

# Sterowanie prędkością układu dwumasowego z wykorzystaniem regulatora ślizgowego z adaptacyjnym filtrem wyjściowym

**Streszczenie.** W artykule poruszono zagadnienia związane ze sterowaniem układu dwumasowego. Celem tłumienia drgań skrętnych napędu zaproponowano całkowitą strukturę ślizgowej regulacji prędkości. Zjawisko chatteringu wyeliminowano za pomocą filtra dolnoprzepustowego umieszczonego za regulatorem prędkości. Parametry filtra są przestrajane przy pomocy systemu rozmytego na podstawie błędu regulacji. Rozważania teoretyczne zostały potwierdzone w badaniach eksperymentalnych na stanowisku z silnikami prądu stałego.

**Abstract.** In the paper issues related to control of two-mass drive system are considered. In order to suppress torsional vibration the control structure with integration of switching function is proposed. The chattering phenomena is eliminated by application of low-pass filter inserted after the speed controller. The parameters of the filter are retuned according to regulation error. The theoretical consideration are supported by experimental results taken from laboratory stand with DC motors. (**Speed Control of two-mass System with Adaptive Output Filter**).

**Słowa kluczowe:** całkowite sterowanie ślizgowe, adaptacyjne filtrowane sterowanie ślizgowe, adaptacyjny filtr dolnoprzepustowy, układ dwumasowy, tłumienie drgań

**Keywords:** Integral Sliding Mode Control, Adaptive Filtered Sliding Mode Control, Adaptive Low Pass Filter, Two-Mass Systems, damping of torsional vibrations

## Wstęp

Na współcześnie projektowane układy napędowe nakładane są bardzo duże wymagania dotyczące ich właściwości statycznych i dynamicznych. Dąży się do osiągnięcia jak najkrótszych czasów narostu odpowiedzi układu przy jednoczesnej minimalizacji przeregulowań oraz oscylacji regulowanych zmiennych stanu. Podczas projektowania przemysłowych układów napędowych często pomija się sprężystość połączenia pomiędzy silnikiem a maszyną roboczą. Istnieje jednak szeroka grupa napędów, np. robotów, dźwignic czy maszyn papierniczych [1]-[2], w analizie których pominięcie charakterystyki części mechanicznej jest niedopuszczalne. Ponadto przemysłowe aplikacje charakteryzują się zmiennością parametrów pracy. Najczęściej zmieniającym się parametrem mechanicznym układu napędowego jest moment bezwładności obciążenia [2]. Z tego powodu konieczne jest zastosowanie struktury sterowania, spełniającej wcześniej wspomniane wymagania, ale również zapewniającej odporność na zachodzące zmiany parametrów i uwzględniające sprężystość połączenia między maszyną napędzającą a roboczą już w fazie projektowej. Do grupy takich struktur można zaliczyć m.in. regulatory adaptacyjne oraz ślizgowe [1]-[2], [11]-[13].

Jak wynika z teorii [1],[3]-[5], [13]-[16] regulatory ślizgowe zapewniają odporność na błędy projektowe (parametryczne) oraz zakłócenia zewnętrzne. Jednakże ich największym problemem jest występujące zjawisko *chattering'u*. W literaturze można znaleźć wiele propozycji minimalizacji tej wady. Oprócz najprostszego podejścia, tj. linearyzacji funkcji sygnum występującej w prawie sterowania, można wyróżnić takie metody jak: zastosowanie obserwatorów asymptotycznych w zewnętrznej pętli regulacji [6]; implementacja sterowania ekwiwalentnego [1], [6]; adaptacja nachylenia funkcji ograniczenia w zależności od wartości aktualnego błędu regulacji [7]; zastosowanie filtrów na wyjściu regulatora [4].

