

# Sterowanie bazujące na sprzężeniu od wektora zmiennych stanu z ograniczeniami serwonapędem z silnikiem PMSM

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono syntezę regulatora bazującego na sprzężeniu od wektora zmiennych stanu z ograniczeniami sterującego serwonapędem. Do wyznaczenia współczynników wzmocnień regulatora zastosowano algorytm optymalizacyjny sztucznej kolonii pszczoł. Przedstawiono metodę wprowadzenia ograniczeń do regulatora bazującą na dyskretnych równaniach predykcyjnych. Opracowany algorytm regulacji zaimplementowano w prototypowym serwonapędzie z tranzystorami mocy SiC MOSFET i przeprowadzono testy na stanowisku laboratoryjnym.

**Abstract.** In this paper, synthesis of constrained state feedback controller for servo-drive is presented. Gain coefficients of the controller were obtained by using an artificial bee colony based optimization algorithm. Constraints handling method that is based on discrete predictive equations has been proposed. Designed control algorithm has been implemented in a prototype servo-drive with SiC MOSFET power transistors and experimentally verified. (**Constrained state feedback control of PMSM servo-drive**).

**Słowa kluczowe:** regulator liniowo-kwadratowy, sterowanie z ograniczeniami, serwonapęd PMSM, autostrojenie.

**Keywords:** linear-quadratic regulator, constrained control, PMSM servo-drive, autotuning.

## Wstęp

Serwonapędy z silnikami PMSM są powszechnie stosowane w aplikacjach wymagających dużej precyzji i dynamiki [1, 2]. Obserwowany w ostatnich latach rozwój w zakresie półprzewodnikowych elementów mocy powoduje, że możliwe jest zastosowanie wysokosprawnych tranzystorów SiC MOSFET do budowy wektorowego falownika zasilającego serwonapęd. Rozwiązanie to umożliwia uzyskanie wysokiej częstotliwości kluczowania i w rezultacie poprawę właściwości dynamicznych pętli regulacji składowych wektora przestrzennego prądu. Wzrost częstotliwości kluczowania powyżej 20 kHz jest szczególnie pożądany ze względu na minimalizację hałasu akustycznego, jednak wiąże się z koniecznością stosowania algorytmów regulacji charakteryzujących się relatywnie niską złożonością obliczeniową, ze względu na ograniczenia związane z czasem dysponowanym na wykonanie algorytmu regulacji.

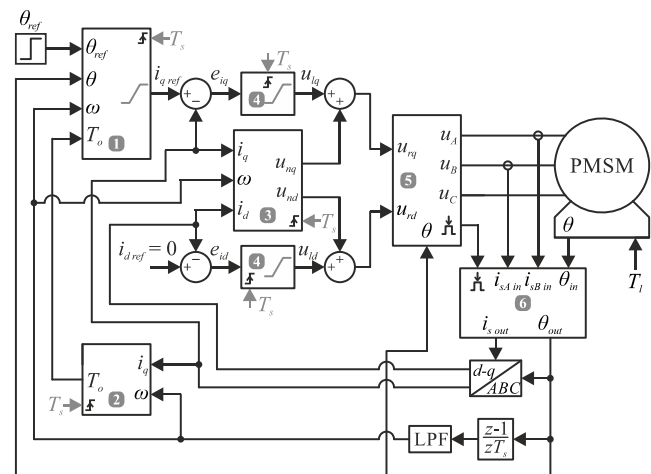
Zagadnienie regulacji położenia kąтового serwonapędu z silnikiem PMSM jest najczęściej realizowane przy pomocy kaskadowej struktury regulacji z regulatorami typu PID [3]. W celu uzyskania odporności na zmieniające się parametry serwonapędu (np. nieliniowe tarcie, moment bezwładności) oraz niemierzalny moment obciążenia stosowane są bardziej zaawansowane metody sterowania takie jak: sterowanie ślizgowe, sztuczne sieci neuronowe, sterowanie iteracyjne z uczeniem, sterowanie z modelem odniesienia [4]-[7]. Ze względu na dobrą kompensację zakłóceń, gwarantowaną odporność oraz tolerancję nieliniowości, alternatywę dla wymienionych algorytmów stanowić może sterowanie bazujące na sprzężeniu od wektora zmiennych stanu (*ang.* state feedback control) [8]-[10]. Jedną z zalet rozpatrywanego algorytmu jest niewielka złożoność obliczeniowa, co powoduje, że może być ono stosowane w układach o częstotliwości kluczowania przekraczającej 20 kHz [11]. Ze względu na konieczność wyznaczenia wszystkich wzmocnień regulatora bazującego na sprzężeniu od wektora zmiennych stanu w jednym kroku, jego synteza jest zagadnieniem bardziej złożonym, w porównaniu do regulatora typu PID. Dodatkowo podstawowa wersja regulatora nie posiada ograniczeń wewnętrznych zmiennych stanu, co utrudnia jej zastosowanie w rozwiązaniach praktycznych.

Celem pracy jest opracowanie regulatora bazującego na sprzężeniu od wektora zmiennych stanu zapewniającego żądane właściwości dynamiczne serwonapędu oraz

umożliwiającego utrzymywanie wybranych zmiennych stanu w żądanym zakresie. Dodatkowo, w celu ułatwienia syntezy regulatora, zastosowano autostrojenie bazujące na algorytmie optymalizacyjnym sztucznej kolonii pszczoł. W pracy zamieszczono wyniki badań eksperymentalnych potwierdzające możliwość zastosowania opracowanego algorytmu sterowania z ograniczeniami do sterowania nowoczesnym serwonapędem o wysokiej częstotliwości kluczowania.

## Model matematyczny serwonapędu

Zaproponowana struktura regulacji (rys. 1) wymaga zastosowania niezależnego opisu matematycznego dla części elektrycznej i mechanicznej serwonapędu. Ze względu na aplikację regulatorów PI do sterowania składowymi wektora przestrzennego prądów silnika PMSM, zdecydowano się wprowadzić model części elektrycznej w postaci równań różniczkowych, natomiast część mechaniczną, ze względu na aplikację regulatora bazującego na sprzężeniu od wektora zmiennych stanu, zostanie opisana w postaci równania stanu.



