

# Some aspects of fault diagnosis of linear analog circuits using sensitivity analysis

**Abstract.** The article presents an overview of methods for formulating diagnostic equations in linear analog circuits. In the case of dynamic circuits, the creation of a diagnostic equation based on the description of systems in the time domain and frequency domain is discussed. A unified and systematized description of different classes of linear circuits leads to the general test equation and allows for the use of the general procedure for solving it. The proposed methodology allows locating and identifying single and multiple parametric faults. For illustration of the method the diagnosis of a linear electronic circuit is discussed.

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono przegląd metod formułowania równań diagnostycznych w liniowych układach analogowych. W przypadku obwodów dynamicznych omówiono tworzenie równania diagnostycznego na podstawie opisu układów w dziedzinie czasu i częstotliwości. Ujednolicony i usystematyzowany opis różnych klas obwodów liniowych prowadzi do ogólnego równania diagnostycznego oraz pozwala na zastosowanie ogólnej procedury jego rozwiązywania. Zaproponowana metodologia umożliwia lokalizację i identyfikację pojedynczych oraz wielokrotnych uszkodzeń parametrycznych. Działanie metody zilustrowano na przykładowym układzie elektronicznym. (**Wybrane aspekty diagnostyki liniowych układów analogowych z wykorzystaniem analizy wrażliwościowej**)

**Keywords:** fault diagnosis, analog circuits, sensitivity analysis

**Słowa kluczowe:** diagnostyka uszkodzeń, układy analogowe, analiza wrażliwościowa

## Wstęp

Diagnostyka układów analogowych jest otwartym zagadnieniem naukowym, obecnym stale w literaturze światowej [1]–[18] i nadal stwarzającym wiele problemów. Wynikają one zarówno z ciągłości sygnałów analogowych w dziedzinie czasu jak również z faktu, że nieliniowe równania diagnostyczne, w których zmiennymi są wybrane elementy ze zbioru parametrów elementów diagozowanego układu często posiadają wiele rozwiązań. Problemy te występują zarówno w przypadku gdy uwzględnia się tolerancje parametrów elementów układu, jak również rozpatrując przypadki wyidealizowane, w których pominięto tolerancje. Przy opracowywaniu metod diagnostycznych należy wziąć więc pod uwagę problemy natury pomiarowej dotyczące liczby i dokładności pomiarów, właściwy wybór sygnałów pomiarowych oraz problemy z interpretacją wyników obliczeń. W pracy zaprezentowano przegląd metod formułowania równań diagnostycznych liniowych układów analogowych w dziedzinie czasu i częstotliwości wykorzystując do tego celu ujednolicony opis matematyczny układów. Cechą wspólną przedstawionej metodologii testowania jest wykorzystanie w procesie diagnostycznym analizy wrażliwościowej w odpowiedniej, do rozpatrywanej klasy obwodów, dziedzinie. Analiza wrażliwościowa była i jest stosowana w tej dziedzinie badań od lat, jednak zwykle metody ją wykorzystujące odnoszą się do ścisłe określonych klas układów i uszkodzeń (np. [6], [8], [9], [12], [13], [16], [17], [18]). Zaproponowana w pracy ujednoliciona metodologia diagnostyczna umożliwia lokalizację i identyfikację pojedynczych oraz wielokrotnych uszkodzeń parametrycznych w liniowym układzie analogowym. Skuteczność procedury diagnostycznej zilustrowano na przykładzie układu liniowego zawierającego wzmacniacze operacyjne.

## Ujednolicony opis procedury diagnostycznej

Równanie diagnostyczne dla rozpatrywanej klasy układów można zapisać w postaci ogólnej (podobnie jak w pracach [14], [16])

$$(1) \quad \mathbf{u} = \mathbf{f}(\mathbf{x}),$$

gdzie:  $\mathbf{x} = [(\mathbf{x}')^T (\mathbf{x}'')^T]^T$  – wektor rozpatrywanych parametrów charakteryzujących elementy układu,  $\mathbf{x}' = [x_1, \dots, x_{l'}]^T$  – wektor parametrów potencjalnie uszkodzonych,  $\mathbf{x}'' = [x_1, \dots, x_{l''}]^T$  – wektor parametrów

nieuszkodzonych, wymiar wektora  $\mathbf{x}$  wynosi  $l = l' + l''$ ,  $\mathbf{u}$  – wektor wielkości wyjściowych układu, którego elementy zależą od wariantu rozpatrywanej klasy obwodów.