Wraz z rozwojem technik regulacji ślizgowej, struktury te znalazły zastosowanie w wielu skomplikowanych układach napędowych. Wymagają one jednak niejednokrotnie znajomości niemierzalnych zmiennych stanu napędu, co prowadzi do konieczności stosowania estymatorów stanu. Techniki estymacji można w ogólności podzielić na metody algebraiczne oraz bazujące na sztucznej inteligencji [1],[2], [8]-[12]. Do pierwszej grupy zalicza się różnego rodzaju

obserwatory Luenbergera, filtry Kalmana (rozszerzone filtry Kalmana, bezśladowe filtry Kalmana) oraz estymatory z przesuwym oknem (*moving horizon estimator*). Estymatory oparte na sztucznych sieciach neuronowych, estymatory rozmyte czy Gray'a tworzą drugą grupę. Analizując wyniki zaprezentowane w pracach [1], [2] można zauważyć, że Filtr Kalmana zapewnia dobrą jakość estymacji zmiennych stanu i parametrów zwłaszcza w układach o wysokim poziomie szumów. Z tego powodu został wybrany do realizacji struktury sterowania w niniejszej pracy.

Istnieje wiele prac badawczych rozważających zastosowanie sterowania ślizgowego do różnego typu obiektów w tym do układu dwumasowego: [1], [7], [10], [13]-[16]. W niniejszej pracy zastosowano strukturę sterowania z całkowaniem funkcji przełączającej [1]. W odróżnieniu od rozwiązań zawartych w [1], w niniejszej pracy wyeliminowano *chattering* za pomocą filtra dolnoprzepustowego zlokalizowanego na wyjściu regulatora prędkości. W celu dalszej poprawy właściwości struktury sterowania parametry filtra przestrajają się przy użyciu systemu rozmytego w zależności od bieżącego punktu pracy. Rozważania teoretyczne zostały potwierdzone przez badania eksperymentalne.

## Model matematyczny obiektu badań i struktura regulacji

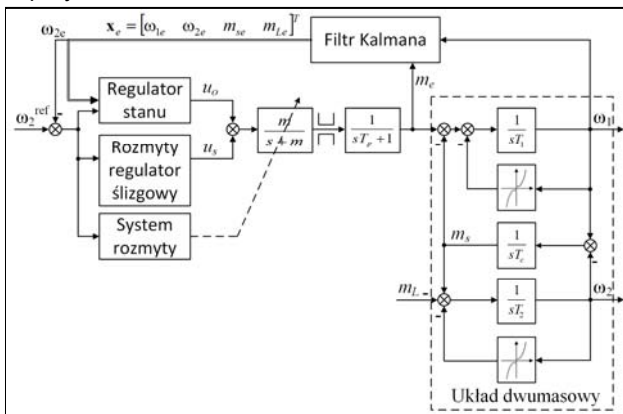
Obiektem badań w niniejszej pracy jest napęd elektryczny z połączeniem sprężystym (1) z ograniczoną dynamiką wymuszania momentu elektromagnetycznego.

$$(1) \quad \begin{bmatrix} \dot{\omega}_2 \\ \dot{m}_s \\ \dot{\omega}_1 \\ \dot{m}_e \end{bmatrix}_x = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1/T_2 & 0 & 0 \\ -1/T_c & 0 & 1/T_c & 0 \\ 0 & -1/T_1 & 0 & 1/T_1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/T_p \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} \omega_2 \\ m_s \\ \omega_1 \\ m_e \end{bmatrix}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/T_p \end{bmatrix}}_B m_e^{ref} + \underbrace{\begin{bmatrix} -1/T_2 & 0 & -1/T_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/T_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_D \begin{bmatrix} m_L \\ m_{f1} \\ m_{f2} \\ 0 \end{bmatrix}_x$$

