

Badanie związków między błędem powodowanym opóźnieniem a błędami przetwarzania w systemie pomiarowym

Streszczenie. W pracy scharakteryzowano powstawanie błędów dynamicznego oraz błędów powodowanego opóźnieniem wynikającym z zadań programowych realizowanych w systemie pomiarowo-sterującym dla sinusoidalnych sygnałów wejściowych. Opisano w kategoriach probabilistycznych związki zachodzące między tymi błędami, a także ich relacje z innymi błędami w procesie składania błędów dla celów wyznaczania niepewności wyniku pomiaru. Rozważania zilustrowano przykładowymi histogramami błędów dla wybranych właściwości toru pomiarowego w systemie.

Abstract. The paper characterizes arising of dynamic errors and error caused by delay resulting from program execution tasks in measuring and control system for sinusoidal input signals. Relation between this kind of errors and other errors in the process of their composing is described in probabilistic categories in order to calculation of uncertainties. Considerations have been illustrated by exemplary error histograms for selected properties of processing in measuring and control system. (**Research on the relationship between delay error and measurement system processing errors**)

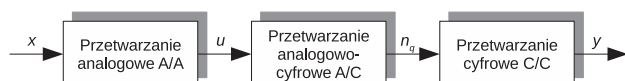
Słowa kluczowe: opóźnienie, błąd powodowany opóźnieniem, system pomiarowo-sterujący

Keywords: delay, error caused by delay, measuring and control system

Wprowadzenie

Współczesne systemy pomiarowo-sterujące charakteryzują stale rosnący udział zadań systemu realizowanych w sposób programowy i zadań komunikacyjnych [13, 14, 16]. Realizacja zadań programowych oraz czynniki związane z przesyłaniem wyników [11, 17] powodują powstawanie opóźnień w trakcie przekazywania informacji pomiarowej z wejść na wyjścia systemu. Opóźnienia w systemie pomiarowo-sterującym stanowią jedno z głównych źródeł błędów pomiarów wielkości zmiennych w czasie [5].

Ogólną strukturę toru przetwarzania w systemie pomiarowo-sterującym przedstawiono na rys. 1. Można wyróżnić w nim trzy elementy. Pierwszy stanowi blok przetwarzania analogowego, który przetwarza sygnał mierzony na napięcie. Sygnał napięciowy ulega następnie próbkowaniu i kwantowaniu w procesie przetwarzania analogowo-cyfrowego. Ostatnim ogniwem toru przetwarzania jest blok przetwarzania cyfrowego realizujący zadania w sposób programowy [1, 2, 6, 15].



Rys. 1. Ogólna struktura toru przetwarzania w systemie pomiarowym

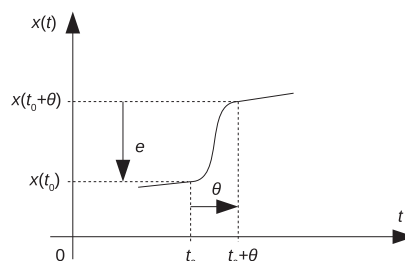
Na ogół podczas przetwarzania analogowego powstają błędy o charakterze dynamicznym [5], a przetwarzanie cyfrowe powoduje błędy związane z opóźnieniami w propagacji sygnału z wejścia na wyjście toru [10]. Ponadto przetwarzanie A/C jest źródłem swoistych błędów o charakterze losowym. Wszystkie te błędy wpływają na niepewność wyniku pomiaru [8, 21] i należy je objąć budżetem niepewności.

Błąd powodowany opóźnieniem

Opóźnienie definiuje się jako różnicę pomiędzy chwilą $t_0 + \theta$ wykorzystania wyniku pomiaru (pojawieniem się wyniku na wyjściu toru) oraz rzeczywistą chwilą t_0 próbkowania wielkości mierzonej [3, 4]. Podczas pomiaru zmiennej w czasie wielkości $x(t)$ w chwili t_0 uzyskuje się wartość $x(t_0)$, a wynik dociera do odbiornika z opóźnieniem θ . W chwili odebrania wyniku pomiaru rzeczywista wartość wielkości mierzonej uległa zmianie i wynosi $x(t_0 + \theta)$ [12]. Różnica między tymi wartościami nazywana jest błędem e powodowanym opóźnieniem i wyraża się ją wzorem [1, 5, 9]:

$$(1) \quad e = x(t_0) - x(t_0 + \theta).$$

Graficzną interpretację błędu powodowanego opóźnieniem zilustrowano na rys. 2.



