6] Shabbir H., Ur Rehman M., Rehman S. A., Sheikh S. K. and Zaffar N.: Assessment of harmonic pollution by LED lamps in power systems: 2014 Clemson University Power Systems Conference, Clemson, SC, 2014, pp. 1-7.
- [7] Abdalaal R. M. and Ho C. N. M.: Characterization of commercial LED lamps for power quality studies. 2017 IEEE Electrical Power and Energy Conference (EPEC), Saskatoon, SK, 2017, pp. 1-6.
- [8] Mirowski J., Kurkowski M., Białoń T., Pasko M.: Harmoniczne prądu w instalacjach oświetleniowych. Przegląd Elektrotechniczny, nr 8/2015, Warszawa 2015, ss. 180-184.
- [9] Lange A., Pasko M.: Wpływ pracy LED-owych źródeł światła na parametry określające jakość energii elektrycznej, część 1. Poznan University of Technology Academic Journals, No. 93, 2018, pp. 37–52.
- [10] Lange A., Pasko M.: Wpływ pracy LED-owych źródeł światła na parametry określające jakość energii elektrycznej, część 2. Poznan University of Technology Academic Journals, No. 93, 2018, pp. 53–66.
- [11] Molina J., Mesas J. J., Mesbahi N. and Sainz L.: LED lamp modelling for harmonic studies in distribution systems: in IET Generation, Transmission & Distribution, vol. 11, no. 4, pp. 1063-1071, 9 3 2017.
- [12] Di Mauro S., Raciti A., Rizzo S. A., Susinni G. and Musumeci S.: Steady-state equivalent circuit of LED bulbs accounting for the current harmonics. IECON 2018 - 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Washington, DC, 2018, pp. 1513-1518.
- [13] Xu X., Gunda J. and Fang D.: Modelling and Aggregation of LED Lamps for Network Harmonic Analysis. 2018 Power Systems Computation Conference (PSCC), Dublin, 2018, pp. 1-7.