Yuri SAYENKO[1], Tetiana BARANENKO[1], Ryszard PAWELEK[2]

Przyazowski Państwowy Uniwersytet Techniczny w Mariupolu, Ukraina (1), Politechnika Łódzka, Instytut Elektroenergetyki (2)

doi:10.15199/48.2019.03.10

Kompensacja mocy biernej w sieciach elektrycznych ze źródłami interharmonicznych

Streszczenie. *W artykule rozważono aktualny problem kompensacji mocy biernej w sieciach elektrycznych z nieliniowymi szybkozmiennymi obciążeniami, takimi jak elektryczne piece łukowe, napędy walcownicze, itp. Właściwością pracy tego rodzaju obciążeń jest wprowadzanie do sieci zasilającej interharmonicznych prądu (wraz z wyższymi harmonicznymi) i stosunkowo niski współczynnik mocy. W związku z tym istnieje potrzeba oceny doboru mocy urządzeń kompensujących z uwzględnieniem losowego charakteru odkształcenia przebiegów prądu i napięcia, a w szczególności składowych interharmonicznych, których wpływ jak dotychczas nie został w pełni zbadany.*

Abstract. *The paper discusses the current problem of reactive power compensation in electric networks with non-linear fast-changing loads, such as electric arc furnaces, rolling machines, etc. Operation of this kind of loads causes that interharmonic currents (together with higher harmonics) are injected into the supply network and a relatively low power factor. Therefore, there is a need to evaluate the power selection of compensating devices, taking into account the random nature of distortion of current and voltage waveforms, in particular interharmonic components whose impact has not been fully investigated so far (**Reactive power compensation in electrical networks with interharmonic sources**).*

Słowa kluczowe: kompensacja mocy biernej, wyższe harmoniczne, interharmoniczne, procesy losowe.
Keywords: reactive power compensation, higher harmonics, interharmonics, random processes.

Wstęp

Obecnie obserwuje się ciągły wzrost wykorzystania nieliniowych obciążeń w sieciach elektrycznych o różnych poziomach napięcia. Nieliniowe obciążenia są jednocześnie źródłami odkształcenia przebiegów krzywych napięcia i prądu oraz odbiornikami mocy biernej. W związku z tym powstaje problem sterowania mocą bierną, a zwłaszcza problem kompensacji mocy biernej w sieciach elektrycznych z nieliniowymi obciążeniami.

Trudności te wynikają z faktu, że przy odkształconych przebiegach prądów i napięć pojawia się moc bierna odkształcenia, co nie pozwala na zastosowanie klasycznego podejścia do kompensacji mocy biernej stosowanego w sieciach z przebiegami sinusoidalnymi. Problemom dotyczącym wyznaczania mocy biernej w warunkach odkształcenia i asymetrii napięcia zasilającego poświęcono wiele prac [1 – 5], ale dotyczą one najczęściej analizy pracy sieci przy niezmiennym charakterze obciążenia.

Dlatego konieczne jest opracowanie algorytmu kompensacji mocy biernej, który uwzględnia charakterystyki nieliniowych i szybkozmiennych obciążeń. Jest to szczególnie ważne ponieważ takie źródła zaburzeń generują interharmoniczne powodujące wahania napięcia i związane z tym zjawisko migotania światła [6]. Rozwiązanie problemu kompensacji mocy biernej w sieciach elektrycznych ze źródłami interharmonicznych jest głównym celem niniejszego artykułu.

Wyznaczanie mocy biernej w nieliniowych obwodach elektrycznych

W obliczeniach nieliniowych obwodów elektrycznych często wykorzystuje się analizę harmonicznych. Na podstawie rozwinięcia przebiegów prądu i napięcia w szereg Fouriera powstało wiele sposobów określania mocy biernej. W pracy [7] proponuje się zdefiniowanie mocy biernej w postaci całki Reimanna:

$$Q=\frac{1}{2\pi}\int_0^T u(t)\frac{di(t)}{dt}dt \tag{1}$$

Na podstawie wyrażenia (1) można uzyskać wzór określający moc bierną przy odkształconych przebiegach napięcia i prądu, które w ogólnym przypadku można przedstawić w postaci następujących zależności:

$$u(t)=\sum_{h=1}^{\infty}U_{mh}\sin\left(h\omega t+\alpha_h\right) \tag{2}$$

$$i(t)=\sum_{h=1}^{\infty}I_{mh}\sin\left(h\omega t+\beta_h\right) \tag{3}$$

gdzie: h – numer harmonicznej, natomiast U_{mh}, I_{mh}, α_h i β_h – odpowiednio amplitudy i fazy początkowe składowych harmonicznych rzędu h napięcia i prądu.

