

Wykorzystanie identyfikowanych modeli łuku elektrycznego do CAD urządzeń elektrycznych

Streszczenie. Przedstawiono właściwości uniwersalnego modelu Pentegowa kolumny łuku elektrycznego, a także jego szczególnych przypadków w postaci prostych modeli matematycznych (m.in. Cassiego, Mayra, Zarudiego). Dokonano identyfikacji modelu łuku wykorzystując kryterium minimalnych odchyłeń przebiegów napięcia liczonych metodą najmniejszych kwadratów. Wskazano na dużą przydatność opracowanej metody identyfikacji łuku do CAD urządzeń elektrotechnologicznych.

Abstract. Properties of the universal Pentegov arc model of electric arc plasma column and its particular cases in form of simple electric arc models (i.a. Cassie, Mayr, Zarudi) have been presented. Identification of electric arc model was made by the criterion of minimum variations of voltage arc time series, calculated with the least squares method. Authors pointed out the usefulness of presented method for computer aided design of electrotechnological devices. (Use of the identified electric arc models for computer aided design of electric devices).

Słowa kluczowe: łuk elektryczny, model Pentegowa, stabilność łuku, identyfikacja modelu, CAD.

Keywords: electric arc, Pentegov model, arc stability, model identification, CAD.

Wstęp

Z powodu ograniczonych możliwości dokładnego odwzorowywania procesów w urządzeniach elektrotechnologicznych przez proste modele matematyczne łuku elektrycznego, coraz szerzej stosowane są modele kombinowane (Habedanka, hybrydowe itd.) [1, 2]. Wiąże się to jednak ze zwiększonymi trudnościami eksperymentalnego wyznaczania parametrów modeli i uzyskania odpowiedniej interpretacji fizycznej opisywanych zjawisk. Uzmiennianie parametrów prostych modeli liniowych prowadzi do różnych wariantów modeli nieliniowych typu Schwarza-Avdonina [3, 4]. Także i wtedy powstają wcześniej wspomniane trudności z wyznaczaniem parametrów modeli. Tych wad jest pozbawiony uniwersalny jednowymiarowy model łuku, który został zaproponowany przez Pentegowa i następnie rozwijany wspólnie z Sidorecem [5, 6].

Celem artykułu jest wskazanie na możliwości efektywnego wykorzystania opracowanych metod eksperymentalnego wyznaczania parametrów uproszczonych modeli łuku [7] do CAD (komputerowe wspomaganie projektowania) urządzeń elektrycznych z wyładowaniami łukowymi prądu stałego i prądu przemiennego.

Model matematyczny Pentegowa i jego szczególne przypadki

W modelu Pentegowa zamiast rzeczywistego łuku wprowadza się łuk hipotetyczny, w którym rezystancję kolumny łuku określa się z wykorzystaniem pewnego fikcyjnego prądu opóźniającego się $i_\theta(t)$, zmieniającego się z określoną stałą czasową θ . Związek między kwadratem prądu stanu i_θ i kwadratem prądu rzeczywistego łuku i opisuje różniczkowe równanie liniowe pierwszego rzędu

$$(1) \quad \theta \frac{di_\theta^2}{dt} + i_\theta^2 = i^2$$

Do aproksymacji charakterystyki statycznej napięciowo-prądowej kolumny łuku najczęściej stosuje się funkcje potęgowe. Można więc zaproponować ogólny wzór

$$(2) \quad \frac{U_{col}(I)}{U_0} = \left(\frac{I}{I_0} \right)^n$$

gdzie: U_0, I_0 – współrzędne punktu na charakterystyce statycznej kolumny, n - wykładnik potęgowy aproksymacji.

