

## Zastosowanie metody homogenizacji do wyznaczania współczynnika przewodnictwa cieplnego w silnikach elektrycznych

**Streszczenie.** Jednym z głównych problemów podczas analizy cieplnej maszyn elektrycznych jest poprawne zamodelowanie poszczególnych jej elementów. Złożona struktura uzwojenia oraz pakietu blachy elektrotechnicznej powoduje, że wyznaczenie przewodności cieplnych tych elementów jest niezmiernie trudne. W artykule przedstawiono zastosowanie metody homogenizacji do wyznaczania zastępczej przewodności cieplnych uzwojenia wsypywanego oraz pakietu blachy elektrotechnicznej. W celu weryfikacji zaprezentowanej metody wyniki symulacji komputerowych zostały zweryfikowane pomiarowo na obiekcie rzeczywistym silnika.

**Abstract.** One of the main problems in the thermal analysis of the electric machines is a correct modeling of individual components. The complex structure of the winding and core causes that determination of the thermal conductivity of these elements is extremely difficult. The article presents an application of the homogenisation method to determine the thermal conductivity of a winding and core. In order to validate correctness of the calculation results, measurements on the physical model of the machine are carried out. (**Homogenization methods application for determining thermal conductivity coefficient in electrical motors**).

**Słowa kluczowe:** homogenizacja, analiza cieplna, metoda elementów skończonych, silnik synchroniczny z magnesami trwałymi

**Keywords:** homogenization, thermal analysis, finite-element method, permanent magnet synchronous motor

### Wstęp

Z analizą cieplną maszyn elektrycznych związanych jest wiele problemów obliczeniowych. Jednym z nich jest poprawne wyznaczenie przewodności cieplnych materiałów wykorzystywanych w budowie przetworników elektromechanicznych [1, 2, 3, 4]. Trudność ta wynika przede wszystkim ze złożoności struktury poszczególnych elementów maszyny, w szczególności uzwojeń wsypywanych, które z racji technologii wykonywania i montażu, charakteryzują się dużą losowością oraz niejednorodnością w rozmieszczeniu drutów nawojowych. Dodatkowo dokładne uwzględnienie w modelu matematycznym tak złożonej struktury tj. układu składającego się z drutów nawojowych, emalii, impregnatu oraz powietrza jest niezwykle kłopotliwe [1, 5, 6, 7]. W przypadku zastosowania modeli wykorzystujących metodę elementów skończonych, która z założenia wymaga dokładnego odwzorowania geometrii analizowanego obiektu, konieczne jest zastosowanie siatki dyskretyzacyjnej o odpowiednim zagęszczeniu. Skutkuje to wyższym kosztem obliczeniowym potrzebnym do rozwiązania takiego problemu, który często okazuje się nieakceptowalny. Dodatkowo, uwzględnienie w modelu poszczególnych obszarów między drutami wypełnionych impregnatem, jest praktycznie niemożliwe. Podobne problemy, wynikające ze struktury budowy, napotyka się także podczas wyznaczania przewodności cieplnej pakietu blachy elektrotechnicznej. Rozwiązaniem tego problemu jest zastosowanie metody homogenizacji pozwalającej wyznaczyć zastępczy współczynnik przewodnictwa cieplnego dla całego analizowanego elementu maszyny.

W pracy podjęto próbę wyznaczenia, za pomocą metod homogenizacji, współczynników przewodnictwa cieplnego dla uzwojenia wsypywanego oraz pakietu blachy elektrotechnicznej na przykładzie silnika synchronicznego z magnesami trwałymi.

