

doi:10.15199/48.2017.08.04

# Implementacja sprzętowa potokowego filtra uśredniającego 3D w układzie FPGA

**Streszczenie.** W artykule zaprezentowano implementację sprzętową filtra uśredniającego 3D. Przedstawiona wcześniej synteza pozwoliła otrzymać system potokowy bazujący na rotatorach. Kolejnym etapem była realizacja w układzie FPGA przy wykorzystaniu algorytmu CORDIC, co umożliwiło wykonywanie rotacji w sposób iteracyjny. W celach porównawczych zaimplementowano również system bezpośredni bazujący na splocie. Ostatecznie dokonano pomiaru szeregu parametrów, mających na celu wykazanie wad i zalet opracowanego systemu.

**Abstract.** In this paper, hardware implementation of mean filter 3D based on rotation is presented. To FPGA realization of rotation structure, author used iterative CORDIC algorithm. This allows us to obtain full pipeline system. To compare with rotation system, also direct structure is realized in FPGA. Presented rotation structure is tested against relative error of impulse response, finite precision noise, sensitivity to structure parameters and occupation in FPGA. (**Implementation of pipeline 3D mean filter in FPGA.**)

**Słowa kluczowe:** filtr uśredniający 3D, implementacja, FPGA, system potokowy, rotator

**Keywords:** 3D mean filter, implementation, FPGA, pipeline system, rotator

## Wstęp

Filtry cyfrowe są powszechnie stosowane do przetwarzania sygnałów dyskretnych w wielu dziedzinach nauki i techniki, np. multimedia, analiza materiałów czy badania termograficzne [1, 2, 3]. Ostatnie lata to głównie rozwój systemów cyfrowego przetwarzania sygnałów trójwymiarowych (CPS 3D). Ze względu na bardzo łatwą dostępność układów o dużej mocy obliczeniowej (np. CPU, GPU), powstaje wiele dedykowanych systemów które wykorzystują zasoby standardowego komputera klasy PC, np. CUDA od nVidia [4]. Jednak rozwiązania profesjonalne (np. w medycynie czy militaria) nadal w dużej mierze opierają się na układach FPGA lub CPLD. Układy reprogramowalne z rodziny PLD, zależnie od poziomu zaawansowania, często mają wbudowane dedykowane bloki DSP (Digital Signal Processing), które znacznie ułatwiają i przyspieszają przetwarzanie danych. Jednak bardziej rozszerzone układy (np. z rodziny Altera Stratix lub Xilinx Virtex) są bardzo kosztowne i wymagają dodatkowo płatnych środowisk programistycznych i bibliotek. Alternatywą są prostsze i tańsze w użytkowaniu struktury (np. Altera Cyclone, Max), które mają jednak gorsze możliwości, m.in. przez brak lub mniejszą ilość bloków DSP. Głównie ze względu na ograniczenie kosztów produkcji, bardzo istotne jest projektowanie i implementowanie systemów CPS bazujących na prostych operacjach numerycznych. Artykuł ten przedstawia implementację sprzętową filtra uśredniającego 3D w oparciu o struktury rotatorowe, którego kompletna synteza została przedstawiona i opisana w [5].

System ten opisuje filtr separowalny o transmitancji:

$$(1) \quad H(z_h, z_v, z_d) = H_h(z_h)H_v(z_v)H_d(z_d),$$

gdzie:

$$H_h(z) = H_v(z) = H_d(z) = \frac{1}{3}z^{-2} + \frac{1}{3}z^{-1} + \frac{1}{3}.$$