Rys. 2. Graficzna interpretacja błędu powodowanego opóźnieniem

Składanie błędu dynamicznego i powodowanego opóźnieniem stałym

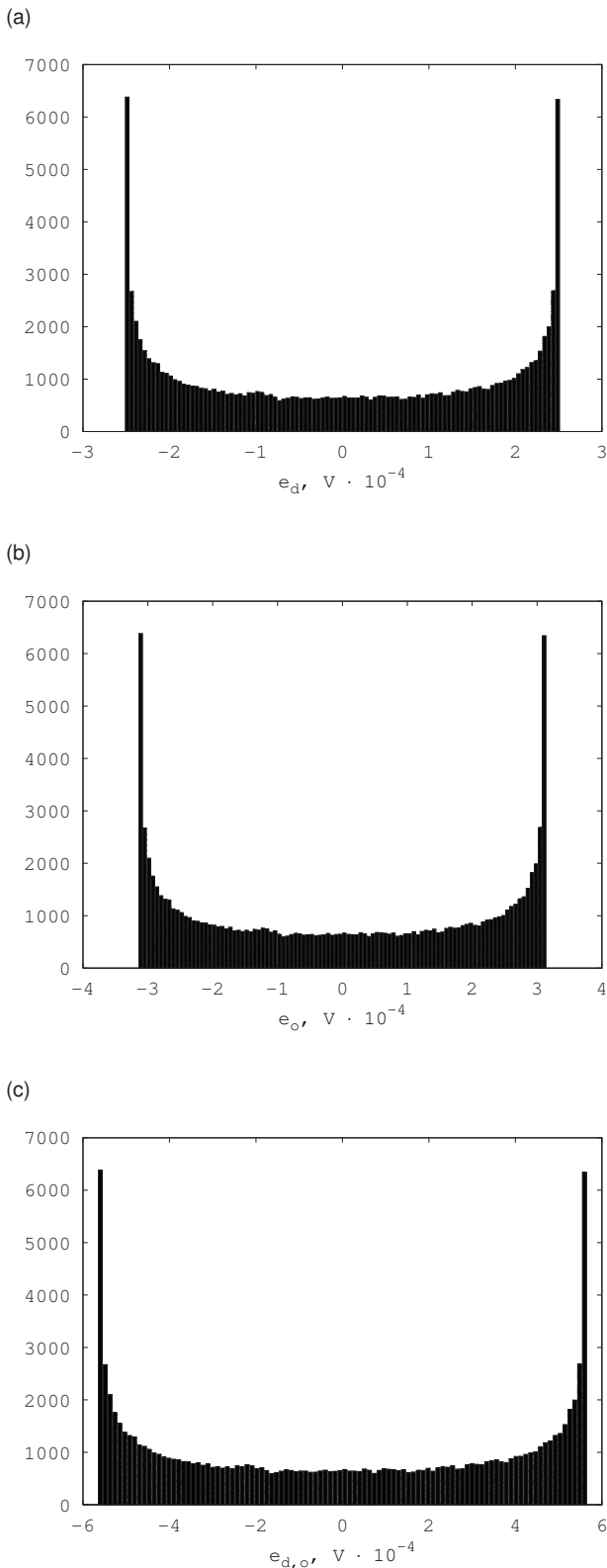
W celu zbadania związków zachodzących między błędem dynamicznym i błędem spowodowanym opóźnieniem wynikającym z realizacji zadań programowych wykonano eksperyment symulacyjny. Przyjęto, że przetwarzanie analogowe opisywane jest zwyczajnym równaniem różniczkowym 1. rzędu [19]:

