

doi:10.15199/48.2017.01.10

## Modelowanie strat w jednofazowym przełączalnym silniku reluktancyjnym

**Streszczenie.** W pracy omówiono straty mocy w silniku reluktancyjnym. Szczególnie przedstawiono straty w żelazie. Straty te są zależne od kąta obrotu wirnika względem stojana. Powodują one zależność rezystancji zastępczej silnika od kąta obrotu. Zależność rezystancji i indukcyjności silnika wyznaczono eksperymentalnie zasilając uzwojenia napięciem przemiennym 50Hz. Przyjęto model strat w żelazie jako straty w dodatkowym uzwojeniu. Przeprowadzono analizę relacji między indukcyjnością i rezystancją zastępczą silnika, zmierzoną i określoną dla przyjętego modelu.

**Abstract.** Power losses in switched reluctance motor were discussed in the paper. Especially iron losses were analyzed. The losses are depend on the rotation angle of the rotor in relation to stator. Its cause that the equivalent resistance of the motor depends in the rotation angle. The dependence of the resistance and inductance of the motor was carried out experimentally. The winding was powered alternating voltage 50Hz. Iron losses were modeled as losses in resistance, which was connected in additional single turn windings. Analysis of the relationship between the equivalent inductance and resistance of the engine was carried out. (**Losses modeling in single phase switched reluctance motor**).

**Słowa kluczowe:** straty, przełączalny silnik reluktancyjny, identyfikacja.

**Keywords:** losses, switched reluctance motor, identification.

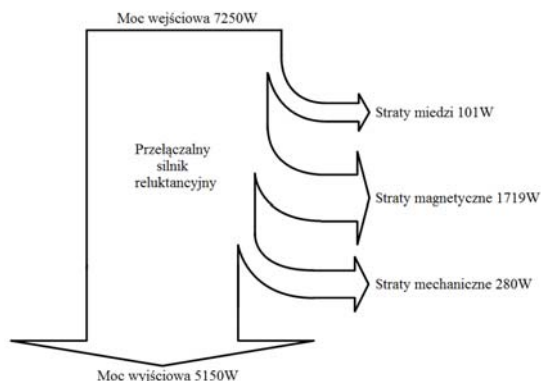
### Wstęp

Przełączalne silniki reluktancyjne charakteryzuje wewnętrzna prostota, wytrzymała konstrukcja, szeroki zakres prędkości, odporność na uszkodzenia oraz mała bezwładność wirnika. Przyczynia się to do wykorzystywania silników reluktancyjnych w wielu aplikacjach. Silniki te nagrzewają się w mniejszym stopniu niż indukcyjne i mogą być stosowane z powodzeniem w trudnych warunkach eksploatacyjnych, takich jak przemysł lotniczy czy samochodowy.

Silniki elektryczne wykorzystują 70% energii elektrycznej zużywanej przez przemysł. W całej gospodarce zużywają one prawie połowę energii elektrycznej wytworzonej przez elektrownie. Koszt zakupu silnika elektrycznego stanowi niewielką część wartości energii elektrycznej zużywanej przez ten silnik w cyklu życia. W pierwszych kilkuset godzinach pracy, silnik zużywa energię elektryczną o wartości równoważnej jego cenie zakupu. Wynika z tego, że energia elektryczna zużyta przez silnik w ciągu roku kosztować może kilka lub nawet kilkanaście razy więcej niż silnik [1].

Czynnikiem decydującym o zużyciu energii przez silnik są m.in. straty, które rzutują na wysokość rachunków płaconych przez użytkowników.

Straty energii w przełączalnych silnikach reluktancyjnych można podzielić na straty w układzie sterowania i straty w silniku. Na rysunku 1 przedstawiono wykres Sankeya dla przełączalnego silnika reluktancyjnego 6/4 o mocy 30 kW i prędkości obrotowej 45000 [2].