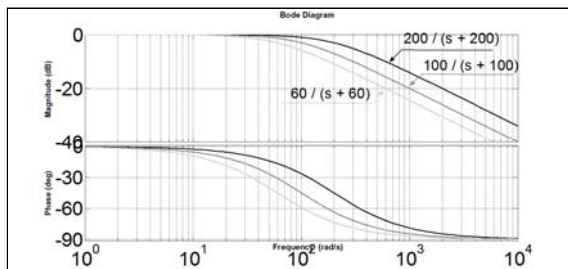
gdzie:  $\omega_1, \omega_2$  – prędkość kątowna silnika oraz obciążenia,  $m_e, m_s, m_L$  – moment elektromagnetyczny silnika, skrętny oraz obciążenia,  $m_{f1}, m_{f2}$  – moment tarcia silnika oraz obciążenia,

$T_1, T_2, T_c$  - mechaniczne stałe czasowe silnika, maszyny obciążającej oraz sprężystości połączenia,  $m_e^{ref}$  - zadany moment elektromagnetyczny. Znamionowe wartości prezentowanego modelu wynoszą kolejno:  $T_1 = T_2 = 203$  ms,  $T_c = 1,2$  ms,  $T_p = 2$  ms. Przyjęte momenty tarcia składają się ze składowych tarcia Coulomba oraz tarcia wiskotycznego.

Struktura regulacji (rys. 1) składa się z dwóch pętli: wymuszenia momentu (wewnętrzna) oraz wymuszenia prędkości (zewnętrzna). W pętli regulacji prędkości zaproponowano zmodyfikowaną wersję całkowego regulatora ślizgowego przedstawionego w [1]. Modyfikacja ta polega na dodaniu do układu adaptacyjnego filtra dolnoprzepustowego na wyjściu regulatora prędkości. Filtr przy dużych błędach regulacji, a zatem w stanach dynamicznych, posiada szersze pasmo przenoszenia, natomiast dla mniejszych błędów regulacji, pasmo to jest zwężane (rys. 2). Regulacja pasma przenoszenia filtra zapewniona jest przez zastosowanie systemu rozmytego typu Takagi-Sugeno. Zastosowanie takiego filtra gwarantuje znaczące zmniejszenie *chattering'u* przy jednoczesnym zachowaniu dobrej dynamiki regulacji oraz odporności struktury na zakłócenia, co zostało zbadane eksperymentalnie.



Rys. 1. Schemat blokowy rozpatrywanego układu regulacji



Rys. 2. Charakterystyki amplitudowo-fazowe filtra dolnoprzepustowego dla różnych pasm przenoszenia

Funkcja przełączeń regulatora prędkości opisana jest poniższą zależnością:

$$(2) \quad s = \mathbf{G}\mathbf{x} + \lambda \int_0^t e dt$$

gdzie:  $\mathbf{G} = [g_n \ g_{n-1} \dots \ g_1]$  - wektor wzmacnień,  $\lambda$  - wzmacnienie członu całkującego,  $e = \omega_2 - \omega_2^{ref}$  - błąd regulacji,  $s$  - powierzchnia ślizgowa. Prawo sterowania zdefiniowane jest w sposób następujący:

$$(3) \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_s + \mathbf{u}_o$$

gdzie:  $\mathbf{u}_s$  - sterowanie nieciągłe,  $\mathbf{u}_o$  - sterowanie nominalne. Nieciągła część sygnału sterującego w klasycznym podejściu opisana jest zależnością  $u_s = -K \text{sgn}(s)$ , natomiast

w celu zmniejszenia poziomu *chattering'u*, zaproponowano następującą modyfikację:

$$(4) \quad u_s = -K \text{sat}(K_f (|e|)_s)$$

gdzie:  $K$  - wzmacnienie wyjściowe regulatora ślizgowego,  $K_f (|e|)$  - regulowane nachylenie funkcji ograniczenia za pomocą dodatkowego członu rozmytego [1]. Jego zastosowanie zmniejsza poziom *chattering'u* ale jednocześnie w negatywny sposób wpływa na odporność struktury sterowania.