Podstawiając te wyrażenia do wzoru (1), uzyskujemy, pod warunkiem spełnienia twierdzenia Parsevala [8], następującą zależność:

$$\begin{aligned}Q&=\frac{1}{2\pi}\int_0^T\sum_{h=1}^{\infty}U_{mh}\sin\left(h\omega t+\alpha_h\right)\sum_{h=1}^{\infty}I_{mh}\cos\left(h\omega t+\beta_h\right)dt=\\&=\sum_{h=1}^{\infty}hU_hI_h\sin\varphi_h\end{aligned} \tag{4}$$

gdzie: U_h, I_h – wartości skuteczne h-tych harmonicznych napięcia i prądu, a $\varphi_h=\alpha_h-\beta_h$ – kąt przesunięcia fazowego pomiędzy przebiegami h-tych harmonicznych napięcia i prądu.

Kompensacja mocy biernej w sieciach z wyższymi harmonicznymi

W obwodach liniowych (przy przebiegach sinusoidalnych napięcia i prądu) moc urządzenia kompensacyjnego Q_k powinna być równa mocy biernej obciążenia Q_o ze znakiem przeciwnym:

$$Q_k=-Q_o=-UI\sin\varphi \tag{5}$$

gdzie: U – wartość skuteczna napięcia, I – wartość skuteczna prądu obciążenia, φ – kąt przesunięcia fazowego pomiędzy przebiegami napięcia i prądu.

W warunkach występowania odkształcenia przebiegów napięć i prądów, tzn. przy pracy sieci z obciążeniem nieliniowym, określenie mocy biernej urządzeń kompensacyjnych zgodnie z zależnością (5) jest nieprawidłowe (niedokładne). Do analizy procesów elektromagnetycznych, związanych z wymianą energii pomiędzy źródłem i obciążeniem, w układach nieliniowych należy zastosować koncepcję chwilowej mocy biernej, podobnie jak wykorzystuje się przebiegi chwilowe napięć i prądów (lub ich widma częstotliwościowe), a nie wartości skuteczne tych przebiegów [7, 9].

Przy zasilaniu odbiorników nieliniowych (np. przekształtników energoelektronicznych) obok mocy biernej wynikającej z obecności elementów reaktancyjnych (pojemności i indukcyjności), może wystąpić moc zniekształcenia, tzn. składnik mocy biernej związany z przesunięciem fazowym prądu względem napięcia wymuszonym przez układy sterowania przekształtników lub związany z odkształceniem przebiegów prądu i napięcia [10].

Jednak podczas rozwiązywania problemów związanych z kompensacją nie ma potrzeby rozdzielania mocy biernej na te dwie składowe. Wynika to z faktu, że skutki występowania mocy biernej są takie same mimo istotnie różnej fizycznej natury pochodzenia obu jej składników. Moc bierną odkształcenia można skompensować za pomocą elementów LC (filtry pasywne wyższych harmonicznych), a moc bierną wynikającą z reaktancji odbiorów za pomocą układów energoelektronicznych (filtry aktywne APF, kompensatory statyczne STATCOM). Ponadto do kompensacji mocy biernej można wykorzystywać klasyczne rozwiązania, tzn. baterie kondensatorów lub kompensatory synchroniczne. Rozważania ujęte w artykule dotyczą więc dowolnego typu kompensatora ze szczególnym uwzględnieniem praktycznego zastosowania baterii kondensatorów.