Model Pentegowa (1) w postaci konduktancyjnej można opisać wzorem [8]

$$(3) \quad \frac{2\theta}{1-g} \frac{1}{\frac{dU_{col}}{di_\theta}} \frac{1}{g} \frac{dg}{dt} + 1 = \frac{i^2}{g^2 U_{col}^2}$$

Szczególne przypadki modelu Pentegowa uzyskuje się przyjmując odpowiednią postać funkcji aproksymującej charakterystykę statyczną (2). Można więc założyć

$$(4) \quad g \frac{dU_{col}}{di_\theta} = \frac{i_\theta}{U_{col}} \frac{dU_{col}}{di_\theta} = n = const.$$

Szczególnym przypadkiem modelu Pentegowa jest model Zarudiego [9]

$$(5) \quad (k+1)\theta \frac{dg}{dt} + g = \frac{i^2}{g^k X_k}$$

gdzie współczynniki aproksymacji wynoszą:

$$(6) \quad k = \frac{1+n}{1-n}$$

$$(7) \quad X_k = I_0^2 \left(\frac{U_0}{I_0} \right)^{k+1}$$

Jeśli $n = -1$ lub $k = 0$ to otrzymuje się model Mayra, w którym $P_M = U_0 I_0$. Jeśli natomiast $n = 0$ lub $k = 1$, to otrzymuje się model Cassiego, w którym $U_C^2 = U_0^2$. Model Bielkina [10] uzyskuje się, jeśli charakterystyka statyczna kolumny łuku $U_{col}(I)$ będzie funkcją potęgową o postaci $U_{col}/U_0 = (i_\theta/I_0)^\mu$, gdzie μ - wykładnik potęgowy aproksymacji. W pracy [10] również opisano metodykę eksperymentalnego wyznaczania parametrów tego modelu.

Tabela 1. Napięcia na kolumnie łuku opisanej wybranymi modelami

Model	Napięcie na kolumnie łukowej	Charakterystyka statyczna	Rezystancja różniczkowa R_d
Mayra $n = -1$	$u_{col} = \frac{P_M}{I_m} \frac{2}{1 + \cos \varphi \cos(2\omega t - \varphi)} \cos \omega t$	$P_M = U_0 I_0 = U_{col} I_0$	$-\frac{P_M}{I^2}$
$n = -\frac{1}{2}$	$u_{col} = U_0 \sqrt{\frac{I_0}{I_m}} \left[\frac{2}{1 + \cos \varphi \cos(2\omega t - \varphi)} \right]^{\frac{3}{4}} \cos \omega t$	$U_{col}(I) = U_0 \sqrt{\frac{I_0}{I}} \operatorname{sgn}(I)$	$-\frac{1}{2} U_0 I_0^{\frac{1}{2}} I^{-\frac{3}{2}}$
$n = -\frac{1}{3}$	$u_{col} = U_0 \sqrt[3]{\frac{I_0}{I_m}} \left[\frac{2}{1 + \cos \varphi \cos(2\omega t - \varphi)} \right]^{\frac{7}{3}} \cos \omega t$	$U_{col}(I) = U_0 \sqrt[3]{\frac{I_0}{I}} \operatorname{sgn}(I)$	$-\frac{1}{3} U_0 I_0^{\frac{1}{3}} I^{-\frac{4}{3}}$
Cassiego $n = 0$	$u_{col} = U_0 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \cos \varphi \cos(2\omega t - \varphi)}} \cos \omega t$	$U_{col} = U_C \operatorname{sgn}(I)$ $U_C = U_0$	0
Pentegowa HP	$u_{col} = \left[\frac{P_{MP}}{I_m} \frac{2}{1 + \cos \varphi \cos(2\omega t - \varphi)} + \frac{\sqrt{2} U_{CP}}{\sqrt{1 + \cos \varphi \cos(2\omega t - \varphi)}} \right] \cos \omega t$	$U_{col}(I) = U_{CP} \operatorname{sgn}(I) + \frac{P_{MP}}{I}$	$-\frac{P_{MP}}{I^2}$
Pentegowa HL	$u_{col} = \left[\frac{P_{MR}}{I_m} \frac{2}{1 + \cos \varphi \cos(2\omega t - \varphi)} + R_p I_m \right] \cos \omega t$	$U_{col}(I) = R_p I + \frac{P_{MR}}{I}$	$R_p - \frac{P_{MR}}{I^2}$

HP* - model Pentegowa z charakterystyką statyczną hiperboliczno-płaską (Ayrtony); HL* - model Pentegowa z charakterystyką statyczną hiperboliczno-liniową

Metodami symulacyjnymi autorzy wykazali, że delinearizacja modelu Pentegowa przez uzmiennianie stałej czasowej prowadzi do dokładniejszego odwzorowywania charakterystyk dynamicznych łuku w zakresie słabych prądów. Jednak może stanowić to duże utrudnienie w eksperymentalnym wyznaczaniu parametrów modelu, co często czyni ten wysiłek nieopłacalnym.