Rys.1. Straty w przełączalnym silniku reluktancyjnym

Straty związane z układem sterowania zależą od elementów elektronicznych użytych do sterowania silnikiem oraz od metody sterowania opartej na odpowiedniej sekwencji załączania uzwojeń silnika. Straty w silniku dzielą się na straty miedzi, straty magnetyczne oraz straty mechaniczne. W [3] wprowadzono również straty dodatkowe. Obejmują one straty związane ze zjawiskiem naskórkowości oraz wysoką częstotliwością [4, 5]. Mają one małe znaczenie podczas pracy silnika elektrycznego, a ich oszacowanie jest trudne na podstawie bezpośrednich pomiarów lub obliczeń.

Straty mechaniczne związane są z siłami tarcia łożysk i oporu powietrza. Zależą one od prędkości wirnika, szczeliny powietrznej i długości silnika. Straty pochodzące od siły tarcia proporcjonalne są do prędkości obrotowej. Straty wynikające z oporu powietrza są trudne do obliczeń analitycznych ze względu na skomplikowane warstwowe warunki przepływu powietrza [2]. W przybliżeniu można przyjąć, że moc strat oporu powietrza jest proporcjonalna do sześciastu prędkości obrotowej, przy założeniu stałej liczby Reynoldsa dla różnych prędkości obrotowych [6].

Straty w miedzi opisuje moc tracona przy przepływie prądu przez uzwojenie silnika. Zależą one również od temperatury silnika.

Straty magnetyczne rdzenia składają się ze strat prądów wirowych i strat wynikających z histerezy. Straty magnetyczne w silniku spowodowane są zmianami w czasie strumienia magnetycznego w żelazie. Dla silników wysokoobrotowych, straty prądów wirowych są decydujące. Straty te są proporcjonalne do kwadratu zmiany częstotliwości. Straty histerezy są powodowane namagnesowywaniem się materiału ferromagnetycznego. Zależą one od prędkości obrotowej wirnika oraz gęstości strumienia magnetycznego [7]. Na straty magnetyczne mają wpływ różne czynniki. Gęstość strumienia magnetycznego jest istotnym parametrem. Straty magnetyczne rdzenia mogą być zmniejszone przez zastosowanie blach do budowy rdzenia. W standardowych silnikach stosuje się najczęściej blachy o grubości 0.025 cala, 0.0185 cala oraz 0.014 cala. Użycie cieńszych blach, umożliwia zmniejszenie strat w rdzeniu magnetycznym do 25%, w zależności od procesu technologicznego produkcji blach oraz sposobu montażu rdzenia magnetycznego. Stosowane są blachy wykonane ze stali krzemowych lub ulepszonych gatunków stali walcowanej na zimno. Blachy te mają niższą przenikalność magnetyczną niż stale uniwersalne [5].

Metodę obliczania strat magnetycznych w rdzeniu zaproponował Steinmetz już w 1891 roku [8]. Straty te przypadające na  $1 \text{ cm}^3$  materiału określa wzór w postaci [9]:

$$(1) \quad P_F = \varepsilon \cdot f^2 B_m^2$$

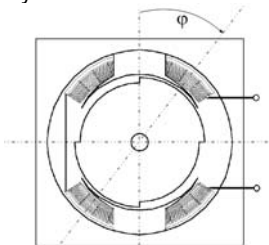
gdzie:  $\varepsilon$  – współczynnik prądów wirowych,  $B_m$  – wartość szczytowa indukcji magnetycznej,  $f$  – częstotliwość.

Straty te są proporcjonalne do wartości szczytowej indukcji i częstotliwości. W [6-8, 10] można znaleźć zależności pozwalające wyznaczyć straty w rdzeniu. Są one modyfikacją równań Steinmetza. Metody te pozwalają na obliczenie strat mocy w silniku, jako stałych zależnych od indukcji magnetycznej i nie uwzględniają zależności w funkcji kąta obrotu wirnika.

Powyższe zależności opisują uśrednione wielkości, które nie odzwierciedlają właściwie przebiegu zjawisk w rdzeniu magnetycznym. Na podstawie tych zależności i analizie zjawisk zaproponowano model zawierający obwód zastępczy strat w żelazie silnika reluktancyjnego dla wartości chwilowych. W celu identyfikacji tych strat wykorzystano jednofazowy silnik reluktancyjny. Sporządzono prosty model tego silnika i przeprowadzono identyfikację jego parametrów.