Rys.1. Schemat blokowy proponowanej struktury regulacji: 1 – regulator LQ z ograniczeniami, 2 – obserwator momentu obciążenia, 3 – blok linearyzacji, 4 – regulator PI, 5 – modulator, 6 – układy pomiarowe

## Część elektryczna

Na etapie modelowania części elektrycznej serwonapędu zasilanego z falownika napięcia

wyposażonego w łączniki półprzewodnikowe SiC MOSFET przyjęto następujące założenia upraszczające: dynamika i nieliniowości przekształtnika zostały pominięte, indukcyjności silnika w osiach  $dq$  są równe ( $L_d = L_q = L_s$ ). Pierwsze założenie jest spełnione, gdy czasy martwe są relatywnie krótkie (co ma miejsce w przypadku łączników półprzewodnikowych SiC MOSFET [12], dla których czasy martwe wynoszą około 100 ns) oraz gdy falownik pracuje w liniowym zakresie modulacji. Zapisane w układzie współrzędnych  $dq$  równania napięciowe silnika PMSM zasilanego z falownika napięcia mają postać

$$(1) \quad u_d K_p = R_s i_d + L_s \frac{di_d}{dt} - p \omega L_s i_q$$

$$(2) \quad u_q K_p = R_s i_q + L_s \frac{di_q}{dt} + p \omega (L_s i_d + \psi_f)$$

gdzie:  $u_d, u_q$  – składowe wektora przestrzennego napięcia stojana,  $K_p$  – wzmocnienie falownika napięcia,  $R_s, L_s$  – rezystancja i indukcyjność stojana,  $i_d, i_q$  – składowe wektora przestrzennego prądów stojana,  $p$  – liczba par biegunów,  $\omega$  – prędkość kątowna,  $\psi_f$  – strumień pochodzący od magnesów trwałych.

#### Część mechaniczna

Model matematyczny części mechanicznej serwonapędu został przedstawiony w postaci równania stanu. Wybór ten jest podyktowany zastosowaniem regulatora bazującego na sprzężeniu od wektora zmiennych stanu do sterowania wielkościami mechanicznymi. Podczas modelowania części mechanicznej, przyjęto szereg założeń upraszczających: dynamika części elektrycznej silnika została pominięta, zewnętrzny moment obciążenia nie został uwzględniony, wprowadzono model sygnału referencyjnego [13]. Pierwsze założenie jest spełnione dla krótkich czasów narastania odpowiedzi skokowej pętli prądowej w porównaniu do odpowiedzi skokowej prędkości kątownej silnika [14]. Trzecie założenie związane jest z zapewnieniem zerowego uchybu ustalonego położenia kątownego. Równanie stanu opisujące część mechaniczną serwonapędu ma postać

$$(3) \quad \frac{dx}{dt} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u + \mathbf{F}r$$

gdzie:

$$(4) \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \omega \\ \theta \\ e_\theta \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{B_m}{J_m} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{K_t}{J_m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$u = i_{qref}, \mathbf{F}^T = [0 \quad 0 \quad -1], r = \theta_{ref}$$

gdzie:  $\theta$  – położenie kątowne,  $B_m$  – współczynnik tarcia viskozycznego,  $J_m$  – całkowity moment bezwładności,  $K_t$  – stała momentu,  $\theta_{ref}$  – wartość zadana położenia kątownego. Ostatnia zmienna stanu w wektorze zmiennych stanu (4) reprezentuje całkę z błędów położenia kątownego

$$(5) \quad e_\theta = \int_0^t [\theta(\tau) - \theta_{ref}(\tau)] d\tau$$

#### Synteza układu regulacji

Procedura doboru nastaw regulatorów zastosowanych w rozważanym serwonapędzie z silnikiem PMSM została

podzielona na dwa etapy. Etap pierwszy obejmuje dobór nastaw regulatorów PI przeznaczonych do regulacji składowych wektora przestrzennego prądów stojana, natomiast etap drugi dotyczy strojenia regulatora bazującego na sprzężeniu od wektora zmiennych stanu. Ze względu na późniejszą implementację opracowanych regulatorów w systemie mikroprocesorowym, zdecydowano się na przeprowadzenie syntezy dla dyskretnych struktur regulatorów.

#### Regulacja składowych wektora przestrzennego prądów

Ze względu na występowanie nieliniowych i skrośnych zależności w równaniach (1) oraz (2), synteza regulatorów prądów stojana zostanie poprzedzona procedurą linearyzacji. W proponowanym rozwiązaniu zastosowano relatywnie prostą metodę linearyzacji poprzez sprzężenie zwrotne opisaną w [13]. Metoda polega na wprowadzeniu dodatkowych składników

$$(6) \quad u_{nd} = p \omega L_s i_q / K_p$$

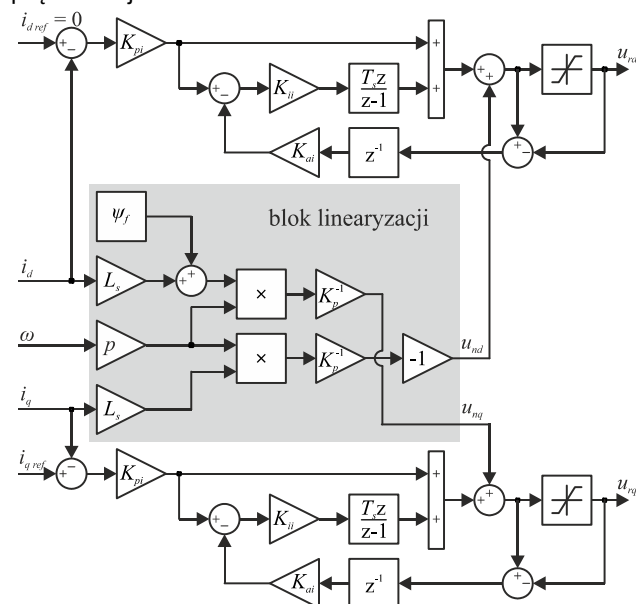
$$(7) \quad u_{nq} = -p \omega (L_s i_d + \psi_f) / K_p$$

odpowiednio do równań (1) oraz (2). W rezultacie otrzymano równania napięciowe pozbawione nieliniowych i skrośnych zależności

$$(8) \quad u_{ld} = u_d K_p + u_{nd} K_p = R_s i_d + L_s \frac{di_d}{dt}$$

$$(9) \quad u_{lq} = u_q K_p + u_{nq} K_p = R_s i_q + L_s \frac{di_q}{dt}$$

Uzyskane równania (8) i (9) zostały zastosowane do syntezy regulatorów PI składowych wektora przestrzennego prądów stojana.