### Homogenizacja uzwojeń

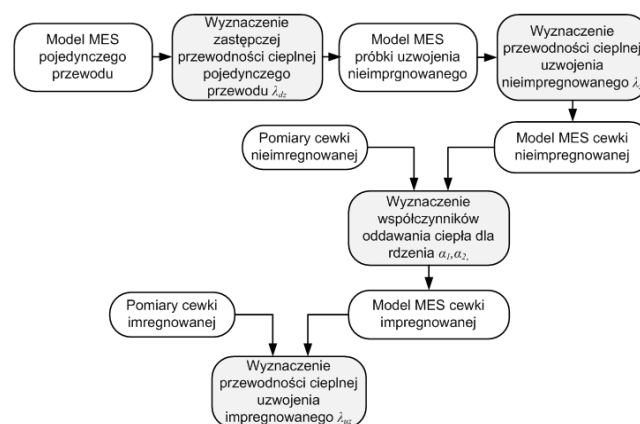
Poprawne zamodelowanie uzwojeń w silniku elektrycznym jest jednym z niewąlgicznych punktów podczas przeprowadzania analizy cieplnej maszyny. W literaturze można znaleźć wiele metod pozwalających na wyznaczenie zastępczej przewodności cieplnej uzwojenia

$\lambda_{uz}$  [1, 7, 8, 9]. Jednak brakuje metod pozwalających na wyznaczenie przewodności cieplnej impregnowanych uzwojeń wsypywanych, które to są najczęściej stosowane w silnikach małej i średniej mocy. Najczęściej spotykanym w takich przypadkach podejściem mającym na celu wyznaczenie  $\lambda_{uz}$ , jest wykorzystanie zależności [9]:

$$(1) \quad \lambda_{uz} = \lambda_{cu}k + \lambda_{imp}(1-k)$$

gdzie:  $\lambda_{cu}$  – przewodność cieplna miedzi,  $\lambda_{imp}$  – przewodność cieplna impregnatu / izolacji,  $k$  – współczynnik wypełnienia żłobka.

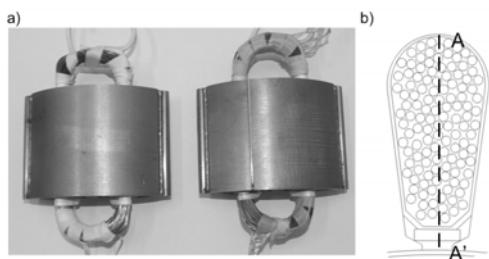
Jednak przyjęte założenie w zależności (1), że  $\lambda_{uz}$  jest proporcjonalne do objętości poszczególnych materiałów, jest niewłaściwe w takiej strukturze. W wyniku takiego założenia przyjmowana jest w obliczeniach zbyt duża wartość zastępcza przewodności cieplnej uzwojenia, które powoduje zaniżenie temperatury w uzwojeniach. Dlatego też w pracy zaproponowano metodę homogenizacji impregnowanych uzwojeń wsypywanych w oparciu o proces estymacji wykorzystujący wyniki pomiarów wycinka uzwojenia (rysunek 1).



Rys.1. Zaproponowana metoda wyznaczania przewodności cieplnej uzwojenia impregnowanego w wycinku stojana

W celu wyznaczenia przewodności cieplnej uzwojenia  $\lambda_{uz}$  dla analizowanego silnika, wykonano modele fizyczne dwóch cewek: impregnowanej oraz nieimpregnowanej

umieszczonych w wycinku stojana (rysunek 2a). W obydwu cewkach wzdłuż wysokości żłobka (linia przerywana na rysunek 2b) umieszczono równomiernie po pięć termopar typu K.



Rys. 2. Skonstruowane cewki na potrzeby doświadczenia (a) oraz wysokość wzdłuż której rozmieszczono termopary w cewce (b)

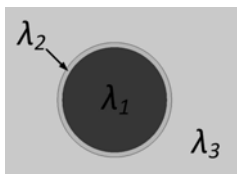
Na podstawie pomiarów wykonanych na cewce nieimpregnowanej, której przewodność cieplną można wyznaczyć na podstawie modelu numerycznego próbki uzwojenia, możliwe jest wyznaczenie współczynnika oddawania ciepła  $\alpha$  dla wycinka rdzenia. Wartość tego współczynnika można przyjąć także dla cewki impregnowanej [1], przy zachowaniu identycznych warunków pomiarowych dla obydwu cewek. Dzięki tym wielkościom w dalszym etapie badań możliwe jest wyznaczenie przewodności cieplnej uzwojenia impregnowanego.