Zakładając, że w obwodzie elektrycznym działa wymuszenie prądowe sinusoidalne $i(t) = I_m \cos \omega t$, to w poszczególnych przypadkach wykładnika potęgowego n otrzymuje się napięcie na kolumnie wyrażone wzorami zamieszczonymi w tabeli 1. Dodatkowo podano w niej wzory określające poszczególne charakterystyki statyczne ($\theta = 0$ s) i odpowiednie rezystancje różniczkowe ($R_d = dU/dI$).

W pracach [11, 12] opisano metody widmową i całkową eksperymentalnego wyznaczania parametrów modeli Mayra, Cassiego, Pentegowa HP i Pentegowa HL w obwodach z wymuszeniem prądowym sinusoidalnym lub prostokątnym. Wykazano ich efektywność pomiarową w warunkach występowania zakłóceń losowych (w obwodzie zasilania i w kolumnie łuku) o ograniczonej intensywności.

Identyfikacja modelu łuku elektrycznego zasilanego ze źródła prądu sinusoidalnego

Bardzo często modele matematyczne łuku traktowane są jako strukturalne modele diagnostyczne. Mogą być one wykorzystywane do detekcji zaburzeń pracy kolumny i elektrod (np. tworzenie się łuku podwójnego, zmiany stanu pracy katody z termoemisyjną na autoemisyjną), źródła zasilania (np. zanik jednej fazy zasilania).

W przypadku krótkich łuków (niskonapięciowych) badania należy rozpoczynać od określenia wartości przebiegów spadków napięcia [13]. Ich znajomość umożliwia określenie spadku napięcia na kolumnie łuku. Można tego dokonać numerycznie na podstawie danych zgromadzonych w pamięci komputera lub fizycznie, metodami bezpośrednimi lub pośrednimi [13]. Jeśli badane są długie łuki (wysokonapięciowe), to wartości przebiegów spadków napięcia są często pomijane. Wtedy napięcie na łuku jest traktowane jako napięcie na kolumnie.

Dysponując przebiegami prądu wymuszającego sinusoidalnego i napięcia na kolumnie łuku można zastosować wzory (metodę całkową) do wyznaczania parametrów czterech modeli matematycznych (tab. 2) [12].

Jeśli poziomy zakłóceń nie są wysokie i nie występują w nich wyraźne harmoniczne, to w przypadkach modeli Mayra i Cassiego można uwzględnić także metody widmowe. W uproszczonych obliczeniach można jednak zadowolić się tylko bardziej uniwersalnymi metodami całkowymi. W wyniku przeprowadzonych obliczeń otrzymuje się wtedy zestawy parametrów czterech modeli matematycznych łuku określonych przez równania różniczkowe (Mayra, Cassiego, Pentegowa HP i Pentegowa HL), z których także wynikają oszacowania charakterystyk statycznych napięciowo-prądowych. Podobną analizę można wykonać w przypadku prądu wymuszającego o fali prostokątnej [11, 12].