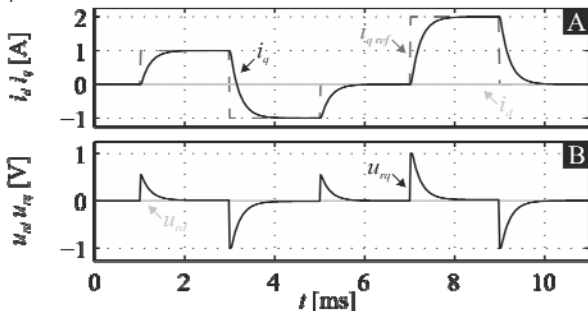
Rys.2. Układ regulacji składowych wektora przestrzennego prądu

Strojenie regulatorów prądu przeprowadzono z wykorzystaniem metody bazującej na modelu wewnętrznym (ang. internal model control) [15]. Zaletą rozważanej metody strojenia jest konieczność podania tylko jednego parametru, zadanego czasu narastania prądu  $\tau_{ris}$  podczas doboru nastaw regulatora. W przypadku zastosowania struktury szeregowo-równoległej regulatora PI (rys. 2) nastawy wyznacza się na podstawie zależności

$$(10) \quad K_{pi} = \alpha L_s / K_p$$

$$(11) \quad K_{ii} = R_s / L_s$$

gdzie:  $\alpha = \log(9)/\tau_{ri}$ . Zastosowanie linearyzacji poprzez sprzężenie zwrotne na etapie syntezy regulatorów prądu wymaga uzupełnienia sygnałów sterujących o nieliniowe i skróśne komponenty, które zostały wyeliminowane podczas omawianej procedury. Zadanie to realizuje blok linearyzacji widoczny na rysunku 2. Regulatory zostały wyposażone w tory anty-windup w celu zniwelowania negatywnego wpływu tego zjawiska na właściwości dynamiczne. Przebiegi symulacyjne składowych wektora przestrzennego prądu stojana oraz sygnałów sterujących uzyskane dla omawianego układu regulacji przedstawiono na rysunku 3. Dla zadanego czasu narastania prądu  $\tau_{ri} = 0,5$  ms i serwonapędu o parametrach zebranych w załączniku 2 uzyskano następujące wartości wzmocnień regulatorów PI:  $K_{pi} = 0,557$ ,  $K_{ii} = 82,847$ .



Rys.3. Przebiegi symulacyjne składowych wektora przestrzennego prądu stojana (A) oraz napięć sterujących (B)

#### Regulacja wielkości mechanicznych

Zastosowanie regulatora ze sprzężeniem od wektora zmiennych stanu do jednoczesnego sterowania położeniem kątowym i prędkością kątową serwonapędu opisanego równaniem stanu (3) wymaga użycia następującego prawa sterowania

$$(12) \quad u = -\mathbf{K}\mathbf{x}$$

gdzie:  $\mathbf{K} = [k_1 \ k_2 \ k_3]$  – macierz wzmocnień projektowanego regulatora. W rozważanym przypadku, współczynniki wzmocnień regulatora ze sprzężeniem od wektora zmiennych stanu wyznaczone przy użyciu optymalizacji liniowo-kwadratowej (*ang.* linear-quadratic optimization). Z tego względu regulator wielkości mechanicznych został określony skrótem LQ. Wyznaczenie macierzy wzmocnień regulatora wymaga zdefiniowania współczynników macierzy wagowych  $\mathbf{Q}$  i  $R$  minimalizujących funkcję celu

$$(13) \quad I_{LQR} = \sum_{n=0}^{\infty} [\mathbf{x}^T(n)\mathbf{Q}\mathbf{x}(n) + u^T(n)Ru(n)]$$

gdzie:  $n$  – indeks związany z dyskretnym czasem próbkowania. Występujące w (13) macierze wagowe mają postać

$$(14) \quad \mathbf{Q} = \text{diag}([q_1 \ q_2 \ q_3]), \quad R = r_1$$

Sposób wyznaczenia współczynników macierzy wagowych (14) niezbędnych do uzyskania macierzy wzmocnień (12) regulatora LQ zostanie omówiony w dalszej części artykułu.

#### Wprowadzenie sprzężenia od momentu obciążenia

Jedną z zalet układu regulacji z regulatorem bazującym na sprzężeniu od wektora zmiennych stanu jest możliwość analitycznego wyznaczenia sprzężenia w przód (*ang.* feedforward) [13, 16]. W celu zminimalizowania wpływu

momentu obciążenia na właściwości dynamiczne serwonapędu zdecydowano się na wprowadzenie do układu regulacji sprzężenia od momentu obciążenia. Optymalna wartość wzmocnienia zastosowanego do sprzężenia w przód została wyznaczona na podstawie opisanego w [13, 17] modelu szcążkowego (*ang.* residual model). Omawiany współczynnik wyznaczono z zależności

$$(15) \quad k_f = [\mathbf{K}_x \ 1]\mathbf{G}^{-1}\mathbf{E}$$

gdzie:

$$(16) \quad \mathbf{K}_x = [k_1 \ k_2], \quad \mathbf{G} = [\mathbf{A}_x \ \mathbf{B}_x]$$

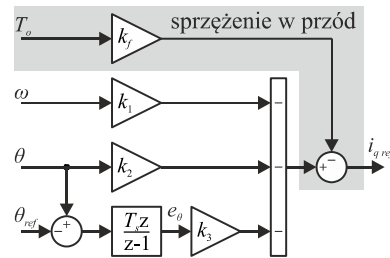
$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} -1 \\ J_m \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_x = \begin{bmatrix} -B_m & 0 \\ J_m & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_x = \begin{bmatrix} K_t \\ J_m \\ 0 \end{bmatrix}$$

Prawo sterowania uwzględniające sprzężenie w przód ma postać

$$(17) \quad u = -\mathbf{K}\mathbf{x} - k_f d$$

gdzie:  $d = T_l$  – aktualna wartość momentu obciążenia.

Schemat blokowy regulatora LQ przedstawiono na rysunku 4. Zastosowanie sprzężenia w przód na podstawie zależności (17) wymaga informacji o aktualnej wartości momentu obciążenia, którego estymatę uzyskano przy użyciu obserwatora Luenbergera ( $T_o \approx T_l$ ) [13]. Macierz wzmocnień obserwatora została wyznaczona metodą lokowania biegunów, natomiast wartości biegunów ustalono empirycznie biorąc pod uwagę właściwości dynamiczne obserwatora oraz tłumienie zakłóceń związanych z występowaniem kluczowania w układzie rzeczywistym.



Rys.4. Regulator LQ z dodatkowym sprzężeniem w przód

#### Autostrojenie regulatora LQ

Synteza regulatora LQ opisanego prawem sterowania (17) wymaga wyznaczenia współczynników macierzy wagowych (14) niezbędnych do uzyskania macierzy wzmocnień (12) w jednym kroku (tj. bez możliwości sekwencyjnego strojenia, jak ma to miejsce w przypadku struktury kaskadowej). Z tego względu strojenie regulatora LQ jest relatywnie skomplikowane, szczególnie w przypadku złożonych układów regulacji. Zadanie doboru współczynników macierzy wagowych może zostać znacząco uproszczone poprzez zastosowanie algorytmów optymalizacyjnych. W ostatnich latach obserwowany jest wzrost zastosowań algorytmów inspirowanych naturą (np. algorytm sztucznej kolonii pszczół [14], algorytm BAT [18]) ze względu na ich dobrą zbieżność, niewielką złożoność obliczeniową oraz możliwość uwzględnienia ograniczeń na etapie optymalizacji.