W pierwszej kolejności należy wyznaczyć przewodność cieplną uzwojenia nieimpregnowanego. Proces ten należy rozdzielić na dwa etapy, tj. na homogenizację pojedynczego drutu nawojowego wraz z emalią oraz homogenizację całego uzwojenia. Dzięki takiemu podejściu możliwe jest uwzględnienie zarówno lakieru izolacyjnego jak również struktury ułożenia przewodów nawojowych w żłobku. Przewodność zastępczą przewodu nawojowego  $\lambda_{dz}$  wyznaczono na podstawie zależności [2]:

$$(2) \quad \lambda_{dz} = \left( \frac{d' - \delta_i}{2\delta_i} \right) \lambda_i$$

gdzie:  $d'$  – średnica drutu z izolacją,  $\delta_i$  – grubość warstwy izolacji,  $\lambda_i$  – przewodność cieplna izolacji.

W celu sprawdzenia poprawności powyższego stwierdzenia przeprowadzono jego weryfikację obliczeniową. Zamodelowano pojedynczy drut wraz z warstwą lakieru ( $d=0,75$  mm,  $d'=0,81$  mm) umieszczony w powietrzu (rysunek 3). Na zewnętrznym brzegu obszaru obliczeniowego zdefiniowano warunek brzegowy pierwszego rodzaju.



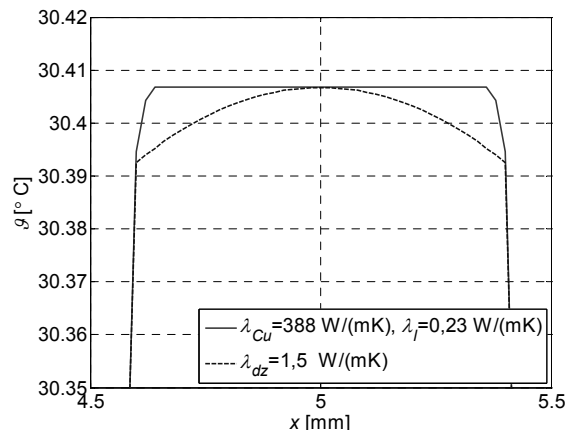
Rys. 3. Model pojedynczego przewodu do obliczenia zastępczej przewodności drutu wraz z emalią

Dla tak zdefiniowanego modelu pojedynczego przewodu przeprowadzono obliczenia dla następujących przypadków:

a) uwzględnienie miedzi i warstwy lakieru ( $\lambda_1=388$  W/(mK),  $\lambda_2=0,23$  W/(mK),  $\lambda_3=0,025$  W/(mK)),

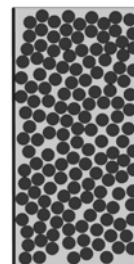
b) zdefiniowanie zastępczej przewodności cieplnej dla drutu wraz z lakierem, wyznaczonej na podstawie zależności (2) ( $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_{dz}=1,5$  W/(mK),  $\lambda_3=0,025$  W/(mK)).

Na rysunku 4 przedstawiono porównanie otrzymanych rozkładów temperatury dla omawianych dwóch przypadków. Można zauważyć, że wyznaczona zastępcza przewodność cieplna  $\lambda_{dz}$  dobrze odzwierciedla rzeczywistą strukturę drutu.



Rys. 4. Rozkład temperatury w przewodzie dla różnych wartości  $\lambda$  (środek przewodu w  $x=5$ mm)

W kolejnym etapie procesu homogenizacji uzwojenia konieczne jest uwzględnienie losowości rozmieszczenia poszczególnych przewodów w zezwojach. Wyznaczenie przewodności cieplnej uzwojenia nieimpregnowanego ( $\lambda_{uz ni}$ ) uwzględniającej specyficzną strukturę rozłożenia przewodów w zezwoju można obliczyć posługując się modelem numerycznym próbki uzwojenia (rysunek 5).