$$(2) \quad \tau \dot{x} + x = u,$$

gdzie x jest sygnałem wejściowym, u – sygnałem wyjściowym, a τ – stałą czasową i $\tau = 40 \mu\text{s}$. Sygnał wejściowy toru przetwarzania zmienia się sinusoidalnie z amplitudą 1 V i częstotliwością 1 Hz. Eksperyment składa się z 100 000 kroków, z których każdy polega na losowym wyborze chwili próbkowania zgodnie z rozkładem jednostajnym w oknie o szerokości równej okresowi sinusoidy. Błąd dynamiczny jest wyznaczany jako różnica między wartościami na wyjściu i wejściu toru w chwili próbkowania, a następnie wyznaczany jest błąd powodowany opóźnieniem stałym o wartości 50 μs . Z wartości obu błędów tworzone są zbiory, których histogramy pokazano odpowiednio na rys. 3a i 3b. Na rys. 3c przedstawiono histogram błędu wypadkowego uzyskanego jako suma realizacji obu tych błędów.

Odchylenie standardowe błędu dynamicznego wynosi $2,23 \cdot 10^{-4}$ V, a błędu spowodowanego opóźnieniem $1,78 \cdot 10^{-4}$ V. Kształty rozkładów obu błędów są jednakowe (typu U), w związku z czym związki między tymi błędami można opisać przy użyciu współczynnika korelacji [21] obliczonego jako:

$$(3) \quad r(e_d, e_o) = \frac{\text{cov}(e_d, e_o)}{\sigma_d \sigma_o},$$



Rys. 3. Histogramy błędów: a) dynamicznego; b) powodowanego opóźnieniem stałym; c) wypadkowego a i b

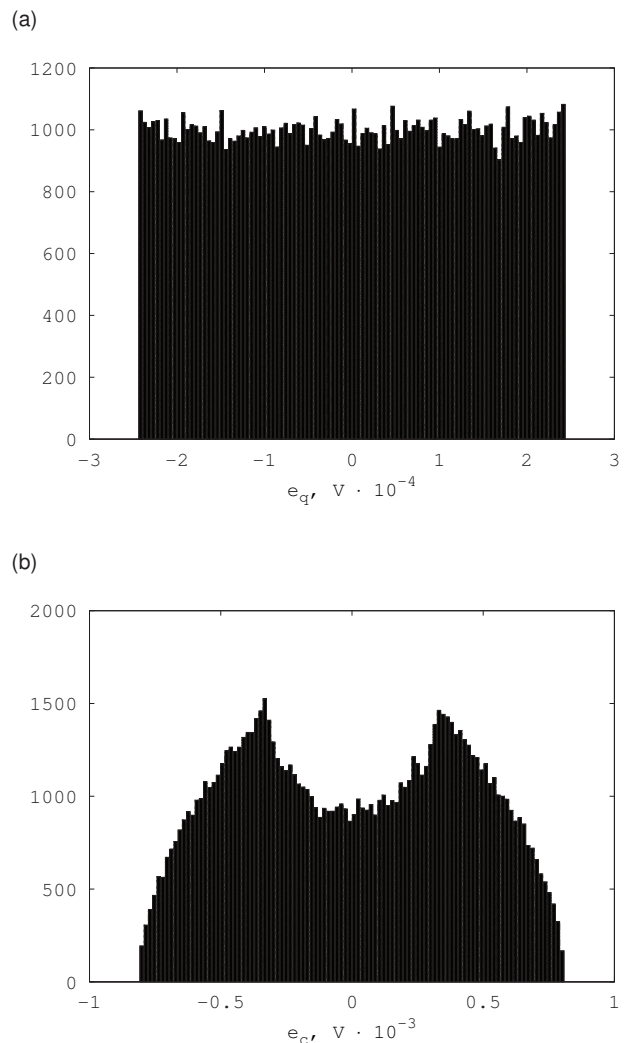
gdzie σ_d , σ_o są odchyleniami standardowymi odpowiednio błędów dynamicznego e_d i powodowanego opóźnieniem e_o , a $\text{cov}(e_d, e_o)$ jest kowariancją obu błędów [3]. Kowariancja błędów e_d i e_o uzyskanych w eksperymencie wynosi $3,96 \cdot 10^{-8} \text{ V}^2$, a wyznaczony na podstawie (3) współczynnik korelacji jest równy jedności, zatem błędy te są ze sobą całkowicie dodatnio skorelowane. Silna korelacja wynika z faktu, że zarówno błąd dynamiczny, jak i powodowany

opóźnieniem stałym są ze sobą związane kształtem sygnału wejściowego [9].