W badaniach eksperymentalnych łuku płonącego między elektrodami grafitowymi w komorze o zadanym ciśnieniu argonu zastosowano kanały pomiarowe: prądu, napięcia, odległości między elektrodami i ciśnienia gazu. Tutaj danymi wejściowymi były zsynchronizowane przebiegi czasowe napięcia badanego łuku o różnej długości ($p(250\text{mbar}) - L_a(10\text{mm})$; $p(500\text{mbar}) - L_a(5,4\text{mm})$; $p(1000\text{mbar}) - L_a(5,4\text{ mm})$). Jako kryterium wykorzystano metodę najmniejszych kwadratów w postaci

$$(8) \quad F_{kryt}(p_{ar}) = \frac{1}{n \cdot w} \sum_{l=1}^w \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_k (y_{sk}(t_i) - y_{ek}(t_i))^2}{y_{ek}^2(t_i)}$$

gdzie: w - liczba zsynchronizowanych pakietów danych; α_k - współczynnik wagowy ($\alpha_k = 1$); n - liczba próbek; m - liczba kanałów.

Wykorzystanie zidentyfikowanych modeli łuku elektrycznego do CAD urządzeń elektrotechnologicznych

Wyniki obliczeń parametrów czterech modeli matematycznych zamieszczono w tabeli 2. Badany łuk charakteryzował się wznoszącą charakterystyką statyczną, stąd na etapie obliczeń metoda wyznaczania parametrów modelu Cassiego wykazała trudności m.in. z obliczeniem stałej czasowej (eliminacja modelu). Zgodnie z oczekiwaniami wartość wskaźnika F_{kryt} jest najmniejsza w przypadku modelu Pentegowa o charakterystyce hiperboliczno-liniowej (tab. 3).

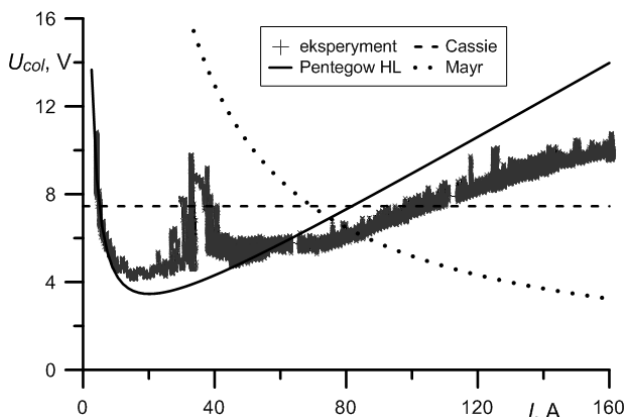
Tabela 2. Wyznaczone parametry modeli kolumny łuku rzeczywistego

p, mbar	Mayr		Cassie		Pentegow (HP)			Pentegow (HL)		
	θ_M , s	P_M , W	θ_C , s	U_C , V	θ_P , s	P_{MP} , W	U_{CP} , V	θ_R , s	P_{MR} , W	R_P , Ω
250	$1,284 \cdot 10^{-3}$	574,346	-	9,938	$9,741 \cdot 10^{-5}$	569,139	14,272	$2,562 \cdot 10^{-5}$	56,543	0,097
500	$2,105 \cdot 10^{-3}$	462,759	-	7,003	$7,138 \cdot 10^{-7}$	55,924	35,170	$3,385 \cdot 10^{-5}$	34,351	0,078
1000	$2,668 \cdot 10^{-3}$	518,550	$1,918 \cdot 10^{-3}$	7,453	$1,019 \cdot 10^{-5}$	524,103	85,655	$4,253 \cdot 10^{-5}$	34,830	0,086

Tabela 3. Wartości wskaźnika kryterium F_{kryt} , $w = 10$; $n = 2000$; $m = 1$; U_{arms} - napięcie skuteczne na łuku

p, mbar	Pomiar		Mayr		Cassie		Pentegow (HP)		Pentegow (HL)	
	U_{arms} , V	I_{rms} , A	U_{arms} , V	F_{kryt}	U_{arms} , V	F_{kryt}	U_{arms} , V	F_{kryt}	U_{arms} , V	F_{kryt}
250	21,585	72,935	21,254	0,112	-	-	50,676	2,140	21,138	0,035
500	18,750	73,986	18,600	0,059	-	-	49,329	3,143	18,756	0,032
1000	19,214	75,080	19,065	0,039	19,326	0,031	122,408	28,885	19,281	0,010

Przypadek charakterystyk łuku płonącego w argonie o ciśnieniu 1000 mbar przedstawiono na rysunku 1. Widać z niego, że zastosowanie prądu sinusoidalnego umożliwia akwizycję danych i na tej podstawie obliczenie parametrów charakterystyki statycznej modelu Pentegowa HL. Stosunkowo dokładnie odwzorowuje ona rzeczywistą charakterystykę statyczną łuku (rys. 1), wyznaczoną z użyciem prądu stałego. Taki wynik pokrywa się z kryterium (3), według którego osiągnięta jest najmniejsza wartość F_{kryt} (tab. 3).