Rys. 5. Model próbki uzwojenia nieimpregnowanego wykorzystany do wyznaczenia  $\lambda_{uz ni}$

Przedstawiony model charakteryzuje się wymiarami zbliżonymi do wymiarów żłobka stojana analizowanej maszyny oraz podobnym współczynnikiem wypełnienia jak uzwojenie rzeczywiste,  $k=51\%$  [1, 4].

Współczynnik  $\lambda_{uz ni}$  można wyznaczyć w oparciu o prawo Fouriera. Zapewniając przepływ strumienia ciepła tylko w jednym kierunku, znając temperatury boków prostopadłych do kierunku przewodzenia strumienia ciepła możliwe jest wyznaczenie, współczynnika  $\lambda_{uz ni x}$ :

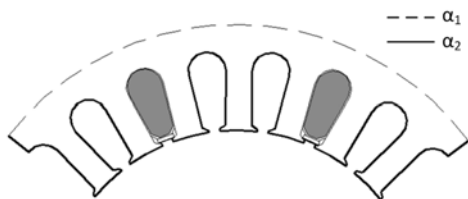
$$(3) \quad \lambda_{uz ni x} = \frac{q_x \cdot l}{\vartheta_1 - \vartheta_2}$$

gdzie:  $q_x$  – gęstość strumienia przewodzonego ciepła,  $l$  – wymiar próbki w kierunku przewodzenia strumienia ciepła,  $\vartheta_1$ ,  $\vartheta_2$  - temperatury boków prostopadłych do kierunku przewodzenia strumienia ciepła

Dla tak zdefiniowanej próbki uzwojenia nieimpregnowanego w wyniku przeprowadzonych obliczeń dla osi OX jak również OY wyznaczono zastępczą przewodność cieplną, która wynosiła  $\lambda_{uz ni} = 0,1$  W/(mK) dla obydwu osi.

Na podstawie przeprowadzonych serii pomiarów oraz symulacji komputerowych, przy znanych wielkościach strat

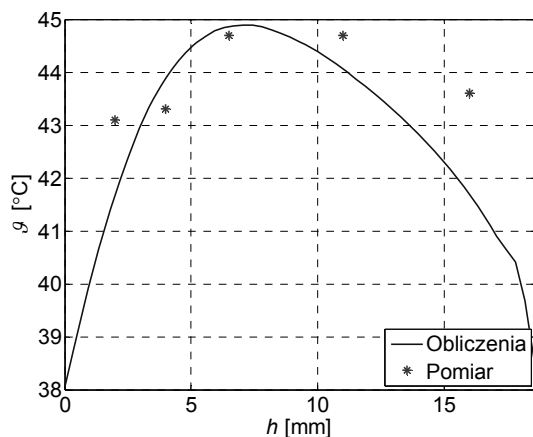
mocy występujących w cewce oraz przewodności cieplnej ( $\lambda_{uz ni}$ ) przeprowadzono proces estymacji współczynnika oddawania ciepła  $\alpha$  dla wycinka rdzenia (rysunek 6). Wyznaczone współczynniki wynoszą odpowiednio:  $\alpha_1=10 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  i  $\alpha_2=6 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ .



Rys. 6. Wyznaczone wartości współczynnika oddawania ciepła

W następnym etapie przystąpiono do wyznaczenia przewodności cieplnej uzwojenia impregnowanego. Wartości wyznaczonych współczynników oddawania ciepła dla cewki nieimpregnowanej można przyjąć także dla cewki impregnowanej z racji zapewnienia identycznych warunków pomiarowych dla obydwu cewek. W procesie estymacji, wykorzystując model numeryczny uzwojenia oraz wyniki pomiarów, wyznaczono wartość współczynnika przewodności cieplnej uzwojenia impregnowanego, który wynosi  $\lambda_{uz i} = 0,18 \text{ W}/(\text{mK})$ .