Drugi składnik sygnału sterującego opisany jest następującą zależnością [1], [4]:

$$(5) \quad u_o = \mathbf{d}_1 \mathbf{x} + d_2 e + d_3 z$$

gdzie:  $z = m_{Le}$  - estymowane zakłócenie zewnętrzne.

$$(6) \quad \mathbf{d}_1 = -(\mathbf{GB})^{-1} \mathbf{GA}, \quad d_2 = -(\mathbf{GB})^{-1} \lambda, \quad d_3 = -(\mathbf{GB})^{-1} \mathbf{GD}_z$$

$$\mathbf{D}_z = [-1/T_2 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

Jak pokazano w [1],[4], rozpatrywany układ regulacji może być z powodzeniem strojony według dobrze znanej metody rozmieszczania biegunów równania charakterystycznego co daje możliwość dowolnego kształtowania jego dynamiki. Rozważany wielomian odniesienia dobrano jak poniżej:

$$(7) \quad p^4 + p^3 \cdot \underbrace{\xi \omega_0}_{b_{n-1}} + p^2 \left( 4 \underbrace{\xi^2 \omega_0^2 + 2 \omega_0^2}_{b_{n-2}} \right) + p \cdot \underbrace{4 \xi \omega_0^3}_{b_{n-3}} + \underbrace{\omega_0^4}_{b_{n-4}} = 0$$

gdzie:  $p$  - operator Laplace'a,  $\omega_0$  - zadana pulsacja rezonansowa,  $\xi$  - zadany współczynnik tłumienia,  $b$  - bieguny równania charakterystycznego,  $n = 4$  - rząd obiektu. Strojenie regulatora odbywa się poprzez dwa główne etapy. Po pierwsze, należy wyznaczyć macierz  $\mathbf{Q}_r$ :

$$(8) \quad \mathbf{Q}_r = [e_n^T \ e_{n-1}^T \ \dots \ e_1^T \ \mathbf{A}^{n-1}]^T$$

$$(9) \quad \mathbf{M} = [\mathbf{B} \ \mathbf{AB} \ \dots \ \mathbf{A}^{n-1} \mathbf{B}], \quad \mathbf{M}^{-1} = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_n]^T$$

Następnie wyznaczyć bieguny równania (8) poprzez dobór współczynników  $\omega_0$  i  $\xi$ . W ten sposób obliczyć wartość macierzy  $\mathbf{G}$  i współczynnika  $\lambda$ :

$$(10) \quad \mathbf{G} = \mathbf{g}\mathbf{Q}, \quad \mathbf{g} = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_{n-1} \ 1]$$

$$(11) \quad \lambda = \frac{K}{(\mathbf{GB})^{-1}}$$

Opisywana procedura doboru nastaw regulatora została szerzej przedstawiona w [4].

### Estymacja zmiennych stanu

W celu realizacji struktury sterowania konieczna jest informacja o wszystkich zmiennych stanu obiektu. W tym celu zastosowano filtr Kalmana [2]. Macierze stanu, sterowania i wyjścia oraz wektor zdefiniowano następująco:

$$(13) \quad \mathbf{A}_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/T_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/T_2 & -1/T_2 \\ 1/T_c & -1/T_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_R = [1/T_1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$\mathbf{C}_R = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$\mathbf{x}_R = [\omega_{1e} \ \omega_{2e} \ m_{se} \ m_{Le}]^T$$

gdzie indeks  $e$  oznacza estymowane wielkości.