Rys. 1. Charakterystyki statyczne modeli kolumny łuku wyznaczone metodą całkową ($p = 1000$ mbar, $L_a = 10$ mm)

Kształty charakterystyk statycznych i dynamicznych łuku elektrycznego determinują wybór charakterystyk układów zasilania energią elektryczną. Stabilny punkt pracy na charakterystyce statycznej źródła napięcia stałego w obwodzie RL ze zlinearyzowaną charakterystyką łuku określa warunek stabilności lokalnej Kaufmanna [14]

$$(9) \quad R > |R_d|_0 = \left| \frac{dU}{dI} \right|_0$$

gdzie: R_d – rezystancja różniczkowa łuku w punkcie pracy na charakterystyce statycznej (tab. 1), R – rezystancja gałęzi obwodu z łukiem. W rozbudowanym obwodzie szeregowo-równoległym RLC warunek stabilności jest bardziej złożony [14]

$$(10) \quad R > R_d$$

$$(11) \quad \frac{R}{L} + \frac{1}{CR_d} > \frac{1}{\theta_{cp}}$$

$$(12) \quad \theta_{cp} \left(\frac{R}{L} + \frac{1}{CR_d} \right) \left(1 + \frac{R}{R_d} \right) + \frac{1}{\theta_{cp}} \left(RC - \frac{L}{R_d} \right) + \frac{L}{CR_d^2} - \frac{R^2 C}{L} - 2 \frac{R}{R_d} > 0$$

gdzie: θ_{cp} – cieplna stała czasowa zlinearyzowanego modelu łuku w punkcie pracy; C – pojemność kondensatora włączonego równolegle do łuku.

Stąd widać, że znajomość parametrów modeli matematycznych łuku elektrycznego umożliwia racjonalny dobór charakterystyk źródła zasilającego prąd stałego. W strukturze takiego źródła zwykle znajduje się układ automatycznej regulacji, zapewniający odpowiednią stromość charakterystyk napięciowo-prądowych, i dławik indukcyjny L , polepszający stabilność płonienia łuku.

Duża stromość opadania charakterystyki statycznej źródła jest wymagana do zasilania łuku o charakterystykach odpowiadających modelom Mayra, Cassiego i Pentegowa HP. Natomiast łuk o charakterystyce wznoszącej (Pentegowa HL) może być zasilany ze źródła o słabo opadającej charakterystyce lub nawet ze źródła napięciowego.

Stosowane w obwodzie elementy konserwatywne wprowadzają inercję, które można scharakteryzować za pomocą stałych czasowych (dławik szeregowy $\theta_L = L/R$, kondensator równoległy do łuku $\theta_{CK} = C/g_0$, g_0 – konduktancja kolumny w punkcie równowagi). Mają one wpływ na stabilność łuku zasilanego zarówno z prostownika [14], jak i ze źródła prądu zmiennego [15].