Składanie błędu kwantowania z innymi błędami występującymi w systemie

W celu zbadania relacji pomiędzy błędem kwantowania a innymi błędami występującymi w systemie wykonano kolejny eksperyment symulacyjny, w którym do pomiaru próbek sygnału użyto 12-bitowego bipolarnego przetwornika A/C o zakresie od -1 V do 1 V. Błąd na wyjściu analogowo-cyfrowej części toru pomiarowego stanowi zatem sumę błędów dynamicznego przetwornika oraz kwantowania o rozkładzie jednostajnym w zakresie od $-q/2$ do $q/2$ (rys. 4a), gdzie q jest wartością kwantu. Całkowity błąd wyjściowy toru przetwarzania, uwzględniający opóźnienie θ realizacji algorytmu przetwarzania cyfrowego oblicza się jako różnicę wartości sygnału na wyjściu przetwornika A/C w chwili próbkowania oraz sygnału wejściowego w chwili opóźnionej o θ w stosunku do chwili próbkowania. Histogram całkowitego błędu wyjściowego zamieszczono na rys. 4b.

Związki między błędem kwantowania e_q a błędem wypadkowym błędów: dynamicznego i powodowanego opóźnieniami $e_{d,o}$ zbadano przy użyciu współczynnika korelacji (3). Odchylenie standardowe błędu e_q wynosi $1,42 \cdot 10^{-4} \text{ V}$, a błędowi $e_{d,o}$ $4 \cdot 10^{-4} \text{ V}$. Kowariancja błędów e_q i $e_{d,o}$ uzyskanych w eksperymencie wynosi $-9,69 \cdot 10^{-12} \text{ V}^2$, a współczynnik korelacji jest w przybliżeniu



Rys. 4. Histogramy błędów: a) kwantowania; b) całkowitego

równy zeru. Oznacza to, że błędy te praktycznie nie są ze sobą skorelowane, a zatem rozkład całkowitego błędu wyjściowego można uzyskać przy użyciu operacji splotu błędów cząstkowych:

$$(4) \quad g_c(e_c) = g_q(e_q) * g_{d,o}(e_{d,o}),$$

gdzie $g(\cdot)$ oznacza funkcję gęstości prawdopodobieństwa [18], a $*$ jest operatorem splotu.

Z histogramów zamieszczonych na rysunkach 3 i 4 wynika, że wszystkie rozpatrywane rodzaje błędów mogą być opisywane w kategoriach probabilistycznych. Oznacza to, że rozkład błędu całkowitego można uzyskać jako wynik splotu rozkładów błędów cząstkowych, w przypadku gdy nie są one wzajemnie skorelowane. W przypadku błędu dynamicznego i błędu powodowanego opóźnieniem należy uwzględnić współzależność między tymi błędami [1, 7]. Znając rozkład błędu całkowitego w postaci funkcji gęstości prawdopodobieństwa $g(e)$ niepewność wyniku pomiaru można obliczyć przy użyciu funkcjonau:

$$(5) \quad \frac{1}{F} \int_{-U}^U g(e) de = p,$$

gdzie U jest niepewnością, p – poziomem ufności, przy czym na ogół przyjmuje się $p = 0,95$. F stanowi współczynnik normalizujący, wykorzystywany w przypadku wyznaczania niepewności na podstawie histogramu liczności, określony jako [3]:

$$(6) \quad F = \int_{-\infty}^{\infty} g(e) de.$$

Obliczanie niepewności na podstawie histogramu prowadzi do wyznaczenia przedziału liczbowego, gdzie z określonym prawdopodobieństwem p występuje prawdziwa wartość wielkości mierzonej. Przedział niepewności całkowitego błędu e_w dla poziomu ufności $p = 0,95$ wyznaczony na podstawie rys. 4b wynosi $[-6,88 \cdot 10^{-4}, 6,88 \cdot 10^{-4}]$.