Przedstawione równanie diagnostyczne jest równaniem nielinijnym względem poszukiwanego wektora  $\mathbf{x}'$ . W przykładach praktycznych, gdy liczba elementów wektora  $\mathbf{x}'$  jest duża, macierz Jakobiego równania diagnostycznego jest zwykłe osobienna, a jej rzad  $\theta = \text{rank}(\mathbf{J}^{(i-1)}) < l'$ . Należy wówczas rozwiązać zagadnienie zredukowane polegające na rozwiązaniu układu równań diagnostycznych (1) dla każdej kombinacji  $j = C_{l'}^\theta$  zredukowanych wektorów  $\mathbf{x}_{(j)}'$  o długości  $\theta$ , gdzie  $j = 1, \dots, J$ , przyjmując nominalne wartości pozostałych elementów wektora  $\mathbf{x}$ . Zredukowane równanie diagnostyczne ma więc postać

$$(2) \quad \mathbf{u} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{(j)}', \mathbf{x}_{(j)nom}'').$$

Elementy wektora  $\mathbf{x}_{(j)}'$ , dla  $j = 1, \dots, J$ , stanowią  $\theta$ -elementowe podzbiory elementów wektora  $\mathbf{x}'$ , natomiast  $\mathbf{x}_{(j)nom}''$  jest wektorem zawierającym wartości nominalne pozostałych po wyborze  $\mathbf{x}_{(j)}'$ ,  $(l' - \theta)$  elementów wektora  $\mathbf{x}'$  oraz wartości nominalne parametrów wektora  $\mathbf{x}''$ . W następnych rozdziałach pracy, ze względu na czytelność wzorów, wykorzystywane będą oznaczenia:  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_{(j)}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{(j)}', \mathbf{x}_{(j)nom}'')$ ,  $\mathbf{x}_{(j)} = \left[ (\mathbf{x}')_{(j)}^T (\mathbf{x}_{(j)nom}'')^T \right]^T$ . W celu rozwiązania równania (2) względem  $\mathbf{x}_{(j)}'$  przy znany  $\mathbf{x}_{(j)nom}''$  prawa strona tego równania zostanie rozwinięta w szereg Taylora w otoczeniu punktu  $\mathbf{x}_{(j)nom}''$ , wyrazy wyższego rzędu zostaną pominięte, co po przekształceniach pozwala sformułować ogólną procedurę iteracyjną

$$(3) \quad \mathbf{J}_{(j)}'^{(i-1)} \Delta \mathbf{x}_{(j)}'^{(i)} = \Delta \mathbf{u}_{(j)}^{(i-1)}.$$

gdzie:

$$(4) \quad \Delta \mathbf{u}_{(j)}^{(i-1)} = \mathbf{u} - \mathbf{f}(\mathbf{x}_{(j)}'^{(i-1)}, \mathbf{x}_{(j)nom}''),$$

$$(5) \quad \mathbf{J}_{(j)}'^{(i-1)} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}'} \Big|_{(\mathbf{x}_{(j)}'^{(i-1)}, \mathbf{x}_{(j)nom}'')} ,$$

$$(6) \quad \Delta \mathbf{x}_{(j)}'^{(i)} = \mathbf{x}_{(j)}'^{(i)} - \mathbf{x}_{(j)}'^{(i-1)}.$$

Równanie (3) rozwiązuje się w każdym kroku metodą równania normalnego (jak w pracach [14], [16]). Zidentyfikowane odchyłki od wartości nominalnych elementów wektora  $\mathbf{x}'_{(j)}$  oblicza się ze wzoru

$$(7) \quad \Delta\mathbf{x}'_{(j)} = \sum_{i=1}^{\iota} \Delta\mathbf{x}'_{(j)}^{(i-1)},$$

gdzie  $\iota$  – jest numerem iteracji, w której osiągnięto zbieżność procesu (przy założonej dokładności). Jeżeli dla pewnego  $j$  proces nie jest zbieżny, to taki przypadek jest odrzucony. Rozwiązywanie zagadnienia zredukowanego pozwala na wykrycie i identyfikację  $\chi = \theta - 1$  potencjalnie uszkodzonych elementów układu (precyzyjnie wskazują na to wyznaczone wartości parametrów). Po rozwiązaniu zagadnienia zredukowanego, czyli wyznaczeniu zbioru  $\theta$ -elementowych wektorów  $\Delta\mathbf{x}_{(j)}$ , przeprowadzana jest selekcja wyników [14], która prowadzi do wskazania uszkodzonych elementów układu oraz określenia wartości ich aktualnych parametrów. W kolejnych rozdziałach artykułu omówione zostaną metody tworzenia i rozwiązywania równań diagnostycznych dla układów liniowych rozpatrywanych w różnych dziedzinach.