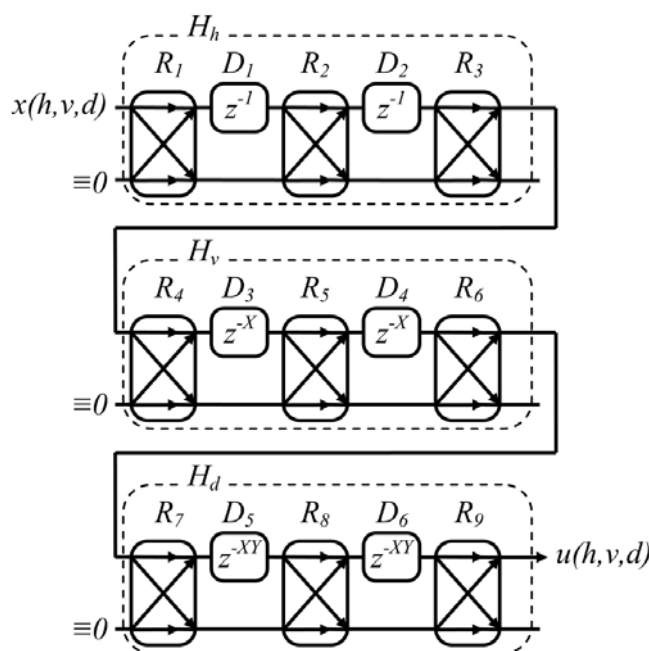
Otrzymana w [5] struktura filtra bazuje na rotatorach, które można przedstawić w następujący sposób:

$$(2) \quad \begin{cases} u(n) = x(n)\cos(\alpha) - y(n)\sin(\alpha) \\ v(n) = x(n)\sin(\alpha) + y(n)\cos(\alpha) \end{cases},$$

gdzie:  $x(n), y(n)$  – wejścia systemu,  $u(n), v(n)$  – wyjścia systemu.

Natomiast cały filtr uśredniający 3D w postaci kaskadowego połączenia rotatorów i bloków opóźniających przedstawiony

jest na rysunku 1, a parametry rotatorów zebrano w tabeli 1 (poprawiono znak i wartości funkcji trygonometrycznych względem publikacji [5]). Wielkość bloków opóźniających zależy od wielkości przetwarzanego obrazu ( $X \times Y \times Z$ ). W kolejnym punkcie przedstawiona została implementacja sprzętowa filtra uśredniającego 3D o wymiarach  $3 \times 3 \times 3$ , bazującego na rotatorach, których odpowiednia implementacja pozwala otrzymać system potokowy.



Rys.1. Struktura filtra uśredniającego 3D zrealizowanego za pomocą rotatorów

Tabela 1. Parametry rotatorów

$R_i$	$\sin(\alpha)$	$\cos(\alpha)$
$R_1$	0,888074	0,459700
$R_2$	0,577349	-0,816497
$R_3$	0,459700	-0,888074
$R_4$	0,888074	0,459700
$R_5$	0,577349	-0,816497
$R_6$	0,459700	-0,888074
$R_7$	0,888074	0,459700
$R_8$	0,577349	-0,816497
$R_9$	0,459700	-0,888074

## Implementacja sprzętowa

Bezpośrednia sprzętowa realizacja tylko jednego rotatora (2) wymaga użycia, aż czterech bloków mnożących i dwóch sumatorów, co może być kłopotliwe przy próbie ograniczenia złożoności systemu i optymalizacji kosztów. W celu uniknięcia konieczności stosowania bloków mnożących, przy implementacji i realizacji sprzętowej rotatorów wykorzystany został algorytm CORDIC [6, 7], który w pierwotnej formie działając na zasadzie kolejnych przybliżeń, pozwala otrzymać wartości funkcji trygonometrycznych. Zmodyfikowana wersja tego algorytmu [8] umożliwi realizację rotatorów w sposób potokowy przy zastosowaniu jedynie sumatorów (bez bloków mnożących). W celach porównawczych zaimplementowano dwie struktury. Pierwsza bezpośrednia, tzn. realizująca filtr uśredniający (1), przez wykonanie klasycznego splotu:

$$(3) \quad u(i, j, k) = \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 x(i+l, j+m, k+n) a(l, m, n),$$

Ponieważ dla filtru uśredniającego 3D (1), współczynniki  $a(l, m, n) = 1/27$  dla  $l, m, n \in (1, 2, 3)$ , równanie (3) można uprościć do postaci:

$$(4) \quad u(i, j, k) = \frac{1}{27} \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 x(i+l, j+m, k+n).$$

Zgodnie z (4) filtr uśredniający może być zrealizowany sprzętowo jako połączenie 27-wejściowego sumatora oraz jednego bloku mnożącego przez wartość  $1/27$ .