Problem doboru parametrów urządzeń kompensacyjnych z punktu widzenia minimalizacji strat energii w sieci zasilającej można w zasadzie zredukować do określenia minimalnej wartości skutecznej prądu sieci, która jest określona przez sumę chwilowych prądów obciążenia $i_o(t)$ i urządzenia kompensacyjnego $i_k(t)$. W związku z tym powinien być spełniony warunek:

(6) $$\int_0^T \left(i_o(t)+i_k(t)\right)^2 dt \to \min$$

Minimalną wartość kwadratu wartości skutecznej prądu w sieci zasilającej można określić przyrównując do zera pochodne cząstkowe wyrażenia (6) w odniesieniu do parametrów urządzeń kompensacyjnych. Jeśli jako urządzenie kompensacyjne zastosujemy baterię kondensatorów, to jej pojemność C można określić na podstawie równania:

(7) $$\frac{d}{dC}\left[\frac{1}{T}\int_0^T\left(i_o(t)+C\frac{du(t)}{dt}\right)^2 dt\right]=0$$

którego rozwiązanie ma postać:

(8) $$C=-\frac{\frac{1}{T}\int_0^T u'(t)i(t)dt}{\frac{1}{T}\int_0^T \left(u'(t)\right)^2 dt}$$

gdzie:

(9) $$u'(t)=\frac{du(t)}{dt}$$

Wtedy moc baterii kondensatorów, określona przy jej napięciu znamionowym U_N, wynosi:

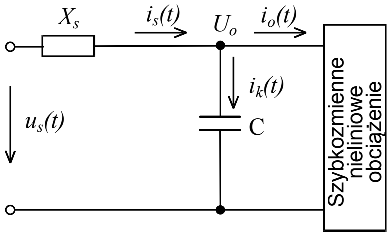
(10) $$Q_k=U_N^2\omega C=-\frac{U_N^2\omega\frac{1}{T}\int_0^T u'(t)i(t)dt}{\frac{1}{T}\int_0^T \left(u'(t)\right)^2 dt}$$

Jeżeli napięcie $u(t)$ i prąd obciążenia $i_o(t)$ są określone wzorami (2) i (3), to zależność (10) przyjmuje postać:

(11) $$Q_k=U_N^2\frac{\sum_{h=1}^{\infty} hU_h I_h \sin\varphi_h}{\sum_{h=1}^{\infty} h^2 U_h^2}$$

Kompensacja mocy biernej w sieciach z interharmonicznymi

Analizę kompensacji mocy biernej w sieci z interharmonicznymi przeprowadzono dla modelu zastępczego sieci pokazanego na rysunku 1. W układzie tym nieliniowe szybkozmienne obciążenie jest źródłem wyższych harmonicznych oraz interharmonicznych prądu.



Rys. 1. Kompensacja mocy biernej w sieci z nieliniowym szybkozmiennym obciążeniem

Obciążeniem nieliniowym może być dowolne nieliniowe szybkozmienne obciążenie o zmodulowanym amplitudowo przebiegu prądu, dla którego amplituda i faza początkowa zmieniają się losowo [11]:

(12) $$i_o(t)=\left(\xi(t)+1\right)\sum_{h=1}^{\infty} I_{mh}\sin\left(h\omega_0 t+\varphi_h\right)=\left(\xi(t)+1\right)i(t)$$

gdzie: $\xi(t)$ – scentrowany stacjonarny proces losowy z zerową wartością oczekiwaną i zadaną funkcją korelacji, I_{mh} – stałe amplitudy składowych harmonicznych prądu, ω_0 – pulsacja podstawowa, φ_h – wzajemnie niezależne zmienne losowe fazy początkowej składowych harmonicznych, równomiernie rozłożone w przedziale (-π, π), $i(t)=\sum_{h=1}^{\infty} I_{mh}\sin\left(h\omega_0 t+\varphi_h\right)$ – prąd obciążenia zawierający podstawową i wyższe harmoniczne.

Funkcja korelacji procesu losowego prądu nieliniowego obciążenia ma postać:

(13) $$K_{i_o}(\tau)=\left(K_\xi(\tau)+1\right)\sum_{h=1}^{\infty} D_h\cos\left(h\omega_0\tau\right)$$

gdzie: $K_\xi(\tau)$ – zadana funkcja korelacji modulującego procesu losowego $\xi(t)$; D_h – wariancja h-tej harmonicznej równa $D_h=I_{mh}^2/2$.