### Układy liniowe stałopräodowe

Opis liniowego układu stałopräodowego za pomocą zmodyfikowanej metody węzlowej (8a) uzupełniony o równanie wyjścia określające mierzone wielkości (8b) przyjmuje postać:

$$(8a) \quad \mathbf{0} = \mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{z} + \mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{w},$$

$$(8b) \quad \mathbf{y} = \mathbf{N}(\mathbf{x})\mathbf{z} + \mathbf{Q}(\mathbf{x})\mathbf{w},$$

gdzie:  $\mathbf{z} = [z_1, \dots, z_m]^T$  – wektor napięć węzłowych oraz prądów elementów nieakceptowanych przez standardową metodę węzłową,  $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_p]^T$  – wektor sygnałów wejściowych,  $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_n]^T$  – wektor sygnałów wyjściowych. Macierze:  $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{N}(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$  mają wymiary odpowiednio:  $m \times m$ ,  $m \times p$ ,  $n \times m$ ,  $n \times p$ . Dokonując odpowiednich przekształceń można równanie (8b) zapisać w postaci

$$(9) \quad \mathbf{y} = -\mathbf{N}(\mathbf{x})[\mathbf{M}(\mathbf{x})]^{-1}\mathbf{P}(\mathbf{x}) + \mathbf{Q}(\mathbf{x})\mathbf{w} = \mathbf{T}(\mathbf{x})\mathbf{w},$$

gdzie  $\mathbf{T}(\mathbf{x}) = [T_{ij}(\mathbf{x})]_{n \times p}$  jest macierzą, której elementy określają zależność pomiędzy odpowiednimi elementami wektora wyjściowego i wejściowego, nazywaną dalej macierzą transmitancji obwodu. Jeżeli na podstawie wyników pomiarów wyznaczona zostanie macierz transmitancji  $\widehat{\mathbf{T}} = [\widehat{T}_{ij}(\mathbf{x})]_{n \times p}$  układu oraz znana jest jej postać analityczna to można sformułować zredukowane równanie diagnostyczne, w którym, zachowując poprzednie oznaczenia:

$$(10) \quad \mathbf{u} = [\widehat{T}_{11}, \dots, \widehat{T}_{np}]^T, \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}_{(j)}) = \begin{bmatrix} T_{11}(\mathbf{x}_{(j)}) \\ \vdots \\ T_{np}(\mathbf{x}_{(j)}) \end{bmatrix}.$$

W przypadku dużych układów, jeżeli wyznaczenie transmitancji w postaci analitycznej jest skomplikowane, rozpatrywany jest układ dla  $q$  różnych wektorów sygnałów wejściowych  $\mathbf{w}^{\hat{q}}$ , gdzie  $\hat{q} = 1, \dots, q$  i odpowiadających im  $q$  mierzonych wektorów sygnałów wyjściowych  $\widehat{\mathbf{y}}^{\hat{q}}$ . W wyniku można sformułować zredukowane równanie diagnostyczne

(2), gdzie

$$(11) \quad \mathbf{u} = [(\widehat{\mathbf{y}}^1)^T \quad \dots \quad (\widehat{\mathbf{y}}^q)^T]^T,$$

$$(12) \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}_{(j)}) = \begin{bmatrix} \mathbf{N}(\mathbf{x}_{(j)})\mathbf{z}^1 + \mathbf{Q}(\mathbf{x}_{(j)})\mathbf{w}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{N}(\mathbf{x}_{(j)})\mathbf{z}^q + \mathbf{Q}(\mathbf{x}_{(j)})\mathbf{w}^q \end{bmatrix}.$$

W celu rozwiązania tego równania i wyznaczenia macierzy Jakobiego, dla każdej iteracji oraz dla każdego parametru  $\alpha \in \{(x'_{(j)})_1, \dots, (x'_{(j)})_l\}$  należy wykonać analizę stałopräodową (z równania (8a) wyznaczany wektor  $\mathbf{z}$ ) oraz wrażliwość w dziedzinie stałopräodowej (wyznaczany wektor  $\frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \alpha}$ ), co odpowiada rozwiązaniu równania

$$(13) \quad \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \alpha} = -[\mathbf{M}(\mathbf{x})]^{-1} \left( \frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{x})}{\partial \alpha} \mathbf{z} + \frac{\partial \mathbf{P}(\mathbf{x})}{\partial \alpha} \mathbf{w} \right).$$

Pozwala to określić wrażliwość wielkości wyjściowych na badany parametr z równania

$$(14) \quad \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \alpha} = \frac{\partial \mathbf{N}(\mathbf{x})}{\partial \alpha} \mathbf{z} + \mathbf{N}(\mathbf{x}) \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \alpha} + \frac{\partial \mathbf{Q}(\mathbf{x})}{\partial \alpha} \mathbf{w}.$$