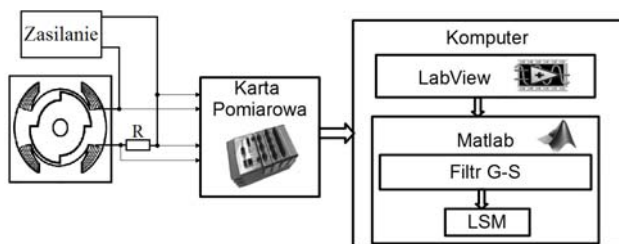
### Identyfikacja parametrów elektrycznych jednofazowego silnika reluktancyjnego

W celu określenia parametrów elektrycznych modelu przełączalnego silnika reluktancyjnego w zależności od kąta obrotu przeprowadzono pomiary w stanie statycznym ( $\omega=0$ ). Badania przeprowadzono wykorzystując karty pomiarowe National Instruments oraz programy LabView i Matlab – Simulink. Mierzono prąd i napięcie uzwojenia silnika w funkcji kąta obrotu. Do identyfikacji parametrów zbudowano stanowisko badawcze zawierające silnik reluktancyjny o jednej parze biegunów stojana i wirnika przedstawiony na rysunku 2.



Rys.2. Schemat poglądowy analizowanego silnika

Dla sprawdzenia, jak zmienia się indukcyjność i rezystancja stojana w zależności od kąta obrotu wirnika jednofazowego silnika reluktancyjnego przeprowadzono identyfikację tych parametrów w funkcji kąta obrotu wirnika zasilając uzwojenia napięciem przemiennym 50Hz. Schemat blokowy układu wyznaczenia parametrów silnika przedstawiono na rysunku 3.



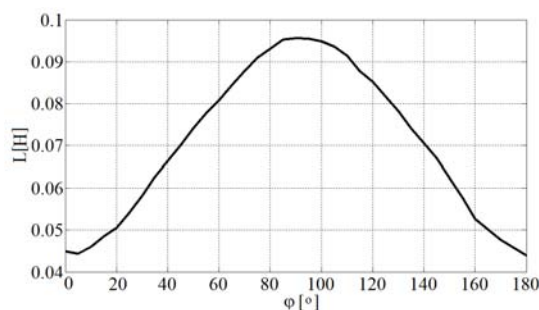
Rys.3. Schemat postępowania w celu wyznaczenia parametrów silnika reluktancyjnego

Wartości napięcia, prądu i kąta obrotu przełączalnego silnika reluktancyjnego odczytywano jednocześnie za pomocą kart pomiarowych NI 9225 i NI 6216 firmy National Instruments. Karty obsługiwane były przez aplikację programu LabView. Wyniki pomiarów zapisywano w pliku tekstowym. Następnie, pliki z danymi wczytywano do programu Matlab i przetwarzano za pomocą filtra Golaya - Savitzky'ego w celu wyznaczenia pochodnych prądu i wyeliminowania zakłóceń [11].

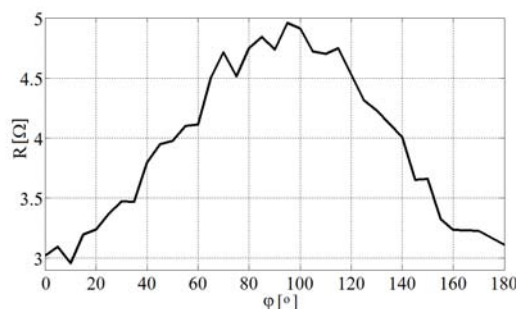
Wykorzystując metodą najmniejszych kwadratów obliczono parametry schematu zastępczego silnika reluktancyjnego. Do wyznaczenia parametrów wykorzystano równanie w postaci:

$$(2) \quad L \frac{di}{dt} + Ri = U$$

Mierząc, co 5 stopni prąd i napięcie na uzwojeniu silnika oraz określając pochodną prądu po czasie, wyznaczono charakterystykę indukcyjności w funkcji kąta obrotu – rysunek 4 oraz charakterystykę rezystancji w funkcji kąta obrotu – rysunek 5 dla wirnika wykonanego z blach. Ze względu na symetrię silnika badania układu zrealizowano dla kąta obrotu w zakresie 180 stopni.