Na rysunku 7 przedstawiono rozkład temperatury wzdłuż wysokości żłobka uzyskany z modelu numerycznego, który porównano z wynikami pomiarów. Można zauważyć, że uzyskano stosunkowo dużą dokładność obliczeń maksymalnej temperatury w uzwojeniu. Występujące różnice w pozostałych punktach pomiarowych wynikają przede wszystkim z nierównomiernego rozłożenia przewodów nawojowych w żłobku oraz z trudności technicznych z jednoznacznym rozmieszczeniem termopar.



Rys. 7. Rozkład temperatury wzdłuż wysokości żłobka silnika (cewka impregnowana)

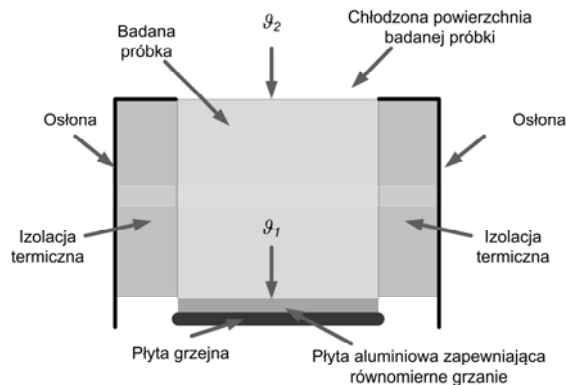
### Homogenizacja pakietu blachy elektrotechnicznej

Specyficzna struktura pakietu blach powoduje, że pod względem przewodnictwa cieplnego należy ją traktować, jako materiał o właściwościach anizotropowych. Wyznaczenie tensora przewodności cieplnej dla takiego materiału możliwe jest dzięki rozwiązaniu jednowymiarowego równania wynikającego z prawa Fouriera [9].

$$(4) \quad Q_x = -\lambda_{bx} A_{yz} \frac{(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{l}$$

gdzie:  $Q_x$  – strumień ciepła przewodzony przez próbkę w kierunku osi OX,  $\lambda_{bx}$  – współczynnik przewodności cieplnej pakietu blachy elektrotechnicznej w kierunku OX,  $\vartheta_1, \vartheta_2$  – temperatura dwóch przeciwległych ścianek próbki pakietu, normalnych do kierunku przewodzenia ciepła,  $l$  – długość boku próbki, wzdłuż którego występuje przewodzenie ciepła,  $A_{yz}$  – powierzchnia normalna do kierunku przewodzenia ciepła.

W celu wyznaczenia przewodności cieplnej pakietu blach elektrotechnicznych zestawiono stanowisko pomiarowe, którego schemat ideowy został przedstawiony na rysunku 8.



Rys. 8. Schemat ideowy stanowiska do wyznaczenia współczynnika przewodnictwa cieplnego pakietu blachy elektrotechnicznej

Na podstawie otrzymanych wyników pomiarowych oraz przekształcając równanie (4), wyznaczono przewodność cieplną pakietu dla wszystkich trzech osi (tabela 1). Dwie pierwsze wartości  $\lambda_x$  oraz  $\lambda_y$  reprezentują przewodność cieplną pakietu blach, w przypadku gdy poszczególne blachy są ułożone równoległe do kierunku przewodzenia strumienia ciepła.

Tabela 1. Wyznaczone wartości przewodności cieplnej pakietu blachy elektrotechnicznej