### Układy dynamiczne liniowe w stanie ustalonym

Opis liniowego układu dynamicznego w stanie ustalonym przy wymuszeniach sinusoidalnych o ustalonej pulsacji zmodyfikowaną metodą węzłową uzupełniony o równanie wyjścia ma postać

$$(15a) \quad \mathbf{M}(\omega, \mathbf{x})\mathbf{Z}(\omega) + \mathbf{P}(\omega, \mathbf{x})\mathbf{W}(\omega) = \mathbf{0},$$

$$(15b) \quad \mathbf{Y}(\omega) = \mathbf{N}(\omega, \mathbf{x})\mathbf{Z}(\omega) + \mathbf{Q}(\omega, \mathbf{x})\mathbf{W}(\omega),$$

gdzie:  $\mathbf{Z}(\omega) = [Z_1(\omega), \dots, Z_m(\omega)]^T$  – wektor wartości symbolicznych napięć węzłowych oraz prądów elementów nieakceptowanych przez standardową metodę węzłową,  $\mathbf{W}(\omega) = [W_1(\omega), \dots, W_p(\omega)]^T$  – wektor wartości symbolicznych sygnałów wejściowych,  $\mathbf{Y}(\omega) = [Y_1(\omega), \dots, Y_n(\omega)]^T$  – wektor wartości symbolicznych sygnałów wyjściowych. Macierze:  $\mathbf{M}(\omega, \mathbf{x})$ ,  $\mathbf{P}(\omega, \mathbf{x})$ ,  $\mathbf{N}(\omega, \mathbf{x})$ ,  $\mathbf{Q}(\omega, \mathbf{x})$  mają wymiary odpowiednio:  $m \times m$ ,  $m \times p$ ,  $n \times m$ ,  $n \times p$ . Podobnie jak w przypadku układów stałopräodowych równanie wyjścia można sprowadzić do postaci

$$(16) \quad \mathbf{Y}(\omega) = \mathbf{T}(\omega, \mathbf{x})\mathbf{W}(\omega),$$

gdzie  $\mathbf{T}(\omega, \mathbf{x})$  jest macierzą transmitancji układu. Jeżeli na podstawie wyników pomiarów dla sygnałów wejściowych o  $\rho$  różnych pulsacjach (gdzie  $\hat{\rho} = 1, \dots, \rho$ ) wyznaczona zostanie macierz transmitancji  $\widehat{\mathbf{T}}(\omega_{\hat{\rho}})$  układu oraz jeżeli znana jest jej postać analityczna, to pozwala to sformułować zredukowane równanie diagnostyczne układu, w którym

$$(17) \quad \mathbf{u} = [\text{Re}\{\widehat{T}_{11}(\omega_1)\}, \dots, \text{Im}\{\widehat{T}_{np}(\omega_{\rho})\}]^T,$$

$$(18) \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}_{(j)}) = \begin{bmatrix} \text{Re}\{T_{11}(\omega_1, \mathbf{x}_{(j)})\} \\ \vdots \\ \text{Re}\{T_{np}(\omega_{\rho}, \mathbf{x}_{(j)})\} \\ \text{Im}\{T_{11}(\omega_1, \mathbf{x}_{(j)})\} \\ \vdots \\ \text{Im}\{T_{np}(\omega_{\rho}, \mathbf{x}_{(j)})\} \end{bmatrix}.$$

Alternatywnie można najpierw wyznaczyć współczynniki transmitancji korzystając z zależności opisanych w pracy [3], a następnie sformułować zredukowane równanie diagnostyczne, w którym elementami wektora  $\mathbf{u}$  oraz  $\mathbf{f}$  są współczynniki odpowiednich transmitancji.

W przypadku dużych układów, podobnie jak dla obwodów stałoprądowych, rozpatrywany jest układ dla wektorów sygnałów wejściowych o  $\rho$  różnych pulsacjach  $\mathbf{W}(\omega_{\hat{\rho}})$ , gdzie  $\hat{\rho} = 1 \dots \rho$  i odpowiadające im  $\rho$  wektory mierzonych sygnałów wyjściowych  $\widehat{\mathbf{Y}}(\omega_{\hat{\rho}})$  co umożliwia sformułowanie równania (2), w którym:

$$(19) \quad \mathbf{u} = \left[ \begin{array}{ccc} \operatorname{Re}\{(\widehat{\mathbf{Y}}(\omega_1))^T\} & \dots & \operatorname{Im}\{(\widehat{\mathbf{Y}}(\omega_\rho))^T\} \end{array} \right]^T,$$