Druga metoda implementacji, będzie oparta na strukturze rotatorowej (rysunek 1) z wykorzystaniem algorytmu CORDIC [8], którego pojedyncza iteracja realizowana jest następująco:

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} a_{i+1} = a_i / 2 \\ s_{i+1} = \begin{cases} s_i + a_i & \text{dla } s_i < 0 \\ s_i - a_i & \text{dla } s_i \geq 0 \end{cases} \\ c_{i+1} = \begin{cases} c_i + a_i & \text{dla } c_i < 0 \\ c_i - a_i & \text{dla } c_i \geq 0 \end{cases} \\ p_{i+1} = p_i / 2 \\ r_{i+1} = r_i / 2 \\ u_{i+1} = \begin{cases} u_i - r_i & \text{dla } c_i < 0, s_i < 0 \\ u_i - p_i & \text{dla } c_i < 0, s_i \geq 0 \\ u_i + p_i & \text{dla } c_i \geq 0, s_i < 0 \\ u_i + r_i & \text{dla } c_i \geq 0, s_i \geq 0 \end{cases} \\ v_{i+1} = \begin{cases} v_i - p_i & \text{dla } c_i < 0, s_i < 0 \\ v_i + r_i & \text{dla } c_i < 0, s_i \geq 0 \\ v_i - r_i & \text{dla } c_i \geq 0, s_i < 0 \\ v_i + p_i & \text{dla } c_i \geq 0, s_i \geq 0 \end{cases} \end{array} \right.$$

gdzie:  $a_0 = 1, u_0 = 0, v_0 = 0, s_0 = \sin(\alpha), c_0 = \cos(\alpha),$

$$p_0 = x + y, r_0 = x - y.$$

Dla omawianego systemu założono, iż każdy z rotatorów będzie wykonywany przez dwanaście kolejnych iteracji algorytmu (5), co zapewni optymalną dokładność realizowanych rotacji. Na potrzeby implementacji sprzętowej założono, iż oba systemy mogą operować parametrami zapisanymi maksymalnie na 12 bitach, przy czym próbki wejściowe i wyjściowe mają być dostosowane do systemu 8-bitowego z zakresem 0-255 (standardowa reprezentacja próbek obrazu o 8-bitowej głębi koloru).

Parametry rotatorów (wartości funkcji  $\sin(\alpha)$  i  $\cos(\alpha)$ ) oraz współczynnik dla systemu bezpośredniego zostały zapisane w standardzie U2 z zastosowaniem formatu Q2.10 (dwa bity całkowite i dziesięć bitów ułamkowych).

Do implementacji obu struktur zastosowano platformę testową opartą na układzie Altera Cyclone V SX SoC (5CSXFC6D6F31C8NES) oraz oprogramowanie Quartus II 14.0 Web Edition.

## Pomiar parametrów struktur

W celach porównawczych obu struktur, dokonano pomiaru określonych parametrów, na podstawie których można wyznaczyć wady i zalety systemów rotatorowych. Jako sygnał testowy wygenerowano  $64^3$  próbek szumu o rozkładzie równomiernym i średniej równej 0 (zakres od -128 do 127), ułożonych w blok danych 3D o wymiarach  $64 \times 64 \times 64$ . Dodatkowo, w celu realizacji wybranych pomiarów, zaimplementowano wzorcowe odpowiedniki obu systemów w środowisku Scilab przy zachowaniu pełnej (32-bitowej zmiennoprzecinkowej) precyzji obliczeń. Poniżej przedstawiono metodykę dokonywanych pomiarów oraz wyniki dla poszczególnych układów.

Błąd względny odpowiedzi impulsowej

Zmierzona została odpowiedź impulsowa na pobudzenie sygnałem, którego pierwsza próbka miała wartość 127, a wszystkie kolejne 0. Następnie wyznaczono błąd względny zgodnie ze wzorem:

$$(6) \quad b_w(i, j, k) = \frac{|u_f(i, j, k) - u(i, j, k)|}{|u_f(i, j, k)|},$$

gdzie:  $u_f(i, j, k)$  - odpowiedź impulsowa systemu działającego na pełnej precyzji obliczeń,  $u(i, j, k)$  - odpowiedź impulsowa systemu działającego na skończonej precyzji.