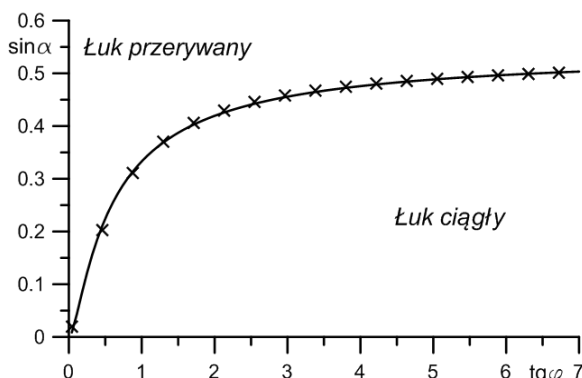
W przypadku prądu zmiennego płynącego w szeregowym obwodzie RL, szczególnie istotne jest pojawienie się łuku przerywanego [8]. Powstające przerwy w przepływie prądu elektrycznego sprzyjają dejonizacji plazmy. Powoduje to podwyższenie napięć powtórnego zapłonu wyładowania i w końcu zgaśnięcie łuku. Odpowiednie rozważania analityczne procesów w takim obwodzie przeprowadził S.I. Telnij, uwzględniając przypadek łuku o charakterystyce statycznej typu Cassiego ($\theta_C \rightarrow 0$ s). Łuk był zasilany z rzeczywistego źródła napięciowego jednofazowego o amplitudzie U_m , rezystancji R i reaktancji indukcyjnej X . Po wprowadzeniu oznaczeń $X/R = \tan \varphi$, $U_C/U_m = \sin \alpha$ można otrzymać ogólny wzór na granicę między płonieniem łuku przerywanego i ciągłego

$$(13) \quad \operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg} \varphi - \frac{1}{\sin \varphi \cos \varphi} \frac{\exp(-\pi \operatorname{ctg} \varphi) - 1}{\exp(-\pi \operatorname{ctg} \varphi) + 1}$$

W zakresie $0 < \tan \varphi < 7,0$ można go aproksymować prostszą i wygodniejszą zależnością analityczną

$$(14) \quad \sin \alpha = \frac{7,043716}{(\operatorname{ctg} \varphi + 3,5976)^2}$$

Odpowiednie wykresy rozdzielające obszary występowania łuku ciągłego i przerywanego pokazano na rysunku 2.



Rys. 2. Punkty graniczne wg (13) i ich aproksymacja $\sin \alpha = f(\operatorname{tg} \varphi)$ linią ciągłą (14)

Częstymi właściwościami urządzeń elektrotechnologicznych są niskie napięcia i nieliniowości charakterystyk napięciowo-prądowych zewnętrznych. W takich warunkach wartości przebiegów spadków napięcia mogą mieć znaczący wpływ na stabilność płonienia łuku.

W przypadku stosowania źródła napięcia stałego, na skutek sumy przebiegów spadków napięcia U_{AK} , ulega zmianie położenie punktu pracy na przecięciu się charakterystyk statycznych łuku i źródła. Jest tak ponieważ

$$(15) \quad U(I) = U_{AK} + U_{col}(I)$$

Jeśli natomiast zastosowano źródło prądu stałego, to zwykle położenie punktu pracy nie ulega zmianie, przez co U_{AK} nie wpływa na stabilność płonienia łuku.

W przypadku zastosowania źródła napięcia zmiennego i modelu Cassiego, wzory (13) i (14) powinny uwzględnić dokładniejszy zapis zmiennej $(U_C + U_{AK})/U_m = \sin \alpha$.

Takie wymuszane działania jak, wydłużenie łuku (wzrost U_C) lub zmniejszenie indukcyjności L dławika szeregowego prowadzą do pogorszenia stabilności płonienia łuku i najczęściej do jego zgaśnięcia.

Spełnienie lub niespełnienie warunków stabilności (z odpowiednim zapasem) płonienia łuku stanowi podstawę doboru parametrów i charakterystyk wielu rodzajów projektowanych urządzeń i aparatów elektrycznych.

Wnioski

1. Model matematyczny Pentegowa łuku elektrycznego stanowi bardzo wygodne narzędzie inżynierskie przydatne do komputerowego symulowania, identyfikacji, diagnostyki i CAD wybranych urządzeń elektrycznych.
2. Zestaw czterech szczególnych przypadków modelu Pentegowa, dla których opracowano metody eksperymentalnego wyznaczania parametrów, może być efektywnie wykorzystywany do identyfikacji łuków urządzeń elektrotechnologicznych.
3. Błędy pomiarowe w wyznaczaniu funkcji tłumienia modeli matematycznych łuku mogą mieć słaby wpływ na CAD urządzeń elektrotechnologicznych, gdyż w praktyce najczęściej stosowane są duże zapasy stabilności układów.