W rozważanym przypadku, autostrojenie regulatora LQ (tj. wyznaczenie macierzy wagowych (14) niezbędnych do obliczenia macierzy wzmocnień (12)) zostało zrealizowane przy pomocy algorytmu sztucznej kolonii pszczół (*ang.* artificial bee colony – ABC). Algorytm ten bazuje na zachowaniu pszczół miodnych i został pierwotnie zastosowany do rozwiązywania multimodalnych problemów

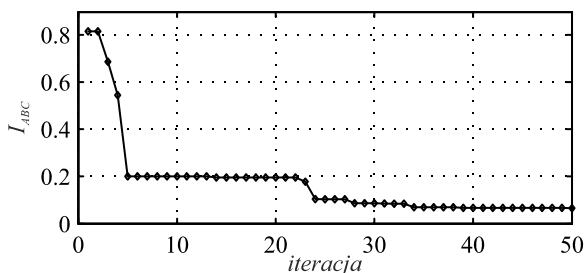
numerycznych [19]. Kolonia sztucznych pszczoł jest dzielona na: pszczoły robotnice (*ang.* employed bees – *EB*), pszczoły przyglądające się (*ang.* onlookers – *ON*) oraz pszczoły zwiadowcy (*ang.* scouts – *SC*). Robotnice są odpowiedzialne za poszukiwanie lepszego źródła pożywienia w sąsiedztwie, pszczoły przyglądające się rozpoczynają poszukiwanie źródła na podstawie informacji o jakości źródła otrzymanej od robotnic, natomiast zwiadowcy losowo przeszukują przestrzeń w poszukiwaniu źródeł pożywienia charakteryzujących się wysoką jakością (*ang.* fitness value – *FV*).

Podstawowym parametrem algorytmu ABC jest wielkość kolonii *NP*. Podczas inicjalizacji algorytmu liczba robotnic, liczba pszczoł przyglądających się oraz liczba potencjalnych źródeł pożywienia (*ang.* food sources – *FN*) jest ustalana jako połowa *NP* [19]. Podlegające optymalizacji parametry (wartości macierzy wagowych (14)) reprezentowane są w algorytmie jako *D*-wymiarowy wektor. Przestrzeń poszukiwań rozwiązania dla każdego z elementów wektora *D* może zostać ograniczona poprzez nałożenie dolnego  $lb_i$  oraz górnego  $ub_i$  ograniczenia, gdzie  $i = \{1, \dots, D\}$ . W algorytmie występują również dodatkowe parametry sterujące, takie jak: *limit*, okres produkcji skautów (*ang.* scout production period – *SPP*) oraz współczynnik modyfikacji (*ang.* modification ratio – *MR*). Ostatni parametr jest wykorzystywany podczas przekazywania informacji dotyczącej jakości źródła między *EB* a *ON*, natomiast *limit* i *SPP* służą do podjęcia decyzji o opuszczeniu źródła, którego jakość nie może zostać poprawiona. W rozważanej sytuacji *EB* staje się *SC*. Szczegółowe informacje dotyczące algorytmu ABC zostały przedstawione w [19], natomiast przystosowanie algorytmu do autostrojenia regulatora LQ, polegające m.in. na wprowadzeniu ograniczeń wybranych sygnałów zostało zaprezentowane w [14]. Parametry algorytmu ABC przyjęte podczas autostrojenia regulatora LQ zostały przedstawione w załączniku 1.

Przeprowadzenie procesu autostrojenia wymaga określenia funkcji celu minimalizowanej podczas optymalizacji. W rozważanym przypadku, dla skokowych zmian położenia zadanego, zdecydowano się na następujący wskaźnik jakości

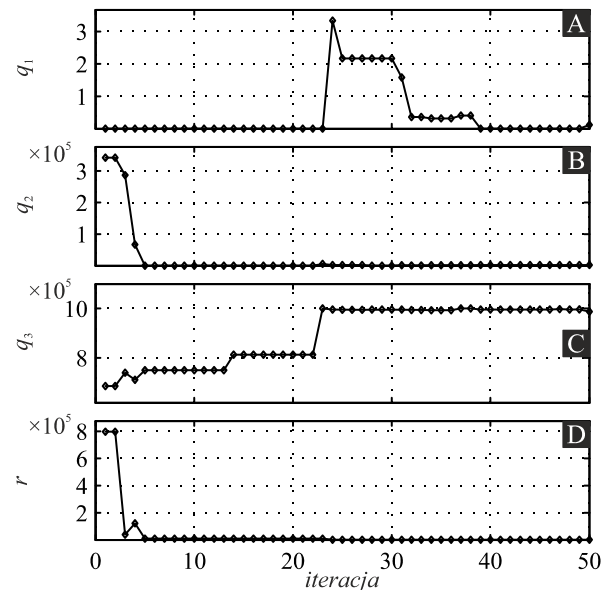
$$(18) \quad I_{ABC} = \sum_{n=0}^N |\theta_{ref}(n) - \theta(n)| n T_s$$

gdzie:  $T_s$  – okres próbkowania. Autostrojenie regulatora LQ wykonano w programie Matlab/Simulink. Przyjęto, że uzyskane nastawy regulatora, oprócz minimalizacji (18), powinny zapewniać  $|i_N| \leq 5$  A oraz  $|\omega_N| \leq 60$  rad/s. Powyższe warunki mają być spełnione dla skokowej zmiany położenia kąтового z 0 rad na  $2\pi$  rad oraz skokowo przyłożonego momentu obciążenia  $T_l = 3$  Nm dla  $t \in (0,3; 0,4)$  s. Przebieg zmian wskaźnika jakości (18) podczas procesu autostrojenia regulatora LQ dla serwonapędu o parametrach zebranych w załączniku 2 przedstawiono na rysunku 5.