W pierwszej kolejności rozważmy układ pokazany na rysunku 1 dla przypadku bez kompensacji mocy biernej. Wartość skuteczna napięcia w punkcie przyłączenia zmiennego obciążenia (rys. 1) jest określona jako różnica napięcia sieciowego i spadku napięcia na impedancji sieci:

(14) $$U_o=U_s-I_s X_s\sin\varphi$$

gdzie φ jest kątem przesunięcia fazowego obciążenia, a I_s wartością skuteczną prądu sieci, która w przypadku braku kompensacji jest równa prądowi obciążenia określonemu analogicznie jak przebieg chwilowy (12):

(15) $$I_s = I_o = (\xi(t)+1)I$$

Wtedy wartość skuteczna napięcia na obciążeniu wynosi:

(16) $$\begin{aligned} U_o &= U_s - (\xi(t)+1)IX_s \sin\varphi = \\ &= U_s - IX_s \sin\varphi - \xi(t)IX_s \sin\varphi \end{aligned}$$

W wyrażeniu (16) różnica między pierwszymi dwoma składnikami jest wartością skuteczną napięcia w punkcie połączenia obciążenia, bez uwzględnienia modulacji w wyniku procesu losowego, natomiast reaktancja sieci może być wyznaczona jako:

(17) $$X_s = \frac{U_s^2}{S_k^{"}}$$

gdzie $S_k^{"}$ jest mocą zwarciową sieci.

Następnie, uwzględniając zależność (5), otrzymujemy:

(18) $$U_o = U_s - \xi(t) I \frac{U_s^2}{S_k^{"}} \sin\varphi = \left(1 - \xi(t)\frac{Q_o}{S_k^{"}}\right) U_s$$

gdzie Q_o jest znamionową mocą bierną obciążenia.

Przechodząc do chwilowych wartości napięcia, można zapisać wyrażenie dla napięcia w miejscu przyłączenia obciążenia, biorąc pod uwagę modulację $\xi(t)$ krzywej prądu obciążenia

(19) $$u_o(t) = \left(1 - \xi(t)\frac{Q_o}{S_k^{"}}\right) u(t) = (1 - a\xi(t))u(t)$$

przy czym $a = Q_o / S_k^{"}$.

Rozważmy z kolei zagadnienie kompensacji mocy biernej dla przypadku, kiedy urządzenie kompensujące w postaci baterii kondensatorów jest przyłączone równolegle z nieliniowym szybkozmiennym obciążeniem (rys. 1).

Podobnie jak w przypadku kompensacji mocy biernej w sieci z wyższymi harmonicznymi konieczne jest spełnienie warunku (6), w którym prąd sieciowy jest równy

(20) $$i_s(t) = i_o(t) + i_k(t)$$

gdzie $i_k(t)$ jest prądem przepływającym przez baterię kondensatorów o pojemności C:

(21) $$\begin{aligned} i_k(t) &= C\frac{du_o(t)}{dt} = C\frac{d(1-a\xi(t))u(t)}{dt} = \\ &= C[(1-a\xi(t))u'(t) - a\xi'(t)u(t)] \end{aligned}$$

przy czym:

(22) $$\xi'(t) = \frac{d\xi(t)}{dt}$$

Biorąc pod uwagę wyrażenia (12), (20) i (21) otrzymujemy:

(23) $$i_s(t) = (\xi(t)+1)i(t) + C[(1-a\xi(t))u'(t) - a\xi'(t)u(t)]$$

Kwadrat wartości skutecznej prądu w sieci zasilającej wynosi:

(24) $$\begin{aligned} I_s^2 &= \frac{1}{T}\int_0^T [\xi(t)+1]^2 [i(t)]^2 dt + \\ &+ \frac{1}{T}\int_0^T 2C[\xi(t)+1]i(t)\{[1-a\xi(t)]u'(t) - a\xi'(t)u(t)\}dt + \\ &+ \frac{1}{T}\int_0^T C^2\{[1-a\xi(t)]u'(t) - a\xi'(t)u(t)\}^2 dt \end{aligned}$$

a pochodna kwadratu prądu względem pojemności C przyjmuje postać:

(25) $$\begin{aligned} \frac{dI_s^2}{dC} &= \frac{2}{T}\int_0^T [\xi(t)+1]i(t)\{[1-a\xi(t)]u'(t) - a\xi'(t)u(t)\}dt + \\ &+ \frac{2C}{T}\int_0^T \{[1-a\xi(t)]u'(t) - a\xi'(t)u(t)\}^2 dt \end{aligned}$$

Przyrównując pochodną $\frac{dI_s^2}{dC}$ do zera można wyznaczyć pojemność, a następnie moc baterii kondensatorów

(26) $$\begin{aligned} Q_k &= U_N^2 \omega C = \\ &= U_N^2 \omega \frac{\int_0^T (\xi(t)+1)(i(t))[(1-a\xi(t))u'(t) - a\xi'(t)u(t)]dt}{\int_0^T [(1-a\xi(t))u'(t) - a\xi'(t)u(t)]^2 dt} \end{aligned}$$

przy czym U_N jest napięciem znamionowym baterii kondensatorów.

Wartość oczekiwaną mocy baterii kondensatorów można wyznaczyć stosując metodę linearyzacji procesów losowych

(27) $$EQ_k = U_N^2 \omega \frac{\int_0^T E[(\xi(t)+1)(u'(t) - a\xi(t)u'(t) - a\xi'(t)u(t))]i(t)dt}{\int_0^T E[(u'(t) - a\xi(t)u'(t) - a\xi'(t)u(t))]^2 dt}$$

Biorąc pod uwagę, że wartości oczekiwane zmiennych losowych $\xi(t)$ i $\xi'(t)$ są równe zero ($E[\xi(t)] = 0$ i $E[\xi'(t)] = 0$) oraz że współczynnik ich wzajemnej korelacji $K_{\xi\xi} = 0$, otrzymujemy

(28) $$EQ_k = \frac{U_N^2 \omega (1 - aD_\xi)\int_0^T i(t)u'(t)dt}{(1 + a^2 D_\xi)\int_0^T u'(t)^2 dt + a^2 D_{\xi'}\int_0^T u(t)^2 dt}$$

gdzie D_ξ jest wariancją scentrowanego stacjonarnego procesu losowego $\xi(t)$, a $D_{\xi'}$ wariancją pochodnej tego procesu.

Podstawiając w tym wyrażeniu rozkłady prądu i napięcia na szeregi Fouriera zgodnie z zależnościami (2) i (3), otrzymujemy:

(29) $$EQ_k = \frac{U_N^2 (1 - aD_\xi)\sum_{h=1}^{\infty} hU_h I_h \sin\varphi_h}{(1 + a^2 D_\xi)\sum_{h=1}^{\infty} h^2 U_h^2 + a^2 D_{\xi'}\sum_{h=1}^{\infty} h^2 U_h^2}$$

Warunkiem różniczkowości procesu losowego $\xi(t)$ jest ciągłość pochodnej jego funkcji korelacji w otoczeniu punktu $\tau = 0$. Wymaganie to jest spełnione przez wykładniczo-kosinusoidalno-sinusoidalną funkcję korelacji w postaci:

$$K_{\xi}(\tau) = D_{\xi} e^{-\alpha|\tau|}\left(\cos\omega_0\tau + \frac{\alpha}{\omega_0}\sin\omega_0|\tau|\right) \tag{30}$$

A stąd wariancja pochodnej procesu $\xi(t)$:

$$D_{\xi'} = -\left.\frac{d^2 K_{\xi}(\tau)}{d\tau^2}\right|_{\tau=0} =$$

$$= D_{\xi}\left(\alpha^2 + \omega_0^2\right)e^{-\alpha|\tau|}\left.\left(\cos\omega_0\tau + \frac{\alpha}{\omega_0}\sin\omega_0|\tau|\right)\right|_{\tau=0} = \tag{31}$$

$$= D_{\xi}\left(\alpha^2 + \omega_0^2\right)$$

Z porównania zależności (29) i (11) wynika bezpośrednio, że dla minimalizacji strat energii w sieci zasilającej w procesie doboru mocy urządzeń do kompensacji mocy biernej należy uwzględniać zmienność obciążenia. W rozpatrywanym w artykule przypadku, gdy do kompensatorem jest bateria kondensatorów, jej moc będzie mniejsza przy uwzględnieniu szybkozmiennego charakteru obciążenia.