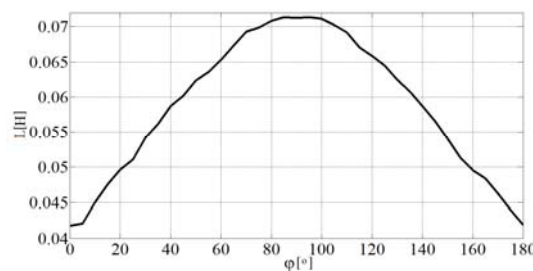


Rys.4. Zależność indukcyjności w funkcji kąta obrotu dla prądu stojana o amplitudzie 2A

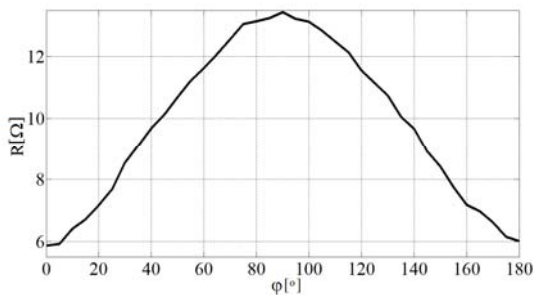


Rys.5. Zależność rezystancji w funkcji kąta obrotu dla prądu stojana o amplitudzie 2A

Następnie pomiary powtórzono dla silnika z wirnikiem z litej stali. Wyznaczono charakterystykę indukcyjności w funkcji kąta obrotu – rysunek 6 oraz charakterystykę rezystancji w funkcji kąta obrotu – rysunek 7.

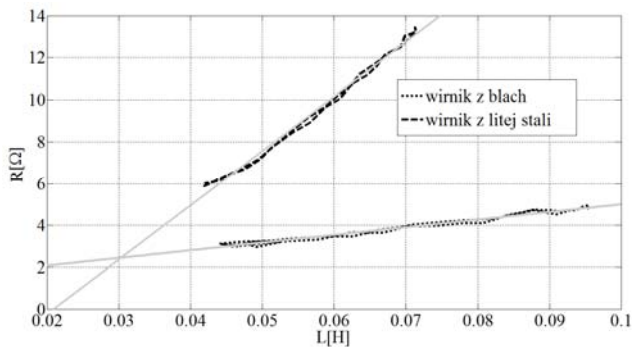


Rys.6. Zależność indukcyjności w funkcji kąta obrotu dla prądu stojana o amplitudzie 2A dla wirnika wykonanego z litej stali



Rys.7. Zależność rezystancji w funkcji kąta obrotu dla prądu stojana o amplitudzie 2A dla wirnika wykonanego z litej stali

Zmiana indukcyjności względem kąta obrotu wynika ze zmieniającej się reluktancji. Dominujący wpływ na reluktancję ma szerokość kątowa szczeliny magnetycznej między stojanem i wirnikiem. Im większy jest kąt szczeliny między biegunem stojana i zębem wirnika tym większa jest indukcyjność. Wpływ na indukcyjność ma także materiał i wykonanie silnika. Amplituda indukcyjności silnika jest około dwukrotnie większa dla silnika z wykorzystaniem wirnika z blach od silnika z użyciem wirnika z litej stali – rysunek 4 i rysunek 6. Na podstawie rysunku 5 i rysunku 7 można stwierdzić, że rezystancja stojana zmienia swoją wartość wraz z kątem obrotu, podobnie jak indukcyjność. Związane jest to z kątem „pokrycia”, biegunów stojana i wirnika. Przyjmowanie, że rezystancja jest stała stanowi zbyt uproszczenie. Rezystancja uzwojenia silnika dla prądu stałego wynosi 2,4 Ω. Natomiast przy zasilaniu napięciem przemiennym 50 Hz na zaciskach uzwojenia widziana jest wartość około dwukrotnie większa dla wirnika wykonanego z blach. Dla silnika z wirnikiem z litej stali rezystancja ta jest ponad pięciokrotnie większa. Tak duża zmiana rezystancji może być spowodowana przez wzrost prądów wirowych płynących w wirniku. Na rysunku 8 przedstawiono zależność rezystancji w funkcji indukcyjności dla prądu o amplitudzie 2A dla silnika z wirnikiem z blach i wirnikiem z litej stali.