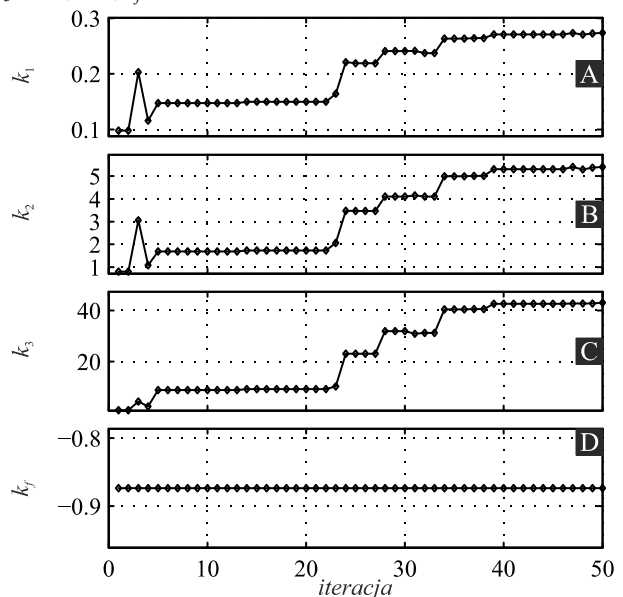
Rys.5. Przebieg zmian wskaźnika jakości podczas autostrojenia

Przebieg zmian wartości współczynników macierzy wagowych podczas autostrojenia regulatora przedstawiono na rysunku 6. Ostateczne wartości uzyskane po wykonaniu 50 iteracji przez algorytm optymalizacyjny wynoszą odpowiednio:  $q_1 = 1,17 \times 10^{-1}$ ,  $q_2 = 2,45 \times 10^3$ ,  $q_3 = 9,88 \times 10^5$ ,  $r_1 = 5,33 \times 10^2$ . Należy zauważyć, że otrzymane wartości mieszczą się w przedziałach określonych przez dolne i górne ograniczenia.



Rys.6. Przebieg zmian wartości współczynników macierzy wagowych podczas autostrojenia

Przebieg zmian współczynników wzmocnień regulatora LQ zarejestrowanych podczas procedury autostrojenia obrazuje rysunek 7. Zaobserwowano, że współczynniki wzmocnień regulatora praktycznie nie ulegają zmianie po 40 iteracji algorytmu, natomiast wartość sprzężenia w przód jest niezależna od wzmocnień regulatora LQ. Wynika to z występowania zerowych współczynników w macierzach  $A_x$ ,  $B_x$  oraz  $E$ . Ostateczne wartości współczynników wzmocnień regulatora wynoszą odpowiednio:  $k_1 = 0,274$ ,  $k_2 = 5,403$ ,  $k_3 = 43,018$ ,  $k_f = -0,874$ .

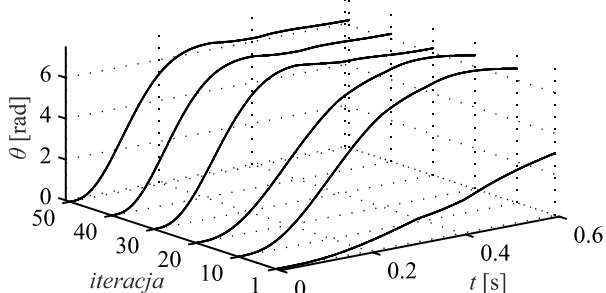


Rys.7. Przebieg zmian wzmocnień regulatora LQ podczas autostrojenia

Przebieg zmian położenia kąowego podczas procesu autostrojenia regulatora LQ przedstawiono na rysunku 8.



Procedurę przeprowadzono dla zmiany położenia kąowego z 0 rad na  $2\pi$  rad w  $t = 0$  s, oraz skokowo przyłożonego momentu obciążenia  $T_l = 3$  Nm dla  $t \in (0,3; 0,4)$  s. Przebieg zarejestrowany dla 50 iteracji wskazuje na brak uchybu ustalonego oraz poprawną kompensację momentu obciążenia. Szczegółowa analiza właściwości układu regulacji, ze szczególnym uwzględnieniem maksymalnych wartości zmiennych stanu, zostanie wykonana na podstawie wyników badań eksperymentalnych.



Rys.8. Przebieg zmian położenia kąowego podczas procesu autostrojenia regulatora LQ

#### Wprowadzenie ograniczeń do regulatora LQ

Zaletą regulatora LQ z dodatkowym sprzężeniem od momentu obciążenia jest niewątpliwie prosta implementacja i niewielka złożoność obliczeniowa, jednak rozważana struktura (rys. 4) nie gwarantuje utrzymywania wewnętrznej zmiennej stanu (w rozważanym przypadku prędkości kąowej  $\omega$ ) w żądanym zakresie niezależnie od wartości zadanej położenia kąowego. Brak ograniczeń nakładanych na zmienne stanu jest jedną z podstawowych wad regulacji bazującej na sprzężeniu od wektora zmiennych stanu. Jednym z rozwiązań przedstawionego powyżej problemu jest wprowadzenie ograniczeń na wybrane zmienne stanu i sygnały sterujące do układu regulacji z liniowym regulatorem LQ. Rozwiązanie to zostało zaproponowane w [8] do ograniczenia składowej  $q$  wektora przestrzennego prądu silnika PMSM oraz składowej  $q$  napięcia sterującego. W rozważanym przypadku, ograniczenia zostaną wprowadzone w celu utrzymywania prędkości kąowej oraz wartości zadanej składowej  $q$  wektora przestrzennego prądu w żądanych zakresach.

Ograniczenie prędkości kąowej serwonapedu zostanie zrealizowane na podstawie równania równowagi mechanicznej

$$(19) \quad J_m \frac{d\omega}{dt} = K_t i_q - B_m \omega - T_l$$

Dyskretna postać równania (19) otrzymana dla okresu próbkowania  $\tau_\omega$  jest następująca [20]

$$(20) \quad \omega(n+1) = \delta i_q(n) + \beta \omega(n) + \gamma T_l(n)$$

gdzie:

$$(21) \quad \beta = e^{-\tau_\omega B_m / J_m}, \quad \gamma = 1/B_m(1 - \beta), \quad \delta = \gamma K_t$$

Na podstawie (20) wyznaczono następujące dyskretnie równania predykcyjne

$$(22) \quad i_{q\text{up}}(n) = \omega(n+1)/\delta - \beta\omega(n)/\delta + T_o(n)/K_t$$

$$(23) \quad i_{q\text{down}}(n) = -\omega(n+1)/\delta - \beta\omega(n)/\delta + T_o(n)/K_t$$

gdzie:  $i_{q\text{up}}(n)$ ,  $i_{q\text{down}}(n)$  – górna i dolna wartość ograniczenia składowej  $q$  wektora przestrzennego prądu,  $\omega(n+1) = \omega_N$  – graniczna wartość prędkości kąowej.