	$\lambda_x$ [W/(mK)]	$\lambda_y$ [W/(mK)]	$\lambda_z$ [W/(mK)]
Wartość	20	20	9,8

### Obliczenia cieplne silnika synchronicznego z magnesami trwałymi

W celu weryfikacji poprawności wyznaczonych współczynników przewodności cieplnych w badanym silniku synchronicznym z magnesami trwałymi przeprowadzono jego analizę cieplną w stanie ustalonym. Więcej szczegółów dotyczących samego silnika oraz metod wyznaczania strat mocy oraz współczynnika oddawania ciepła z obudowy można znaleźć w pozycjach [2, 10]. Podczas budowy modelu polowego analizowanego silnika zastosowano warunki symetrii, ograniczając w ten sposób obszar obliczeniowy do 1/8 powierzchni przekroju poprzecznego całej maszyny. W zbudowanym modelu przyjęto następujące założenia upraszczające: maszyna jest symetryczna, pominięto straty mechaniczne, współczynnik oddawania ciepła został uśredniony względem całej powierzchni obudowy maszyny. Dodatkowo w modelu przyjęta wartość współczynnika oddawania ciepła została skorygowana o współczynnik odpowiadający powierzchni oddawania ciepła oraz opór cieplny obudowy, co pozwoliło na pominięcie obudowy silnika.

Jako miarę błędów otrzymanych z obliczeń wartości temperatury w stanie ustalonym przyjęto błąd  $\delta I$ :

$$(5) \quad \delta_1 = \left| \frac{\vartheta_{ob}}{\vartheta_p} - 1 \right| \cdot 100\%$$

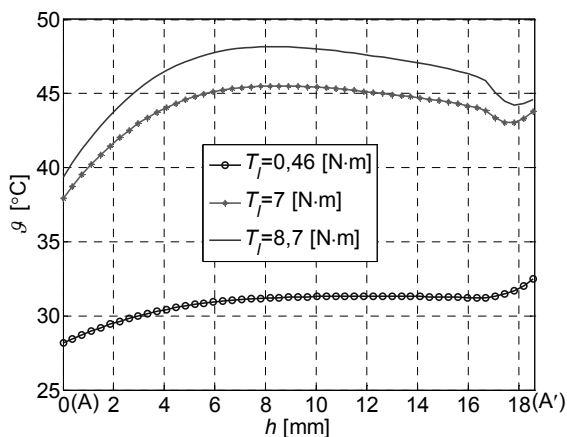
gdzie:  $\vartheta_{ob}$  – temperatura otrzymana z obliczeń,  
 $\vartheta_p$  – temperatura otrzymana z pomiarów.

W tabeli 2 zestawiono porównanie wyników symulacji komputerowych, przeprowadzonych w oparciu o opracowany model połowy z wynikami pomiarów przeprowadzonych na obiekcie rzeczywistym badanej maszyny. Na podstawie otrzymanych wyników można stwierdzić, że wykazują one dużą zgodność z pomiarami. Występujące błędy  $\delta_1$  pomiędzy obliczeniami a pomiarami nie przekraczają 2,4%.

Tabela 2. Zestawienie wartości temperatury w stanie ustalonym dla  $T_f=8,7$  N·m,  $n=2200$  obr/min

	Uzwojenie w żłobku	Wirnik	Obudowa
Symulacja $\vartheta_{s, MES}$ [°C]	46,4	46,5	38,7
Pomiar $\vartheta_p$ [°C]	45,6	47,1	37,8
$\delta_1$ [%]	1,8	1,3	2,4

Zaletą modelu połowego jest możliwość wyznaczenia rozkładu pola temperatury w całym przekroju poprzecznym analizowanego silnika PMSM. Najważniejszą informacją z punktu widzenia obciążalności jak i czasu życia maszyny, jest dokładna znajomość maksymalnej wartości temperatury w uzwojeniu. W przypadku uzwojeń wsypywanych, pomimo tego że są one impregnowane, różnica temperatury pomiędzy środkiem a skrajem uzwojenia może dochodzić do kilku stopni Celsjusza. Na podstawie przeprowadzonych obliczeń wyznaczono rozkład temperatury w żłobku wzdłuż jego wysokości (rysunku 2b), dla trzech różnych wartości momentu obciążenia (rysunek 9).