Wektorami wejściowymi i wyjściowymi są moment elektromagnetyczny i prędkość silnika napędowego:

$$(14) \quad \mathbf{u} = m_e, \quad \mathbf{y} = \omega_1$$

Proces doboru elementów macierzy  $Q$  i  $R$  Filtru Kalmana przeprowadzony był według procedury *Pattern Search* minimalizujący następującą funkcję celu:

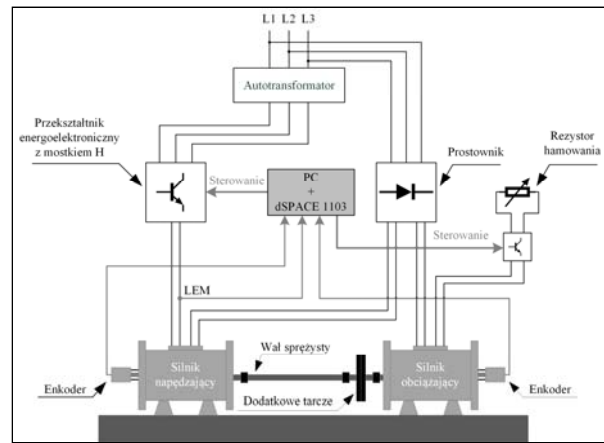
$$(15) J = \int \left( \begin{array}{l} |\omega_1 - \omega_{1e}| \cdot \frac{d}{dt} |\omega_1 - \omega_{1e}| + |\omega_2 - \omega_{2e}| \cdot \frac{d}{dt} |\omega_2 - \omega_{2e}| \\ |m_s - m_{se}| \cdot \frac{d}{dt} |m_s - m_{se}| + |m_L - m_{Le}| \cdot \frac{d}{dt} |m_L - m_{Le}| \end{array} \right) dt$$

gdzie dolny index  $e$  oznacza estymowaną zmienną stanu. Tak zdefiniowana funkcja celu zapewnia poprawną dynamikę estymacji zmiennych stanu przy jednoczesnym minimalizowaniu szumów w estymatach.

### Wybrane wyniki badań eksperymentalnych

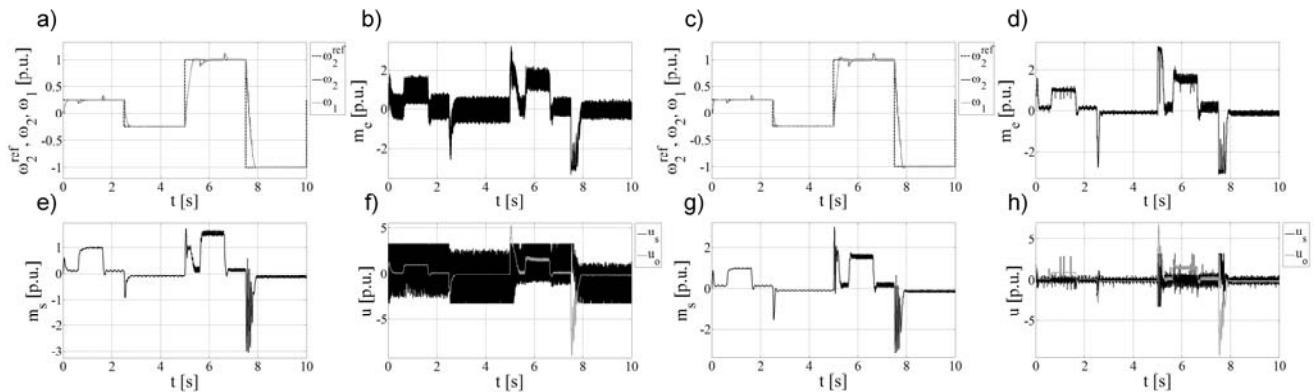
Badania eksperymentalne zostały przeprowadzone na układzie napędowym składającym się z dwóch silników DC o mocy 500 W, połączonych długim, elastycznym wałem (rys. 3). Układ napędowy sterowany był za pośrednictwem karty *dSpace* 1103.

Jako pierwszy przebadano układ bez filtra wyjściowego. Wybrano następujące parametry projektowe  $\omega_0 = 60 \text{ s}^{-1}$ ,  $\xi = 0,8$ . Układ zaprojektowano dla znamionowych danych napędu. Przebiegi poszczególnych wielkości zamieszczono na rys. 4a,b,e,f. Jak wynika z analizy zamieszczonych przebiegów prędkości układ posiada założoną dynamikę. Zauważalny jest jednakże duży poziom *chatteringu* w sygnale sterującym i konsekwentnie w momencie elektromagnetycznym.