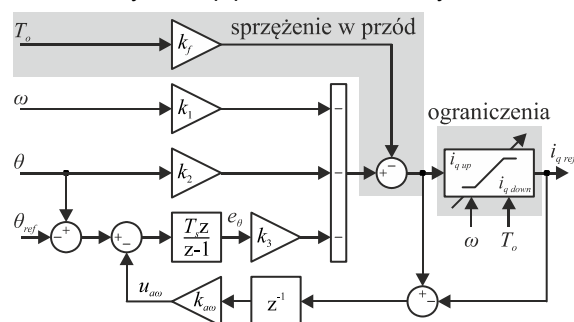
W proponowanym rozwiązaniu sygnał wyjściowy regulatora LQ (tj. wartość zadana  $i_{q\text{ref}}$ ) jest w każdym okresie próbkowania ograniczany przez wartości  $i_{q\text{up}}$ ,  $i_{q\text{down}}$  wyznaczone przy użyciu dyskretnych równań predykcyjnych (22) i (23). Górna i dolna wartość ograniczenia składowej  $q$  wektora przestrzennego prądu pozwala na utrzymywanie wartości prędkości kąowej w żądanym zakresie, określonym przez  $\langle -\omega_N; \omega_N \rangle$ . W ostatnim etapie wartość zadana prądu jest ograniczana do  $\langle -i_N; i_N \rangle$  w celu zapewnienia poprawnej pracy silnika. Proponowane rozwiązanie zapewnia utrzymywanie wybranych zmiennych stanu w żądanym przedziale.

Występowanie wewnętrznej pętli regulacji prądu wymusza uwzględnienie jej dynamiki w algorytmie ograniczającym prędkość kąową. Zadanie to jest realizowane poprzez empiryczny dobór wartości okresu próbkowania  $\tau_\omega$  niezbędnego do dyskretyzacji równania (19). Przyjęcie zbyt małej wartości  $\tau_\omega$  będzie skutkowało oscylacjami ograniczanej zmiennej stanu w otoczeniu wartości granicznej, natomiast zbyt duża wartość  $\tau_\omega$  nadmiernie wydłuży czas osiągnięcia wartości granicznej przez ograniczaną zmienną stanu. Rozważany okres próbkowania można uważać za ekwiwalent horyzontu predykcji stosowanego w sterowaniu predykcyjnym.

Wprowadzenie ograniczeń do regulatora LQ z modelem sygnału referencyjnego (tj. torem całkującym) może skutkować występowaniem zjawiska windup, którego wyeliminowanie wymaga zastosowania toru anty-windup [21]. Dyskretna postać toru całkującego regulatora LQ zawierająca anty-windup ma następującą postać

$$(24) \quad e_\theta(n) = [\theta(n) - \theta_{ref}(n) - k_{a\omega} u_{a\omega}(n-1)]T_s + e_\theta(n-1)$$

gdzie:  $k_{a\omega}$  – współczynnik anty-windup,  $u_{a\omega}(n)$  – różnica między sygnałem wyjściowym regulatora LQ oraz jego ograniczonym odpowiednikiem. Schemat blokowy regulatora LQ ze sprzężeniem w przód, ograniczeniami oraz torem anty-windup przedstawiono na rysunku 9.

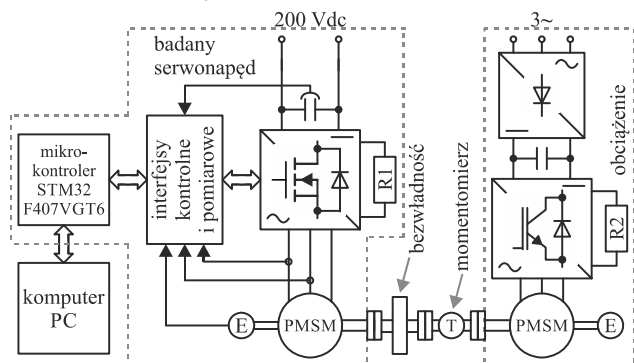


Rys.9. Regulator LQ z ograniczeniami  $\omega$  i  $i_{q\text{ref}}$

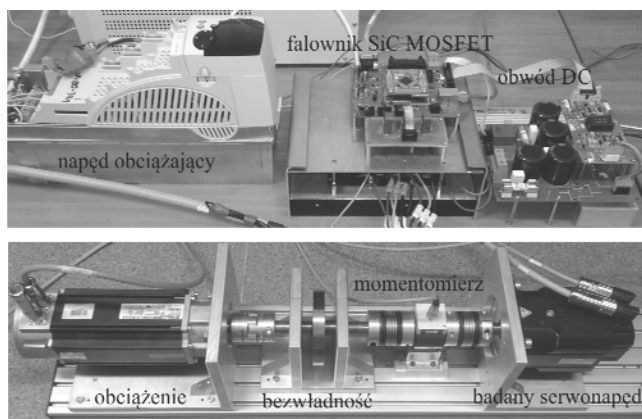
#### Wyniki badań eksperymentalnych

Eksperymentalna weryfikacja opracowanego regulatora LQ z ograniczeniami została przeprowadzona na stanowisku badawczym (rys. 10) wyposażonym w prototypowy serwonapęd z silnikiem PMSM o mocy 1,7 kW (LTI Drives LST-127-2-30-560) oraz napęd obciążający (3,3 kW PMSM zasilany z falownika Unidrive SP1405). Falownik prototypowego serwonapedu zbudowano przy użyciu modułu wyposażonego w tranzystory SiC MOSFET (Cree CCS020M12CM2) wraz z dedykowanym sterownikiem bramkowym (Cree CGD15FB45P1). Opracowany algorytm regulacji zaimplementowano w mikrokontrolerze z rdzeniem ARM Cortex-M4 (STMicroelectronics STM32F407VGT6). Częstotliwość kluczowania tranzystorów ustalono na  $f_s = 48$  kHz. Pomiarów prądów fazowych i napięcia obwodu DC zrealizowano za pomocą układów pomiarowych LEM LTS15NP oraz LV25P.

Parametry serwonapędu zebrano w załączniku 2, natomiast schemat blokowy i fotografię stanowiska laboratoryjnego zamieszczono na rysunkach 10 oraz 11.