Kolejno ze zbioru  $b_w(i, j, k)$  wyznaczono wartości maksymalną, minimalną i średnią arytmetyczną, a wyniki dla obu badanych struktur przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Parametry błędu odpowiedzi impulsowej badanych systemów

	Wartość maksymalna błędu względnego	Wartość minimalna błędu względnego	Wartość średnia błędu względnego
System rotatorowy oparty na algorytmie CORDIC	0,0630230	0,0626745	0,0629068
System bezpośredni bazujący na (4)	0,0629921	0,0629921	0,0629921

Tabela 3. Parametry szumu badanych systemów

	Wartość maksymalna szumu	Wartość minimalna szumu	Wariancja szumu	Wartość średnia szumu
System rotatorowy oparty na algorytmie CORDIC	0,7072411	-0,7088508	0,0015088	0,0873986
System bezpośredni bazujący na (4)	0,5925926	-0,5925926	0,0016271	0,0842717

Szum systemu

Szum struktury został wyznaczony poprzez porównanie odpowiedzi systemu na pobudzenie sygnałem testowym, a następnie porównanie z odpowiedzią systemu

realizowanego z pełną dokładnością obliczeniową w środowisku Scilab. Z różnicy tych odpowiedzi wyznaczone zostały takie wielkości, jak wartość minimalna i maksymalna, średnia oraz wariancja (tabela 3).

Wrażliwość systemu

Wrażliwość struktury na zmianę współczynników wyznaczono zgodnie z równaniem:

$$(7) \quad S_d = \frac{k_d \Delta u_d}{u_d \Delta k_d},$$

gdzie:  $\Delta u_d$  - wartość o jaką zmieniła się odpowiedź systemu przy zmienionym współczynniku,  $u_d$  - odpowiedź systemu o współczynnikach niezmienionych,  $\Delta k_d$  - wartość o jaką został zmieniony współczynnik,  $k_d$  - wartość współczynnika niezmienionego.

Następnie wyznaczono wrażliwość pesymistyczną

$$S_{\max} = \max \left\{ \sum_{d=1}^K |S_d| \right\},$$

gdzie  $K$  to ilość współczynników oraz

$$\text{wrażliwość statystyczną } S_{st} = \frac{1}{K} \sum_{d=1}^K |S_d|$$

dla obu badanych

systemów. Dla przyjętego początkowo  $\Delta k_d = 2^{-6}$  system rotatorowy wykazał  $S_{\max} = S_{st} = 0$ , natomiast system bezpośredni (4) wykazał  $S_{\max} = S_{st} = 0,9481481$ . Dopiero dla  $\Delta k_d = 2^{-5}$  otrzymaliśmy  $S_{\max} = 224,86623$  i  $S_{st} = 4,4831576$  dla struktury rotatorowej i ponownie  $S_{\max} = S_{st} = 0,9481481$  dla struktury bezpośredniej (4).

Zajętość struktur w układzie FPGA

Ostatni parametr to określenie ilość modułów ALMs (Adaptive Logic Modules) niezbędnych do realizacji każdego z systemów w układzie FPGA. W tym celu zaimplementowano oba systemy w układzie FPGA, ale bez dodatkowych modułów odpowiadających za obsługę m.in. pamięci SDRAM, czy magistrali komunikacyjnej z komputerem. Wyznaczona w ten sposób ilość ALM's odpowiada faktycznej zajętości samego systemu przetwarzania sygnałów. Wyniki odczytano z raportu po kompilacji programu Altera Quartus. Implementacja systemu opartego na rotatorach wymagała zastosowania 3146 ALMs, natomiast system bezpośredni realizowany zgodnie z (4) wymagał 94 ALMs.

## Podsumowanie

W artykule przedstawiono potokową realizację filtra uśredniającego 3D bazując na opracowanej w [5] syntezie systemu ortogonalnego. Podstawowymi elementami składowymi układu są rotatory (2). Taka realizacja filtra, zapewnia poprawę wybranych parametrów systemu oraz otrzymanie w pełni potokowej struktury. Średni błąd względny odpowiedzi impulsowej systemu realizowanego w układzie o skończonej precyzji obliczeń jest minimalnie korzystniejszy dla struktury rotatorowej (w porównaniu do struktury bezpośredniej (4)). Takie, stosunkowo niewielkie błędy odpowiedzi impulsowych, mówią o prawidłowej realizacji założonej transmitancji filtra FIR (1). Szum danego systemu (spowodowany głównie skończoną precyzją obliczeń), ma nieco mniejszy zakres dla struktury bezpośredniej, jednak już wariancja wskazuje na korzyść