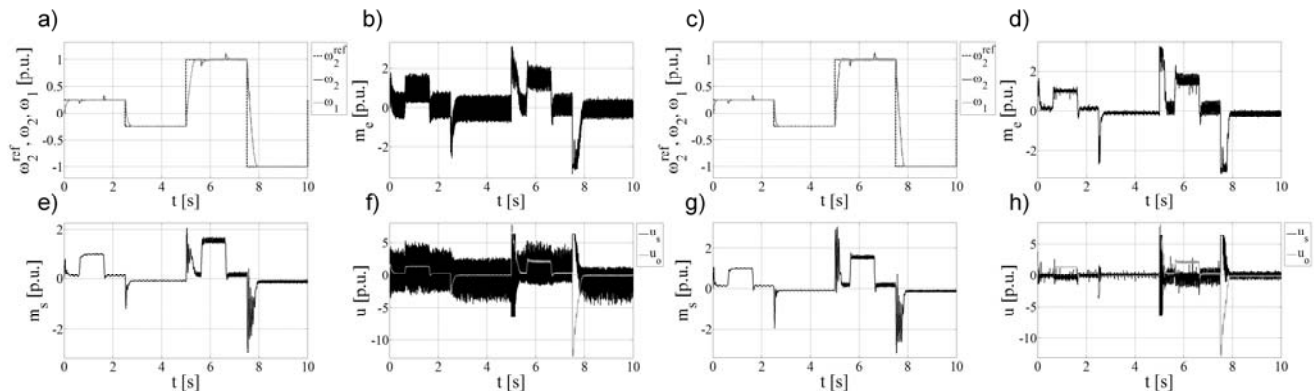


Rys. 3. Konfiguracja stanowiska laboratoryjnego

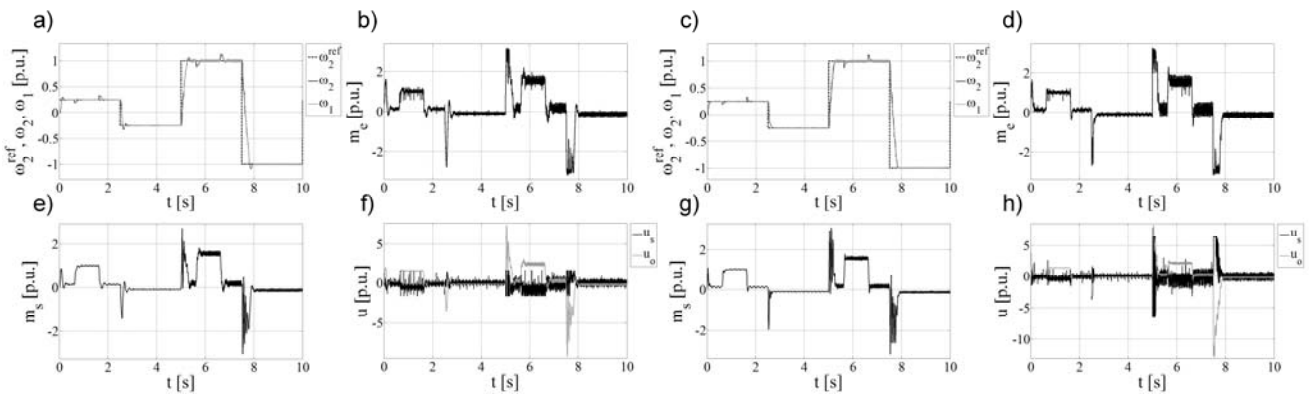
Następnie przebadano układ z filtrem wyjściowym (rys. 4c,d,g,h). Przebiegi prędkości posiadają podobną dynamikę jak dla poprzedniego układu. Główna różnica jest widoczna w przebiegach sygnału sterującego i momentu elektromagnetycznego – zostały one praktycznie wyeliminowane. Potwierdza to tym samym skuteczność proponowanego podejścia.