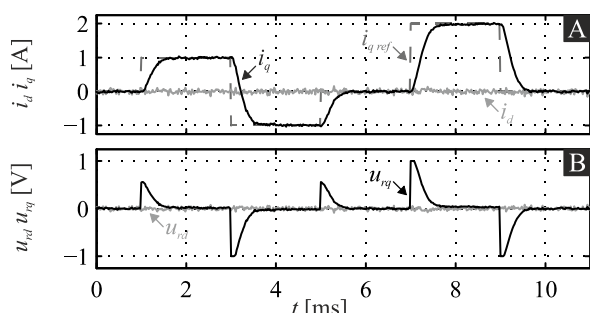


Rys. 10. Schemat blokowy stanowiska laboratoryjnego



Rys. 11. Fotografia stanowiska laboratoryjnego

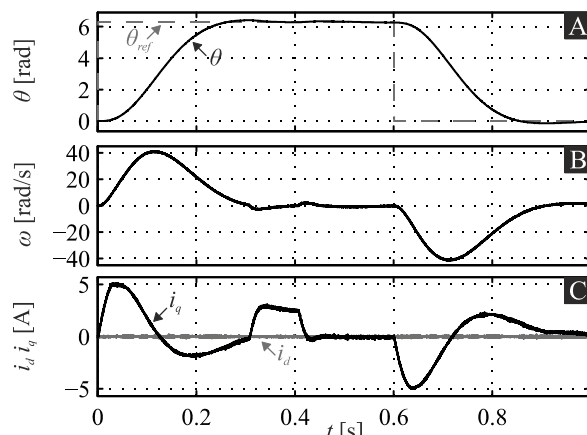
Przedstawione na rysunku 12 przebiegi składowych wektora przestrzennego prądu stojana zarejestrowane dla zerowej wartości prędkości kątowej obrazują poprawne działanie układu regulacji prądu. Wysoka częstotliwość kluczowania ( $f_s = 48$  kHz) umożliwiła uzyskanie czasu narastania składowej  $q$  prądu na poziomie  $\tau_{ri} = 0,5$  ms.



Rys. 12. Przebiegi eksperymentalne składowych wektora przestrzennego prądu stojana (A) oraz napięć sterujących (B)

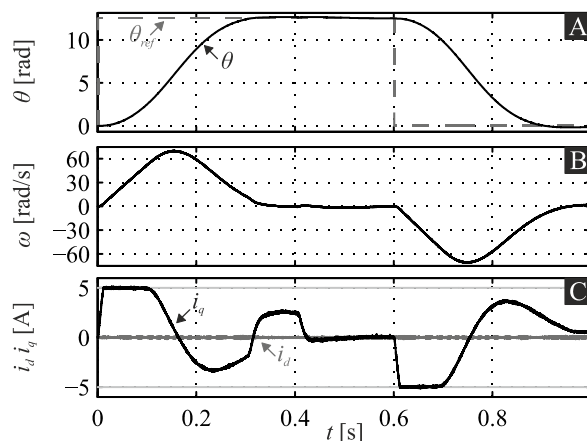
Na rysunku 13 przedstawiono przebiegi eksperymentalne uzyskane dla prototypowego serwonapędu z regulatorami prądu typu PI oraz regulatorem LQ o współczynnikach wzmocnień dobranych metodą autostrojenia. Poprawne pozycjonowanie serwonapędu w odpowiedzi na skok położenia zadanego oraz skokową zmianę momentu obciążenia  $T_l = 3$  Nm dla  $t \in (0,3; 0,4)$  s zamieszczono na rysunku 13.A. Przedstawione na rysunku 13.B oraz 13.C przebiegi prędkości kątowej oraz składowych wektora przestrzennego prądu wskazują na poprawne działanie algorytmu optymalizacyjnego. Nastawy regulatora LQ zostały dobrane w sposób zapewniający utrzymanie prędkości kątowej

oraz składowej  $q$  prądu w żądanych zakresach (tj.  $|i_N| \leq 5$  A oraz  $|\omega_N| \leq 60$  rad/s) dla zmiany położenia kąowego o  $2\pi$  rad. W rozważanym przypadku właściwości dynamiczne serwonapędu są determinowane poprzez osiągnięcie przez silnik maksymalnej wartości składowej  $q$  prądu podczas rozpędzania.



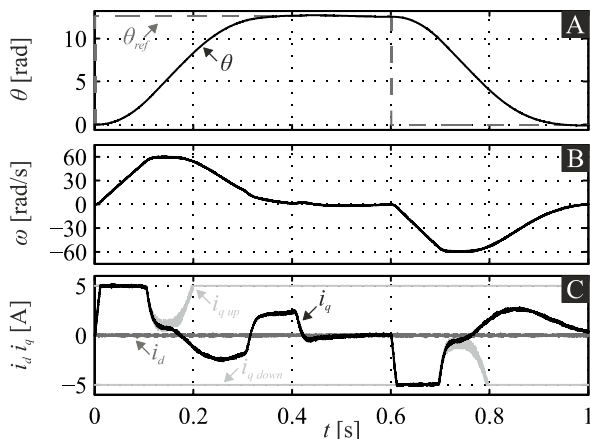
Rys. 13. Odpowiedzi skokowe serwonapędu z regulatorem LQ bez ograniczeń dla  $\theta_{ref} = 2\pi$  rad

Brak ograniczenia wewnętrznej zmiennej stanu (tj. prędkości kątowej) w regulatorem LQ powoduje, że zadanie skokowej zmiany położenia kąowego większej od  $2\pi$  rad wiąże się z przekroczeniem przez serwonapęd dopuszczalnej prędkości kątowej  $|\omega_N| \leq 60$  rad/s (rys. 14.B). Występowanie wewnętrznej pętli regulacji prądu z regulatorami PI umożliwia zaimplementowanie funkcji ograniczającej sygnał wyjściowy regulatora LQ będący jednocześnie sygnałem zadanym dla regulatora PI w osi  $q$ . Z tego względu widoczna na rysunku 14.C składowa  $q$  prądu jest poprawnie utrzymywana w zakresie  $|i_N| \leq 5$  A.



Rys. 14. Odpowiedzi skokowe serwonapędu z regulatorem LQ bez ograniczeń dla  $\theta_{ref} = 4\pi$  rad

Utrzymywanie prędkości kątowej serwonapędu w zakresie  $|\omega_N| \leq 60$  rad/s niezależnie od wartości skokowej zmiany położenia kąowego jest możliwe poprzez wprowadzenie do regulatora LQ ograniczenia wewnętrznej zmiennej stanu. Widoczne na rysunku 15.C przebiegi ograniczeń  $i_{q\ up}$  i  $i_{q\ down}$  obliczone na podstawie równań predykcyjnych (22) i (23) skutecznie limitują wartość składowej  $q$  prądu w sposób zapewniający utrzymanie prędkości kątowej w żądanym przedziale (rys. 15.B). Poprawne pozycjonowanie serwonapędu w odpowiedzi na skok położenia zadanego oraz skokową zmianę momentu obciążenia  $T_l = 3$  Nm dla  $t \in (0,3; 0,4)$  s zamieszczono na rysunku 15.A.



Rys.15. Odpowiedzi skokowe serwonapędu z regulatorem LQ z ograniczeniami dla  $\theta_{ref} = 4\pi$  rad

### Podsumowanie

W artykule zaprezentowano aplikację regulatora bazującego na sprzężeniu od wektora zmiennych stanu z ograniczeniami do sterowania nowoczesnym serwonapędem z silnikiem PMSM. Współczynniki wzmocnień regulatora wyznaczono automatycznie przy użyciu algorytmu optymalizacyjnego bazującego na sztucznej kolonii pszczół. Najistotniejszym celem było wprowadzenie do regulatora LQ ograniczenia wewnętrznej zmiennej stanu, zapewniającego utrzymanie prędkości kątowej w żądanym zakresie, niezależnie od wartości położenia zadanego. Poprawność działania regulatora LQ z ograniczeniami została potwierdzona w badaniach eksperymentalnych. Dodatkową zaletą zaproponowanego regulatora jest prosta struktura umożliwiającą implementację w układzie regulacji charakteryzującym się wysoką częstotliwością kluczowania.