systemu rotatorowego. Duże zróżnicowanie wyników wrażliwości spowodowane jest faktem, że w uproszczonej realizacji (4) mamy tylko jeden stosunkowo mały współczynnik, natomiast struktura zgodna z rysunkiem 1 posiada, aż dziewięć podwójnych ( $\sin(\alpha)$  i  $\cos(\alpha)$ ) współczynników. Zdecydowanie niekorzystnie wypada zajętość układu rotatorowego w FPGA, która jest kilkadziesiąt razy większa, ale taki system potokowy nie wymaga bloków mnożących, czy wielowejściowych sumatorów przy implementacji (dzięki zastosowaniu algorytmu CORDIC). Dodatkowo na korzyść struktury bezpośredniej działa tu zastosowane uproszczenie z (3) do (4), co przy innych filtrach FIR 3D (np. Gauss 3D) nie jest możliwe. Jak widać ortogonalne systemy CPS 3D zrealizowane na układach rotatorowych mają swoje zalety (mniejsza wariancja szumu, mniejszy błąd odpowiedzi impulsowej). Aktualna literatura prezentuje przykłady realizacji i praktycznego wykorzystania podobnych struktur również dla systemów 2D [9, 10]. Dalsze badania będą skupiały się na poprawieniu metod syntezy i implementacji oraz sprawdzeniu opracowanych procedur przy realizacji innych filtrów FIR 3D.

**Autor:** mgr inż. Paweł Poczekajło, Politechnika Koszalińska, Wydział Elektroniki i Informatyki, ul. JJ Śniadeckich 2, 75-453 Koszalin, E-mail: [pawel.poczekajlo@tu.koszalin.pl](mailto:pawel.poczekajlo@tu.koszalin.pl)

## LITERATURA

- [1] Krijestorac S., Arabmakki E., Bagby J., Shelley A., Midden D., Digital Signal Processing and Medical Imaging, *Proceedings of The 2011 IAJC-ASEE International Conference*, ISBN 978-1-60643-379-9
- [2] Ohser J., Schladitz K., 3D Images of Materials Structures: Processing and Analysis, WILEY-VCH, 2009, ISBN: 978-3-527-31203-0
- [3] de Souza M.A., Paz A.A.C., Sanches I.J., Nohama P. and Gamba H.R., 3D thermal medical image visualization tool: Integration between MRI and thermographic images, *36th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, Chicago, 2014, 5583-5586. DOI: 10.1109/EMBC.2014.6944892
- [4] On-line, [http://www.nvidia.com/object/cuda\\_home\\_new.html](http://www.nvidia.com/object/cuda_home_new.html), 20.01.2017r.
- [5] Poczekajło P., Potokowa realizacja trójwymiarowego filtra uśredniającego w oparciu o struktury rotatorowe, *Przegląd Elektrotechniczny*, R. 92 NR 9/2016. DOI: 10.15199/48.2016.09.02
- [6] Volder J.E., The CORDIC trigonometric computing technique, *IRE Trans. Electron. Comput.*, vol. EC-8, no. 3, 330-334, Sep. 1959
- [7] Wirski R.T., Wawryn K., Strzeszewski B., State-space approach to implementation of FIR systems using pipeline rotation structures, *International Conference ICSES 2012*. DOI: 10.1109/ICSES.2012.6382223
- [8] Wawryn K., Poczekajło P., Wirski R., FPGA implementation of 3-D separable Gauss filter using pipeline rotation structures, *MIXDES 2015, 22nd International Conference 25-27 June 2015*, 589-594. DOI: 10.1109/MIXDES.2015.7208592
- [9] Suszyński R., Wawryn K., Wirski R.T., 2D image processing for auto-guiding system, *2011 IEEE 54th International Midwest Symposium on Circuits and Systems*. DOI:10.1109/MWSCAS.2011.6026368
- [10] Wirski R., On the realization of 2-D orthogonal state-space systems, *Signal Processing*, vol. 88 (2008), 2747-2753. DOI:10.1016/j.sigpro.2008.05.018