Rys. 9. Rozkład temperatury w żłobku wzdłuż pionowej linii A-A' (rys.2b) dla prędkości znamionowej  $n=2200$  obr/min

Na rysunku 9 można zaobserwować, że maksymalna wartość temperatury występuje w środku uzwojenia (ok.  $h=9$ mm). W przypadku warunków znamionowych

różnica temperatury pomiędzy środkiem żłobka a jego skrajem (ok.  $h=16$ mm), a więc w punkcie w którym dokonywano pomiarów, wynosi  $2^{\circ}\text{C}$ .

### Podsumowanie

W pracy zaprezentowano metodę homogenizacji do wyznaczenia współczynnika przewodnictwa cieplnego pakietu blachy elektrotechnicznej oraz uzwojenia silnika elektrycznego. Zaprezentowana metoda pozwala na znaczne ograniczenie kosztu obliczeniowego koniecznego do wyznaczenia poprawnego rozkładu temperatury w newralgicznych częściach maszyny. Dzięki zaproponowanemu podejściu możliwe jest, w przypadku modelowania uzwojeń, dokładne wyznaczenie ich maksymalnej temperatury, co ma decydujący wpływ na obciążalność i żywotność maszyn elektrycznych. Przedstawiony sposób postępowania pozwala na wyznaczenie przewodności cieplnej dla całej gamy uzwojeń. Natomiast zaprezentowane wyniki badań są poprawne dla uzwojeń charakteryzujących się podobnym współczynnikiem wypełnienia.

**Autorzy:** dr inż. Piotr Mynarek, dr inż. Marcin Kowol, prof. dr hab. inż. Marian Łukaniszyn, Politechnika Opolska Instytut Układów Elektromechanicznych i Elektroniki Przemysłowej, ul. Prószkowska 76 (budynek 1), 45-758 Opole, e-mail: p.mynarek@po.opole.pl, m.kowol@po.opole.pl, m.lukaniszyn@po.opole.pl

### LITERATURA

- [1] Idoughi L., Minger X., Bouillault F., Bernard L., Hoang E.: Thermal Model with Winding Homogenization and FIT Discretization for Stator Slot. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 47, no. 12, December 2011, pp. 4822-4826.
- [2] Mynarek P.: Analiza stanów cieplnych w silnikach małej mocy, Praca doktorska, Politechnika Opolska, Opole, 2015.
- [3] Simpson, N.; Wrobel, R.; Mellor, P.H.: Estimation of Equivalent Thermal Parameters of Impregnated Electrical Windings, IEEE Transactions on Industry Applications, vol.49, no.6, pp.2505-2515, Nov.-Dec. 2013.
- [4] Wrobel R., Mellor P. H.: Thermal Design of High-Energy-Density Wound Components. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 58, No. 9, September 2011, pp. 4096-4104.
- [5] Boglietti A., Cavagnino A., Staton D., Shanel M., Mueller M., Mejuto C.: Evolution and Modern Approaches for Thermal Analysis of Electrical Machines, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 56, no. 3, March 2009, pp.871-882.
- [6] Wrobel R., Mellor P. H., Holliday D.: Thermal Modeling of a Segmented Stator Winding Design, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 47, No. 5 pp. 2023-2030.
- [7] Wrobel R., Mellor P. H., McNeill N., Staton D.A.: Thermal Performance of an Open-Slot Modular-Wound Machine with External Rotor. IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 25, No. 2, 2010, pp. 403-411.
- [8] Lefik M.: Obliczenia cieplne silników indukcyjnych małej mocy metodami połowymi, Rozprawa doktorska, Łódź, 2011.
- [9] Nategh S., Wallmark, O., Leksell M., Zhao S.: Thermal Analysis of a PMaSRM Using Partial FEA and Lumped Parameter Modeling, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 27, No. 2, June 2012, pp. 477-488.
- [10] Mynarek P., Kowol M., Łukaniszyn M.: Sensitivity of a thermal model of the PMSM to uncertainty in estimation of a heat transfer coefficient, XII Konferencja – Wybrane Zagadnienia Elektrotechniki i Elektroniki w Kielcach, Kielce, 17-19 wrzesień 2015 (IEEE Xplore).