### Załącznik 1. Wybrane parametry algorytmu optymalizacyjnego ABC

Parametr	Symbol	Wartość
Liczba optymalizowanych parametrów	$D$	4
Wielkość kolonii	$NP$	20
Liczba źródeł pożywienia	$FN$	$NP/2$
Liczba iteracji	$MCN$	50
Parametr sterujący	$limit$	$D \times FN$
Okres produkcji skautów	$SPP$	$D \times FN$
Współczynnik modyfikacji	$MR$	0,8
Wartość dolnych ograniczeń	$lb_1 \div lb_4$	$1 \times 10^{-6}$
Wartość górnych ograniczeń	$ub_1 \div ub_4$	$1 \times 10^6$

### Załącznik 2. Wybrane parametry serwonapędu

Parametr	Symbol	Jednostka	Wartość
Maksymalna prędkość	$\omega_N$	rad/s	60
Maksymalny prąd	$I_N$	A	5
Rezystancja	$R_s$	$\Omega$	1,05
Indukcyjność	$L_s$	mH	12,7
Moment bezwładności	$J_m$	$kgm^2$	$8,6 \times 10^{-3}$
Tarcie wiskotyczne	$B_m$	$Nms/rad$	$1,4 \times 10^{-2}$
Liczba par biegunów	$p$	-	3
Stała momentu	$K_t$	$Nm/A$	1,14
Wzmocnienie przekształtnika	$K_p$	-	100
Częstotliwość kluczowania	$f_s$	kHz	48
Okres kluczowania	$T_s$	$\mu s$	20,8(3)

Praca naukowa finansowana ze środków przeznaczonych na działalność statutową Instytutu Fizyki UMK

**Autorzy:** Prof. dr hab. inż. Lech M. Grzesiak, Politechnika Warszawska, Instytut Sterowania i Elektroniki Przemysłowej, ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa, E-mail: lmg@isep.pw.edu.pl; Prof. dr hab. inż. Marek Zieliński, E-mail: marziel@fizyka.umk.pl; dr inż. Tomasz Tarczewski, E-mail: ttarczewski@fizyka.umk.pl; mgr inż. Michał Skiński, E-mail: michalskiowski@gmail.com; Uniwersytet Mikołaja Kopernika, w Toruniu, Katedra Automatyki i Systemów Pomiarowych, ul. Grudziądzka 5, 87-100 Toruń.

### LITERATURA

- [1] Jarzebowicz L., Errors of a linear current approximation in high speed PMSM drives, *IEEE Trans. Power Electron.*, 32 (2017), n.11, 8254-8257
- [2] Brock S., Łuczak D., Pajchrowski T., Zawirski K., Selected Methods for a Robust Control of Direct Drive with a Multi-mass Mechanical Load, *Advanced Control of Electrical Drives and Power Electronic Converters*, 75 (2017), 75-98
- [3] Boldea I., Control issues in adjustable speed drives, *IEEE Ind. Electron. Mag.*, 2 (2008), n.3, 32-50
- [4] Brock S., Sliding mode control of a permanent magnet direct drive under non-linear friction, *COMPEL*, 30 (2011), n.3, 853-863
- [5] Pajchrowski T., Urbański K., Zawirski K., Artificial neural network based robust speed control of permanent magnet synchronous motors", *COMPEL*, 25 (2006), n.1, 220-234
- [6] Mandra S., Gałkowski K., Aschemann H., Robust guaranteed cost ILC with dynamic feedforward and disturbance compensation for accurate PMSM position control, *Control Eng. Pract.*, 65 (2017), 36-47
- [7] Urbański, K., A new sensorless speed control structure for PMSM using reference model, *Bull. Pol. Ac.: Tech.*, 65 (2017), n.4, 489-496
- [8] Tarczewski T., Grzesiak L.M., Constrained state feedback speed control of PMSM based on model predictive approach, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 63 (2016), n.6, 3867-3875
- [9] Safonov M., Athans M., Gain and phase margin for multiloop LQG regulators, *IEEE Trans. Autom. Control*, 22 (1977), n.2, 173-179
- [10] Brasel M., A gain-scheduled multivariable lqr controller for permanent magnet synchronous motor," in *Proc. IEEE MMAR Conf.*, (2014), 722-725
- [11] Tarczewski T., Niewiara Ł.J., Grzesiak L.M., Constrained state feedback control of DC-DC power converter based on model predictive approach, in *Proc. Int. Symp. EFEA*, (2016), 1-6
- [12] Sarnowska A., Rąbkowski J., Hard and soft switching operation of the half-bridge based on 900V SiC MOSFETs, in *Proc. IEEE IECON Conf.*, (2016), 7167-7172
- [13] Grzesiak L.M., Tarczewski T., PMSM servo-drive control system with a state feedback and a load torque feedforward compensation, *COMPEL*, 32 (2013), n.1, 364-382
- [14] Tarczewski T., Grzesiak L.M., Application of artificial bee colony algorithm to auto-tuning of linear-quadratic regulator for PMSM position control, *Przegląd Elektrotechniczny*, 92 (2016), n.6, 57-62
- [15] Kazmierkowski M.P., Krishnan R., Blaabjerg F., *Control in Power Electronics, Selected Problems*, Academic Press, 2002
- [16] Jezernik K., Rodic M., High precision motion control of servo drives, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 56 (2009), n.10, 3810-3816
- [17] Lee D.-C., Sul S.-K., Park M.-H., High performance current regulator for a field-oriented controlled induction motor drive, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 30 (1994), n.5, 1247-1257
- [18] Kamiński M., Zastosowanie algorytmu BAT w optymalizacji obliczeń adaptacyjnego regulatora stanu układu dwumasowego, *Przegląd Elektrotechniczny*, 93 (2017), n.1, 300-304
- [19] Karaboga D., Basturk B., On the performance of artificial bee colony (ABC) algorithm, *Appl. Soft. Comput.*, 8 (2008), n.1, 687-697
- [20] Cortes P., Kazmierkowski M.P., Kennel R.M., Quevedo D.E., Rodriguez J., Predictive control in power electronics and drives, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 55 (2008), n.12, 4312-4324
- [21] Shin H.B., Park J.G., Anti-windup pid controller with integral state predictor for variable-speed motor drives, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 59 (2012), n.3, 1509-1516