$$(20) \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}_{(j)}) = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{\mathbf{N}(\omega_1, \mathbf{x}_{(j)})\mathbf{Z}(\omega_1) + \mathbf{Q}(\omega_1, \mathbf{x}_{(j)})\mathbf{W}(\omega_1)\} \\ \vdots \\ \operatorname{Re}\{\mathbf{N}(\omega_\rho, \mathbf{x}_{(j)})\mathbf{Z}(\omega_\rho) + \mathbf{Q}(\omega_\rho, \mathbf{x}_{(j)})\mathbf{W}(\omega_\rho)\} \\ \operatorname{Im}\{\mathbf{N}(\omega_1, \mathbf{x}_{(j)})\mathbf{Z}(\omega_1) + \mathbf{Q}(\omega_1, \mathbf{x}_{(j)})\mathbf{W}(\omega_1)\} \\ \vdots \\ \operatorname{Im}\{\mathbf{N}(\omega_\rho, \mathbf{x}_{(j)})\mathbf{Z}(\omega_\rho) + \mathbf{Q}(\omega_\rho, \mathbf{x}_{(j)})\mathbf{W}(\omega_\rho)\} \end{bmatrix}.$$

gdzie  $\omega_{\hat{\rho}}$  – pulsacja  $\hat{\rho}$ -ego wektora wymuszeń,  $\hat{\rho} = 1, \dots, \rho$ . W celu rozwiązania równania diagnostycznego należy, dla każdej iteracji, dla każdego parametru  $\alpha \in \{(x'_{(j)})_1, \dots, (x'_{(j)})_{l'}\}$  i wykorzystywanych częstotliwości przeprowadzić analizę układu w stanie ustalonym oraz odpowiednią analizę wrażliwościową (analogicznie jak w opisany w poprzednim rozdziale przypadku).

### Układy dynamiczne liniowe w dziedzinie czasu

Opis liniowego układu dynamicznego analizowanego w dziedzinie czasu za pomocą zmodyfikowanej metody węzłowej, można przedstawić w postaci (21a) oraz sformułować równanie wyjścia (21b):

$$(21a) \quad \mathbf{K} \frac{d\mathbf{z}(t)}{dt} = \mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{z}(t) + \mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{w}(t),$$

$$(21b) \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{N}(\mathbf{x})\mathbf{z}(t) + \mathbf{Q}(\mathbf{x})\mathbf{w}(t),$$

gdzie: odpowiednie macierze i wektory określone są analogicznie jak we wcześniejszych rozdziałach, a macierz  $\mathbf{K}$  ma wymiar  $m \times m$ .

Mierząc wartości elementów wektora sygnałów wyjściowych w wybranych chwilach czasowych  $t_{\hat{\lambda}}$  (stosując np. znane z literatury metody odpowiedniego ich doboru), gdzie  $\hat{\lambda} = 1, \dots, \lambda$  można sformułować zredukowane równanie diagnostyczne, w którym

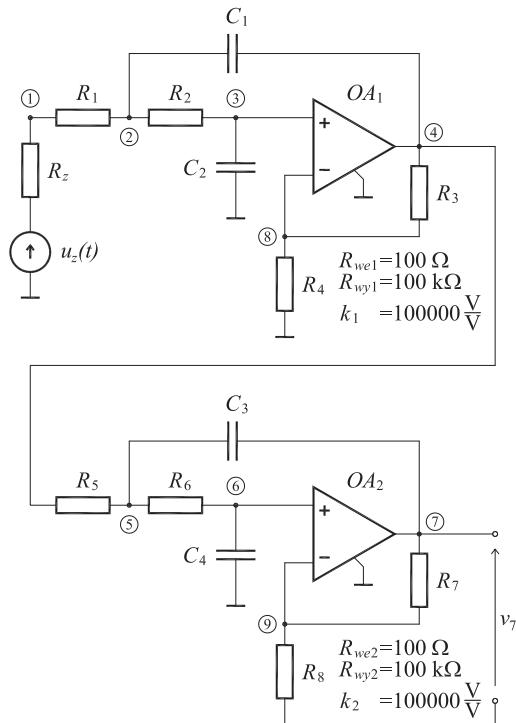
$$(22) \quad \mathbf{u} = \left[ (\widehat{\mathbf{y}}(t_1))^T \dots (\widehat{\mathbf{y}}(t_\lambda))^T \right]^T,$$

$$(23) \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}_{(j)}) = \begin{bmatrix} \mathbf{N}(\mathbf{x}_{(j)})\mathbf{z}(t_1) + \mathbf{Q}(\mathbf{x}_{(j)})\mathbf{w}(t_1) \\ \vdots \\ \mathbf{N}(\mathbf{x}_{(j)})\mathbf{z}(t_{\hat{\lambda}}) + \mathbf{Q}(\mathbf{x}_{(j)})\mathbf{w}(t_{\hat{\lambda}}) \end{bmatrix}.$$

W tym przypadku, w celu rozwiązania równania należy, dla każdej iteracji, dla każdego  $\alpha \in \{(x'_{(j)})_1, \dots, (x'_{(j)})_{l'}\}$  przeprowadzić analizę czasową oraz wrażliwość w dziedzinie czasu [14].