Rys. 4. Przebiegi prędkości (a, c), momentu elektromagnetycznego (b, d), momentu skrętnego (e, g) oraz sygnału sterującego (f, h) uzyskanych dla układu bez filtra wyjściowego (a, b, e, f) oraz układu z adaptacyjnym filtrem wyjściowym (c, d, g, h); wyniki badań eksperymentalnych dla nastaw  $\omega_0 = 60 \text{ s}^{-1}$ ,  $\xi = 0,8$



Rys. 5. Przebiegi prędkości (a, c), momentu elektromagnetycznego (b, d), momentu skrętnego (e, g) oraz sygnału sterującego (f, h) uzyskanych dla układu z adaptacyjnym filtrem wyjściowym (c, d, g, h); regulator strojony dla obiektu o stałej czasowej obciążenia  $2T_2$



Rys. 6. Przebiegi prędkości (a, c), momentu elektromagnetycznego (b, d), momentu skrętnego (e, g) oraz sygnału sterującego (f, h) uzyskanych dla układu z adaptacyjnym filtrem wyjściowym; wyniki badań eksperymentalnych dla nastaw  $\omega_0 = 60 \text{ s}^{-1}$ ,  $\xi = 0,8$ ; regulator strojony dla obiektu o stałej czasowej obciążenia  $0,5T_2$  (a, b, e, f),  $2T_2$  (c, d, g, h)

Kolejno przebadano układ dla dwukrotnie większej wartości mechanicznej stałej czasowej maszyny roboczej. Przebiegi wielkości układu zamieszczono na rys 5 odpowiednio dla klasycznej (a,b,e,f) jak i proponowanej struktury (c,d,g,h). Z analizy zamieszczonych przebiegów wynikają następujące wnioski. Przebiegi prędkości obciążenia są identyczne jak poprzednio – wynika to z metody lokowania biegunów układu zamkniętego. Wysoki poziom chatteringu występuje w klasycznej strukturze sterowania; jest on wyeliminowany w układzie z filtrem wyjściowym. Zapady prędkości spowodowane zmianami momentu obciążenia są mniejsze niż poprzednio co wynika ze zwiększonej wartości stałej  $T_2$ .

Następnie sprawdzono odporność struktury sterowania z filtrem wyjściowym na zmianę parametrów układu. W tym celu zaprojektowano układ dla dwukrotnie zmniejszonej/zwiększonej stałej  $T_2$  w stosunku do wartości nominalnej (rys. 6a,b,e,f/c,d,g,h). Jak wynika z ich analizy zmiana mechanicznej stałej czasowej maszyny roboczej w niewielkim stopniu zmieniła przebiegi wielkość układu. Zjawisko chatteringu nie jest widoczne w prezentowanych przebiegach.

### Podsumowanie i wnioski końcowe

W niniejszym artykule przedstawiono propozycję zmniejszenia poziomu *chattering'u* całkowitej struktury sterowania ślizgowego prędkości napędu dwumasowego przedstawionej w [1] poprzez zaimplementowanie adaptacyjnego filtra dolnoprzepustowego na wyjściu regulatora prędkości. Do doboru parametrów regulatora prędkości zaproponowano metodą lokowania biegunów równania charakterystycznego. Otrzymane wyniki badań eksperymentalnych pozwalają stwierdzić, że poziom *chattering'u* może zostać wyeliminowany przez użycie wyjściowego filtra dolnoprzepustowego. Ponadto proponowana struktura regulacji jest odporna na zmiany parametrów układu mechanicznego w badanym zakresie.