Rys.5. Zależność rezystancji w funkcji indukcyjności

Linia kreskową dla silnika z wykorzystanym wirnikiem z litej stali, natomiast linią kropkową z wykorzystanym wirnikiem z blach. Linie ciągłe aproksymują liniową zależność rezystancji w funkcji indukcyjności. Jak wynika z wykresu na rysunku 8 wartość rezystancji jest dobrze aproksymowana funkcją liniową indukcyjności. Dla silnika z wirnikiem z blach rezystancję zastępczą aproksymowano funkcją:

$$(3) \quad R_b = 16.702L + 1.3377$$

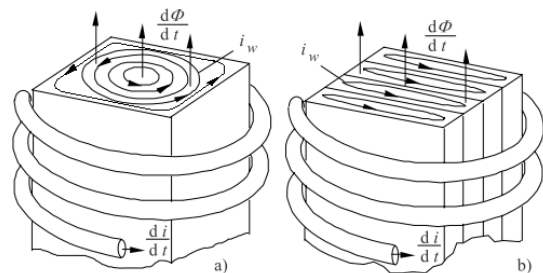
Dla silnika z wirnikiem z litej stali wyrażeniem:

$$(4) \quad R_s = 259.62L - 5.4128$$

Korelacja pomiędzy funkcją rezystancji i funkcją aproksymowaną wynosi 0.9896 i 0.9964 odpowiednio dla silnika z wirnikiem z blach i z wirnikiem litej stali. Oznacza to, że zastępcza rezystancja silnika reluktancyjnego będzie zależeć od zmieniających się prądów płynących w rdzeniu magnetycznym silnika w sposób podobny jak indukcyjności. Odchylenia od wykresu rezystancji od charakterystyki liniowej mogą wynikać ze zmian domen magnetycznych w trakcie zmian pola magnetycznego. Dla silnika z wirnikiem z blach maleje współczynnik nachylenia a rośnie wartość stała aproksymującej funkcji liniowej indukcyjności. W łatwy sposób można wyznaczyć punkt przecięcia się tych prostych, który wynosi (0.0303 H, 2.45 Ω). Punkt ten określa z dużą dokładnością wartość rezystancji uzwojenia, która wynosi 2.4 Ω. Natomiast wartość indukcyjności precyzuje indukcyjność bez wirnika.

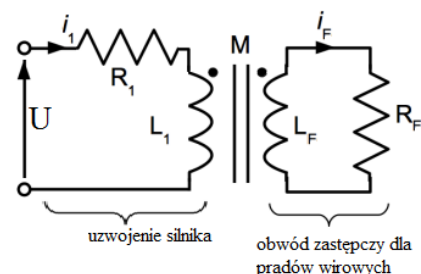
### Modelowanie strat

Stalowy rdzeń magnetyczny silnika reluktancyjnego cechuje przewodzenie prądu w przekroju prostopadłym do wektora indukcji. Dlatego wraz ze zmianą czasową strumienia magnetycznego powstają w rdzeniu prądy wirowe. Rdzeń magnetyczny silnika elektrycznego zbudowany z litego żelaza zachowuje się jak zwarte uzwojenie i generuje duże prądy wirowe jak na rysunku 9a. Gdy indukcja jest stała w całym przekroju prądy te płyną przy powierzchni bocznej rdzenia. Podzielenie litego rdzenia na izolowane blachy - rysunek 9b, powoduje zwiększenie drogi przepływu prądów, czyli zwiększenie rezystancji. W efekcie następuje zmniejszenie prądów oraz strat w rdzeniu.



Rys.9. Prądy wirowe a) rdzeń z litej stali, b) rdzeń z arkuszy stali [7]

Dla równomiernego rozkładu strumienia po powierzchni rdzenia prądy wirowe występujące w rdzeniu złożonym z izolowanych blach będą występować tylko na krawędziach blach pakietu. W wyniku wzrasta rezystancja i następuje redukcja wpływu prądów na brzegach blach rdzenia. W [12] można spotkać obwód zastępczy uwzględniający straty prądów wirowych – rysunek 10.