### Przykład obliczeniowy

Rozpatrzony zostanie proces diagnostyczny polegający na diagnozowaniu pojedynczych uszkodzeń w układzie przedstawionym na rys.1. Dane:  $R_z = 10\Omega$ ,  $R_1 = 10\text{k}\Omega$ ,  $R_2 = 10\text{k}\Omega$ ,  $R_3 = 4,7\text{k}\Omega$ ,  $R_4 = 10\text{k}\Omega$ ,  $R_5 = 5,6\text{k}\Omega$ ,  $R_6 = 5,6\text{k}\Omega$ ,  $R_7 = 1\text{k}\Omega$ ,  $R_8 = 10\text{k}\Omega$ ,  $C_1 = 100\text{nF}$ ,  $C_2 = 100\text{nF}$ ,  $C_3 = 470\text{nF}$ ,  $C_4 = 100\text{nF}$ . Diagnostyka przeprowadzona została w dziedzinie częstotliwości dla wymuszenia  $w(\omega_{\hat{\rho}}) = u_z(\omega_{\hat{\rho}}) = 1\sin(\omega_{\hat{\rho}}t)\text{V}$ , gdzie pulsacja  $\omega_{\hat{\rho}}$  dla  $\hat{\rho} = 1, \dots, 8$  jest kolejnym elementem wektora  $\omega = [10 \ 20 \ 50 \ 100 \ 200 \ 500 \ 1000 \ 2000]^T \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ . Jako sygnał pomiarowy przyjęto napięcie w węźle 7. Częstotliwości te przyjęto arbitralnie, gdyż dobór optymalnego wektora pobudzeń testujących dla uszkodzeń parametrycznych o szerokim spektrum uszkodzeń jest trudny i brak jest w literaturze światowej doniesień o skutecznej metodzie w tym zakresie. W przypadku uszkodzeń pojedynczych, szczególnie katastroficznych, znane są efektywne rozwiązania, np. [5]. Wektory  $\mathbf{x}'$ ,  $\Delta\mathbf{x}'$ ,  $\mathbf{x}''$  przyjęto następująco:  $\mathbf{x}' = [R_1 \ R_2 \ R_5 \ R_6 \ C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4]^T$ ,  $l' = 8$ ,  $\mathbf{x}'' = [R_3 \ R_4 \ R_7 \ R_8 \ R_{we1} \ R_{wy1} \ k_1 \ R_{we2} \ R_{wy2} \ k_2 \ R_z]^T$ ,  $l'' = 11$ , gdzie  $R_{we_i}$ ,  $R_{wy_i}$ ,  $k_i$  określają parametry modelu liniowego  $i$ -tego wzmacniacza operacyjnego. Dokładność pomiaru wynosiła  $\epsilon_{pom} = 10^{-6}\text{ V}$ . Wyniki dla wylosowanych



Rys. 1. Układ dynamiczny liniowy z jednym wymuszeniem.

uszkodzeń pojedynczych zestawiono w tabeli 1. Za każdym razem uszkodzenie zostało zdiagnozowane poprawnie. W artykule tym opisana jest procedura diagnostyki układów bez uwzględnienia tolerancji parametrów elementów układu. Istnieją metody umożliwiające określenie wpływu tolerancji w procesie diagnostycznym, prowadzące do oszacowania przedziału, w którym znajduje się rzeczywista wartość parametru tego elementu. Na przykład w pracy [15] w tym celu zastosowano programowanie liniowe, a w pracy [16] wpływ tolerancji i niedokładności pomiarowej oszacowano na drodze wielu dodatkowych analiz statystycznych układu. Obie metody stosowane są po wstępny zidentyfikowaniu uszkodzenia i mogą być w prosty sposób zaadaptowane

Tab. 1. Wyniki procesu diagnostycznego bez uwzględnienia tolerancji parametrów elementów.