**Autorzy:** prof. dr hab. inż. Krzysztof Szabat, Politechnika Wroclawska, Katedra Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, ul. Smoluchowskiego 19, 50-372 Wrocław, E-mail: [krzysztof.szabat@pwr.edu.pl](mailto:krzysztof.szabat@pwr.edu.pl); mgr inż. Paweł Drózdź, Katedra Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, ul. Smoluchowskiego 19, 50-372 Wrocław, E-mail: [pawel.drozdz@pwr.edu.pl](mailto:pawel.drozdz@pwr.edu.pl).

### LITERATURA

- [1] Orłowska-Kowalska T., Kamiński M., Szabat K., Implementation of Sliding-Mode Controller With an Integral Function and Fuzzy Gain Value for the Electrical Drive With an Elastic Joint, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57 (2010), n.4, 1309-1317
- [2] Drózdź K., Zastosowanie rozmytego bezśladowego filtra Kalmana w adaptacyjnej strukturze sterowania układu dwumasowego, *Przegląd Elektrotechniczny*, 92 (2016), nr 5, 191-196
- [3] Huang Y.J., Way H.K., Placing all closed loop poles of missile attitude control systems in the sliding mode via root locus technique, *ISA Transactions*, 40 (2001), 333-340
- [4] Tseng M.L., Chen M.S., Chattering reduction of sliding mode control by Low-Pass Filtering the control signal, *Asian Journal of Control*, 12 (2010), n.3, 392-398
- [5] Chong S., Yongzhi S., Xiangyuan Z., Xiangdong L., An improved chattering-free sliding mode control with finite time convergence for reentry vehicle, *Proceedings of 2016 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference*, (2016)
- [6] Utkin V., Lee H., Chattering Problem in Sliding Mode Control Systems, *Proceedings of the 2006 International Workshop on Variable Structure Systems*, (2006)
- [7] Szabo D., Kerekes S., Dranga O., Gajdar T., A Fuzzy Sliding Mode Approach for the Two-Mass System, *Industrial Electronics, 1999. ISIE'99*, 1 (1999), 348-352
- [8] Brisilla R.M., Sankaranarayanan V., Godfrey A., Extended State Observer Based Sliding Mode Control of Permanent Magnet DC Motor, *India Conference (INDICON)*, (2015), 1-6
- [9] Zhang X., Li Z., Sliding-Mode Observer-Based Mechanical Parameter Estimation for Permanent Magnet Synchronous Motor, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 31 (2016), n.8 5732-5745
- [10] Orłowska-Kowalska T., Dybkowski M., Szabat K., Adaptive Sliding-Mode Neuro-Fuzzy Control of Two-Mass Induction Motor Drive Without Mechanical Sensors, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57.2 (2010), 553-564
- [11] Serkies P., Comparison of the control methods of electrical drives with an elastic coupling allowing to limit torsional torque amplitude, *Eksploracja i Niezawodność – Maintenance and Reliability*, vol. 19, n.2 (2017), 203-210
- [12] Drózdź K., Adaptive control of the drive system with elastic coupling using fuzzy Kalman Filter with dynamic adaptation of selected coefficients, *Eksploracja i Niezawodność – Maintenance and Reliability*, vol. 17, n.4 (2015), 561-568
- [13] Brock S., Hybrid P-PI sliding mode position and speed controller for variable inertia drive, *Przegląd Elektrotechniczny*, 90.5 (2014), 29-34
- [14] Gong F., Ren X., Extended State Observer Based Adaptive Integral Sliding mode Control for Two Inertia System, *Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics*, 1 (2015), 483-486
- [15] Bartoszewicz A., Nowacka-Leverson A., Time-varying sliding modes for second and third order systems, *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 382, Springer, 2009.
- [16] Bartoszewicz A., Sterowanie ślizgowe – odporna metoda regulacji obiektów dynamicznych, *Przegląd Elektrotechniczny*, r. 85 nr. 9, str. 24-29, 2009.