Rys.10. Model analityczny strat prądów wirowych [10]

Model przedstawiony na rysunku przedstawia uzwojenie silnika reluktancyjnego o rezystancji  $R_1$  i indukcyjności  $L_1$  o  $n$  liczbie zwojów po stronie pierwotnej, a po stronie wtórnej występuje uzwojenie reprezentujące straty w żelazie, posiadający rezystancję  $R_F$  i indukcyjność  $L_F$ . W dalszych

rozważaniach przyjęto, że indukcyjność  $L_l$  można przedstawić w postaci:

$$(5) \quad L_l = L_r + n^2 \Gamma(\varphi)$$

gdzie:  $L_r$  – oznacza indukcyjność rozproszenia,  $\Gamma(\varphi)$  – przewodność magnetyczna (odwrotność reluktancji) zależną od kąta obrotu wirnika,  $n$  – liczbę zwojów uzwojenia.

Przyjęto, że uzwojenie reprezentujące prądy wirów jest pojedynczym zwojem, czyli jego indukcyjność wynosi  $\Gamma(\varphi)$ . Uzwojenie strat w żelazie jest sprzężone magnetycznie tylko z indukcyjnością  $n^2 \Gamma(\varphi)$  uzwojenia silnika. Oznacza to że indukcyjność wzajemne uzwojenia strat w żelazie i indukcyjności silnika jest równa  $n \Gamma(\varphi)$ . Uzwojenie strat w żelazie obciążone jest rezystancją  $R_F$  zależną od budowy rdzenia i własności materiału z którego jest on wykonany. Równania opisujące model przedstawiony na rysunku 10 są w postaci:

$$(6) \quad \begin{bmatrix} L_r + n^2 \Gamma(\varphi) & n \Gamma(\varphi) \\ n \Gamma(\varphi) & \Gamma(\varphi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ 0 \end{bmatrix}$$

gdzie:  $U$  – napięcie zasilające uzwojenia silnika.

Korzystając z transformaty Laplace'a wyznaczono macierz odwrotną lewej strony równania (6):

$$(7) \quad [s\mathbf{L} + \mathbf{R}]^{-1} = \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} s\Gamma(\varphi) + R_F & -sn\Gamma(\varphi) \\ -sn\Gamma(\varphi) & s(L_r + n^2\Gamma(\varphi)) + R_1 \end{bmatrix}$$

gdzie:

$$\det = s^2 L_r \Gamma(\varphi) + s R_1 \Gamma(\varphi) + s L_r R_F + s n^2 R_F \Gamma(\varphi) + R_1 R_F.$$

Pierwszy wiersz (6) opisuje uzwojenie widziane z zacisków źródła. Po rozwiązaniu (6) i podstawiając  $s=j\omega$  otrzymuje się indukcyjność zastępczą  $L_z$  i rezystancje zastępczą  $R_z$  obwodu silnika:

$$(8) \quad L_z = \left( L_r + n^2 \Gamma(\varphi) - \frac{n^2 \omega^2 \Gamma^3(\varphi)}{R_F^2 + \omega^2 \Gamma^2(\varphi)} \right) = L_r + \frac{n^2 \Gamma(\varphi)}{1+k^2}$$

$$(9) \quad R_z = R_1 + \frac{R_F n^2 \omega^2 \Gamma^2(\varphi)}{R_F^2 + \omega^2 \Gamma^2(\varphi)} = R_1 + \frac{R_F n^2 k^2}{1+k^2}$$

gdzie:  $k = \frac{\omega \Gamma(\varphi)}{R_F}$ .

Z (8) wynika, że indukcyjność zastępcza w odniesieniu do uzwojenia silnika jest pomniejszona o straty w rdzeniu zależne od kwadratu liczby zwojów i przewodności magnetycznej. Z zależności (9) wynika, że rezystancja zastępcza wyznaczona na podstawie pomiarów jest zwiększona o straty w rdzeniu zależne od kwadratu liczby zwojów i przewodności magnetycznej oraz rezystancji żelaza. Zmiana rezystancji w funkcji indukcyjności będzie mieć postać:

$$(10) \quad \frac{L_z - L_r}{R_z - R_1} = \frac{\omega^2 \Gamma(\varphi)}{R_F}$$

Uwzględniając, że relacja między rezystancją i indukcyjnością na rysunku 8 może być aproksymowana linią prostą, na podstawie (10) można stwierdzić, że rezystancja reprezentująca straty w żelazie jest

proporcjonalna do jednozwojowej indukcyjności obwodu strat w żelazie, czyli przewodności magnetycznej. Tym samym jest funkcją kąta obrotu wirnika.