Losowane uszkodzenia			Zdiagnozowane uszkodzenia	
Lp.	Element	Wartość	Element	Wartość
1	$R_1$	6,110 kΩ	$R_1$	6,110 kΩ
2	$R_1$	12,350 kΩ	$R_1$	12,350 kΩ
3	$R_2$	7,350 kΩ	$R_2$	7,350 kΩ
4	$R_2$	14,560 kΩ	$R_2$	14,560 kΩ
5	$R_5$	5,034 kΩ	$R_5$	5,034 kΩ
6	$R_5$	7,930 kΩ	$R_5$	7,930 kΩ
7	$R_6$	3,690 kΩ	$R_6$	3,690 kΩ
8	$R_6$	7,918 kΩ	$R_6$	7,918 kΩ
9	$C_1$	78,100 nF	$C_1$	78,100 nF
10	$C_1$	118,300 nF	$C_1$	118,300 nF
11	$C_2$	84,500 nF	$C_2$	84,500 nF
12	$C_2$	145,000 nF	$C_2$	145,000 nF
13	$C_3$	413,130 nF	$C_3$	413,130 nF
14	$C_3$	657,060 nF	$C_3$	657,060 nF
15	$C_4$	69,800 nF	$C_4$	69,800 nF
16	$C_4$	116,100 nF	$C_4$	116,100 nF

w opisywanym podejściu. Ponadto autor niniejszej publikacji w ramach przygotowywanej pracy doktorskiej proponuje oryginalną procedurę uwzględnienia tolerancji. Jej szczegółowy opis jest obszerny i z tego względu w tabeli 2 podano jedynie wyniki otrzymane przy diagnozowanych wcześniej uszkodzeniach i następujących tolerancjach: rezystory - 0,1%, kondensatory 1%, parametry elementów schematu następczego wzmacniacza operacyjnego - 10%.

Tab. 2. Wyniki procesu diagnostycznego z uwzględnieniem tolerancji parametrów elementów.

Losowane uszkodzenia			Zdiagnozowane uszkodzenia	
Lp.	Element	Wartość	Element	Oszacowany przedział
1	$R_1$	6,110 kΩ	$R_1$	5,920 kΩ – 6,451 kΩ
2	$R_1$	12,350 kΩ	$R_1$	11,735 kΩ – 13,002 kΩ
3	$R_2$	7,350 kΩ	$R_2$	7,034 kΩ – 7,603 kΩ
4	$R_2$	14,560 kΩ	$R_2$	13,915 kΩ – 15,057 kΩ
5	$R_5$	5,034 kΩ	$R_5$	4,894 kΩ – 5,298 kΩ
6	$R_5$	7,930 kΩ	$R_5$	7,673 kΩ – 8,291 kΩ
7	$R_6$	3,690 kΩ	$R_6$	3,568 kΩ – 3,894 kΩ
8	$R_6$	7,918 kΩ	$R_6$	7,648 kΩ – 8,175 kΩ
9	$C_1$	78,100 nF	$C_1$	74,484 kΩ – 82,479 kΩ
10	$C_1$	118,300 nF	$C_1$	113,670 nF – 122,433 nF
11	$C_2$	84,500 nF	$C_2$	82,232 nF – 85,998 nF
12	$C_2$	145,000 nF	$C_2$	142,659 nF – 148,371 nF
13	$C_3$	413,130 nF	$C_3$	401,272 nF – 421,345 nF
14	$C_3$	657,060 nF	$C_3$	646,775 nF – 675,356 nF
15	$C_4$	69,800 nF	$C_4$	68,646 nF – 71,397 nF
16	$C_4$	116,100 nF	$C_4$	113,397 nF – 117,735 nF

## Wnioski

Zastosowanie w opisie układów analogowych równania wyjścia sprawia, że formułowanie równań diagnostycznych zarówno w oparciu o macierze transmitancji jak i w oparciu o wektor sygnałów wyjściowych staje się bardziej przejrzyste niż ma to miejsce w przypadku gdy nie stosuje się formalnie tego równania. Pozwala to na standaryzację postaci równań diagnostycznych dla różnych typów układów, usprawniając procedury jego formułowania i rozwiązywania.