Autorzy: dr hab. inż. Antoni Sawicki prof. PCz., Politechnika Częstochowska, Instytut Telekomunikacji i Kompatybilności Elektromagnetycznej, Al. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa, E-mail: sawicki.a7@gmail.com; mgr inż. Maciej Haltof, Politechnika Częstochowska, E-mail: maciej@haltof.pl.

LITERATURA

- [1] Habedank U., Application of a new arc model for the evaluation of short-circuit breaking tests. *IEEE Transactions on Power Delivery* (1993), vol. 8, October, 1921-1925
- [2] Tseng K.J., Wang Y., Vilathgamuwa D.M., An experimentally verified hybrid Cassie-Mayr electric arc model for power electronics simulations. *IEEE Transactions on Power Electronics* (1997), vol. 12, no. 3, 429-436
- [3] Gimenez W., La Simulación Del Arco Eléctrico. Universidad Nac. del Litoral, Santa Fe (2003)
- [4] Gimenez W., Hevia O., Metodología para la modelización del arco eléctrico a partir de oscilogramas de ensayos. III Seminario Argentino de usuarios del EMTP (1998), 26 y 27 de Noviembre, Buenos Aires, Argentina
- [5] Pentegov I.V., Sidorets V.N., Genis I.A., Modelling the Dynamics of the Welding Arc as Part of an Electric Circuit, *Automatic Welding* (1984), V. 37, Issue 10, 22-27
- [6] Pentegov I.V., Sidorets V.N., Energy Parameters in a Mathematical Model of a Dynamic Welding Arc, *Welding International* (1990), V.4, Issue 4, 272-275
- [7] Sawicki A., Haltof M., Metoda wyznaczania parametrów modelu Pentegowa opisującego łuk elektryczny o charakterystyce statycznej hiperboliczno-liniowej, *Biuletyn Instytutu Spawalnictwa* (2015), nr 3, 71-75
- [8] Пентегов И.В., Сидорет В.Н., Сравнительный анализ моделей динамической сварочной дуги. *Автомат. сварка* (1989), № 2, 33-36
- [9] Заруди М.Е., О влиянии нелинейных свойств плазмы на характер нестационарных процессов в створе каналовой дуги (вопросы теории и расчета). *ЖТФ* (1971), т. XLI, вып. 4, 734-743
- [10] Белкин Г.С., О постоянных величинах в обобщенном уравнении Касси-Майра для динамической вольтамперной характеристики дуги, *Электричество* (2012), №3, 19-22
- [11] Sawicki A., Haltof M., Wyznaczanie parametrów modeli matematycznych łuku elektrycznego w wybranych stanach pracy urządzeń TIG. *Przegląd Elektrotechniczny* (2015), R. 91, nr 12, 212-217
- [12] Савицкий А., Хальтоф М., Проблемы определения параметров математических моделей электрических дуг в цепях с источниками тока. *Электричество* (2016), № 1, 25-34
- [13] Sawicki A., Haltof M., Wybrane metody eksperymentalnego wyznaczania przebiegów spadków napięcia łuków elektrycznych. Cz. 1. Metody bezpośrednie wyznaczania przebiegów spadków napięcia. *Biuletyn Instytutu Spawalnictwa* (2015), nr 6, 61-69. (Selected Methods Used in Experimental Determination of Near-Electrode Voltage Drops of Electric Arcs. Part 1: Direct Methods Used in Determination of Near-Electrode Voltage Drops, 52-62)
- [14] Kruczinin A. M., Sawicki A., Podstawy projektowania układów dynamicznych z łukiem elektrycznym. Seria Monografie, nr 96, WPCz, Częstochowa (2004)
- [15] Электрические промышленные печи, Дуговые печи и установки специального нагрева, Под ред. А.Д. Свенчанского, Изд-во Энергоиздат, Москва (1981)