Znając wartość rezystancji uzwojenia  $R_{Cu}$  oraz rezystancji zastępczej  $R_z$  można w łatwy sposób określić straty magnetyczne w rdzeniu w stanie statycznym, korzystając z zależności:

$$(11) \quad R_m = R_z - R_{Cu}$$

Rezystancja strat magnetycznych zgodnie z zależnością (9) jest proporcjonalna do częstotliwości. Rezystancja strat zależy również od materiału z jakiego wykonany jest silnik oraz sposobu jego wykonania. Cechy te determinują rezystancję żelaza  $R_F$ . Im większa rezystancja  $R_F$  tym mniejsze straty w rdzeniu oraz większa wartość indukcyjności mierzonej na zaciskach uzwojenia.

## Wnioski

Zależność opisująca straty magnetyczne określona przez Steinmetza opisuje w sposób uśredniony moc strat w żelazie. Zależność ta jest nieprzydatna do analizy dynamiki silnika reluktancyjnego.

Proponuje się modelowanie tych strat poprzez wprowadzenie jednozwojowego uzwojenia zasilającego rezystancję modelującą prądy wirów w rdzeniu magnetycznym. Z relacji między zastępczą indukcyjnością i rezystancją wynika, że ta rezystancja jest proporcjonalna do przewodności magnetycznej, która jest funkcją okresową kąta obrotu wirnika względem stojana. Powyższe wnioski dotyczą tylko silnika reluktancyjnego.

**Autorzy:** prof. dr hab. inż. Mirosław Wciślik, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki, Al. 1000-lecia PP 7, 25-314 Kielce, E-mail: mwcislik@tu.kielce.pl; mgr inż. Karol Suchenia, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki, Al. 1000-lecia PP 7, 25-314 Kielce, E-mail: ksuchenia@tu.kielce.pl.

## LITERATURA

- [1] Brzoza-Brzezina K.: Elektryczne silniki energooszczędne – aspekty ekonomiczne stosowania, Krajowa Agencja Poszanowania Energii S.A 2008
- [2] Minh Dinh Bui, Uwe Schaefer: Core Losses Measurement Technique for High Frequency and Flux Density of Switched Reluctance Machines, IEEE, 2012
- [3] Raulin V., Radun A., Husain E., Modeling of Losses in Switched Reluctance Machines, IEEE Transactions on Industry Applications, VOL. 40, NO. 6, 2004
- [4] Jianing Lin: External – rotor 6/10 switched reluctance motor for an electric bicycle, Hamilton, Ontario, Canada, 2013
- [5] Minh Dinh Bui, Uwe Schaefer, Core Losses Measurement Technique for High Frequency and Flux Density of Switched Reluctance Machines, IEEE, 2012
- [6] J. de Santiago Ochoa, FEM Analysis Applied to Electric Machines for Electric Vehicles, Uppsala University, Sweden, 2011
- [7] Schweitzer G., Maslen E. H., Magnetic Bearings Theory, Design, and Application to Rotating Machinery, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2009
- [8] Wichert T., Design and Construction Modifications of Switched Reluctance Machines, Warsaw, 2008
- [9] Dziewoński E.: Poradnik materiałoznawstwa elektrycznego, Warszawa 1959
- [10] Rafajdus P., Hrabovcova V., Hudak P., Investigation of Losses and Efficiency In Switched Reluctance Motor, EPE-PEMC 2006
- [11] Wciślik M., Suchenia K.: Model i bilans mocy czynnej przełączalnego silnika reluktancyjnego, Przegląd Elektrotechniczny 2014-2
- [12] Ishikawa H., Uraji M., Naitoh H., A New Current Control for Eddy Current Loss Reduction of Switched Reluctance Motors, COMPEL 2013