Niezależnie od typu diagnozowanego układu, równania diagnostyczne liniowe układów analogowych zaprezentowane w tym artykule można zaliczyć do jednej z dwóch kategorii ze względu na sposób wyznaczania macierzy Jakobiego. Pierwsza kategoria obejmuje równania zbudowane w oparciu o znajomość macierzy transmitancji układu. Ze względu na znaną analityczną postać transmitancji można w sposób bezpośredni wyznaczyć elementy macierz Jako-

biego. Druga kategoria to ta, do której zaliczane są pozostałe typy równań. W tych przypadkach nie można wyznaczyć w sposób bezpośredni macierzy Jakobiego i w celu jej obliczenia należy przeprowadzić odpowiednią analizę wrażliwościową układu. Poprawność zaproponowanej metodologii sprawdzono diagnozując różne układy liniowe, w tym filtry aktywne uzyskując poprawne wyniki w zakresie lokalizacji oraz identyfikacji pojedynczych i wielokrotnych uszkodzeń parametrycznych. Pomimo, że małopryrostowa analiza wrażliwościowa może być stosowana w wąskim zakresie zmian parametru to dzięki zaproponowanemu procesowi iteracyjnemu możliwe jest skuteczne diagnozowanie uszkodzeń sięgających kilkudziesięciu procent wartości nominalnej.

**Authors:** M.Sc. Piotr Sidyk, Łódź University of Technology, Stefanowskiego 18/22, 90-924 Łódź, Poland email: [piotr.sidyk@poczta.fm](mailto:piotr.sidyk@poczta.fm)

## REFERENCES

- [1] Bilski P., Wojciechowski J.M.: Rough-sets-based reduction for analog systems diagnostics, IEEE Trans. Instrum. Meas., 60, pp. 880–890, 2011.
- [2] Czaja Z., Zielenko R.: Fault diagnosis in electronic circuits based on bilinear transformation in 3-D and 4-D spaces, IEEE Trans. Instrum. Meas., 52, pp. 97–102, 2003.
- [3] Fedi G., Giomi R., Luchetta A., Manetti S., Piccirilli M. C.: On the application of symbolic techniques to the multiple fault location in low testability analog circuits, IEEE Trans. Circ. Syst. II., 45, pp. 1383–1388, 1998.
- [4] Fontana G., Luchetta A., Manetti S., Piccirilli M. C.: An unconditionally sound algorithm for testability analysis in linear time-invariant electrical networks, Int. J. Circ. Theor. Appl., 44, pp. 1308–1340, 2016.
- [5] Golonek T., Grzechca D., Rutkowski J.: Evolutionary method for test frequencies selection based on entropy index and ambiguity sets, Proc. Int. Conf. Signals Electronic Syst., pp. 511–514, 2006.
- [6] Grzechca D., Rutkowski J.: Use of sensitivity matrix and fuzzy set theory to analog fault detection, Proc. Int. Conf. Signals Electronic Syst., pp. 349–355, 2001.
- [7] Grzechca D.: Construction of an expert system based on fuzzy logic for diagnosis of analog electronic circuits, Int. J. Electron. Telecomm., 61, pp. 77–82, 2015.
- [8] Halgas S., Tadeusiewicz M.: Multiple soft fault diagnosis of analogue electronic circuits, Proc. Int. Conf. Signals Electronic Syst., pp. 533–536, 2008.
- [9] Li F., Woo P.-Y.: The invariance of node-voltage sensitivity sequence and its application in a unified fault detection dictionary method, IEEE Trans. Circ. Syst. I., 46, pp. 1222–1226, 1999.
- [10] Sałat R., Osowski S.: Support Vector Machine for soft fault location in electrical circuits, J. Intelligent Fuzzy Systems, 22, pp. 21–31, 2011.
- [11] Sidyk P.: Ambiguity groups in linear dynamic analog circuit, Przegląd Elektrotechniczny - Konferencje, 2, str. 255–258, 2007.
- [12] Siłman M., Kaminska B.: Analog circuit fault diagnosis based on sensitivity computation and functional testing, IEEE Design Test Comp., 9, pp. 30–39, 1992.
- [13] Starzyk J. A., Liu D.: Multiple fault diagnosis of analog circuits based on large change sensitivity analysis, Proc. Europ. Conf. Circuit Theor. Design, 1, pp. 241–244, 2001.
- [14] Tadeusiewicz M., Sidyk P., Halgas S.: A method for multiple fault diagnosis in dynamic analogue circuits, Proc. 2007 Europ. Conf. Circuit Theor. Design, pp. 834–837, 2007.
- [15] Tadeusiewicz M., Halgas S.: Multiple soft fault diagnosis of nonlinear DC circuits considering component tolerances, Metrology and Measurement Systems, 18, pp. 349–360, 2011.
- [16] Tadeusiewicz M., Halgas S.: A method for multiple soft fault diagnosis of linear analog circuits, Measurement, 131, pp. 714–722, 2019.
- [17] Worsman M., Wong M.: Non-linear analog circuit fault diagnosis with large change sensitivity, Int. J. Circ. Theor. Appl., 28, pp. 281–303, 2000.
- [18] Yu W., He Y.: Analog circuit fault diagnosis via sensitivity computation, J. Electron. Test., 31, pp. 119–122, 2015.