Wnioski

Analiza wyrażenia (29) wskazuje, że szybkozmienny charakter obciążeń nieliniowych, a w konsekwencji obecność interharmonicznych w widmach częstotliwościowych prądów i napięć wymaga korekty mocy urządzeń do kompensacji mocy biernej. W rozpatrywanym przykładzie, gdy do kompensacji mocy biernej zastosowana jest bateria kondensatorów, jej moc wynikająca z warunku minimalizacji strat energii w sieci zasilającej powinna być mniejsza niż określona bez uwzględnienia szybkozmiennego charakteru obciążenia.

Autorzy: *prof. dr hab. inż. Yuriy Sayenko, Przyazowski Państwowy Uniwersytet Techniczny w Mariupolu, ul. Uniwersytecka 7, 87500 Mariupol, Ukraina, E-mail: sayenkoyl@pstu.edu; dr inż. Tetiana Baranenko, Przyazowski Państwowy Uniwersytet Techniczny w Mariupolu, ul. Uniwersytecka 7, 87500 Mariupol, Ukraina, E-mail: tbaranenko@gmail.com; dr inż. Ryszard Pawełek, Politechnika Łódzka, Instytut Elektroenergetyki, ul. Stefanowskiego 18/22, 90-924 Łódź, E-mail: ryszard.pawelek@p.lodz.pl*

LITERATURA

[1] Czarnecki L.S., Physical interpretation of reactive power in terms of the CPC power theory, *Electrical Power Quality and Utilisation Journal*, Vol. XIII (2007),No. 1, 89–95

[2] Czarnecki L.S., Currents' Physical Components (CPC) concept: a fundamental power theory, *Przegląd Elektrotechniczny*, 84 (2008), nr 6, 28–37

[3] Czarnecki L.S., Discussion on a uniform concept of reactive power of nonsinusoidal currents in the time-domain (in Polish), *Przegląd Elektrotechniczny*, 85 (2009) nr 6,164–166

[4] Jeltsema D., van der Woude J., Time-Domain CPC Decomposition: Answers to Comments on "Physical Interpretation of the Reactive Power in Terms of CPC Power Theory Revisited" *Electrical Power Quality and Utilisation. Journal*, 17 (2014), No., 13--20

[5] Canturk S., Balci M. E., Hocaoglu M. H., On the Definition of Apparent Power, *Electrical Power Quality and Utilisation, Journal*, 18 (2015), No. 2, 2015, 1-10

[6]. Pawelek R., Gburczyk P., Wasiak I., Analysis of current distortion of the unsteady non-linear loads. *IEEE 13th International Conference on Harmonics and Quality of Power*, Wollongong (NSW), Australia, September 28 – October 1, 2008, p. 1-6

[7] Маевский О.А. Энергетические показатели вентильных преобразователей. *Энергия*, 1978, 320 s.

[8] Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л., Бараненко Т.К., Горпинич А.В., Нестерович В.В. Избранные вопросы несинусоидальных режимов в электрических сетях предприятий [Под ред. И. В. Жежеленко]. *Энергоатомиздат*, 2007, 296 s.

[9] Shepard W., Zakikhani P., Power factor correction in nonsinusoidal systems by the use of capacitance, Journal of Physics D: Applied Physics, 1973, vol. 6, pp.1850-1861

[10] Саенко Ю.Л. Реактивная мощность в системах электроснабжения с нелинейными нагрузками, *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka*. Gliwice, 1991, z. 123. 118 s.

[11] Саенко Ю.Л., Бараненко Т.К., Саенко И.Ю., Применение спектрально-корреляционной теории случайных процессов для оценки потерь при наличии высших гармоник и интергармоник, *Електрифікація транспорту*, 2017, No. 13, 129-133.