Podsumowanie

Jak wynika to z przedstawionych histogramów rozkłady błędów dynamicznych i błędów powodowanych opóźnieniami mają takie same kształty dla określonych przebiegów sygnałów wejściowych systemu. Błędy te można składać probabilistycznie, lecz trzeba przy tym uwzględnić fakt ich silnego skorelowania [7]. W przypadku opóźnień stałych możliwe jest również wyznaczanie błędu wypadkowego w sposób deterministyczny, jednak w przypadku opóźnień losowych [4, 20] takie podejście nie daje się zastosować i trzeba poszukiwać nowych środków matematycznego opisu składania tego rodzaju błędów.

Przedstawiony w pracy przykład ilustruje fakt, że błąd powodowany opóźnieniem dla sygnałów zmiennych w czasie może przyjmować znaczące wartości i może istotnie wpływać na decyzje podejmowane w systemie pomiarowo-sterującym. Przyjmując zatem, że miarą jakości wyniku jest jego niepewność, błąd powodowany opóźnieniem musi być uwzględniony jako jej składowa [21]. Analityczne obliczanie rozkładu błędu wypadkowego jest na ogół bardzo trudne, w związku z czym trzeba stosować uproszczone reguły składania niepewności cząstkowych [1, 3]. Jedną z najbardziej efektywnych procedur uzyskiwania niepewności całkowitej dla celów walidacji przybliżonych metod analitycznych jest zastosowanie symulacji probabilistycznej, nazywanej metodą Monte Carlo, do wyznaczania histogramu

błędu wraz z wykorzystaniem funkcjonau (5). Właściwości tej procedury w przypadku występowania błędu powodowanego opóźnieniami ilustrują przykłady opisane w pracy.

Autor: Mgr inż. Marek Wymysło, Politechnika Śląska, Wydział Elektryczny, Instytut Metrologii, Elektroniki i Automatyki, ul. Akademicka 10, 44-100 Gliwice, email: marek.wymyslo@polsl.pl

LITERATURA

- [1] Wymysło M.: Błąd powodowany opóźnieniem jako składowa niepewności w systemie pomiarowo-sterującym, Materiały XLVII Międzyuczelnianej Konferencji Metrologów - MKM 2015, Oficyna Wydawnicza Uniwersytetu Zielonogórskiego 2015, 91-94.
- [2] Jakubiec J., Wymysło M.: Errors caused by delays in measuring and control systems, Problems and Progress in Metrology PPM'15, Conferences No. 20, 49-52.
- [3] Jakubiec J.: Błędy i niepewności danych w systemie pomiarowo-sterującym, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2010.
- [4] Jakubiec J., Krupane B., Grygiel M.: Probabilistyczne modelowanie opóźnień komunikacyjnych w sieciach komputerowych, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka Zeszyt 4 (216), 2010, 79-91.
- [5] Jakubiec J.: Błędy powodowane opóźnieniami w systemie pomiarowo-sterującym, Pomiary Automatyka Robotyka 7-8/2004, 71-74.
- [6] Jakubiec J., Roj J.: Pomiarowe przetwarzanie próbkujące, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2010.
- [7] Konopka K.: Wpływ korelacji między błędami na współczynnik koherencji w ocenie niepewności za pomocą redukcyjnej arytmetyki interwałowej, ZN Politechniki Łódzkiej z.98, Łódź 2001.
- [8] Konopka K.: Modelowanie niepewności w torach przetwarzania analogowo-cyfrowego, Rozprawa doktorska, Gliwice 2004.
- [9] Żurkowski R.: Składanie występujących w systemie pomiarowym błędów i opóźnień przetwarzania, PAK vol. 54, nr 6/2008, 368-370.
- [10] Al-Raimi H.: Badanie błędów związanych z opóźnieniami w transmisji danych w systemach pomiarowych, Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 2003.
- [11] Kwiecień A.: Analiza przepływu informacji w komputerowych sieciach przemysłowych. Monografia, Studia Informatica 2002, Vol. 23, No. 1 (47).
- [12] Luque J., Escudero I., Pérez F.: Analytic Model of the Measurement Errors Caused by Communications Delay, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 17, No. 2, 2002, 334-337.
- [13] Huang Y.: Stochastic delay guarantees in ZigBee cluster-tree networks, Communications (ICC), 2012 IEEE International Conference on, 4926-4930.
- [14] Jie Z., Hongli L.: Access Delay Analysis of ZigBee Protocol with Delay Line, Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, WiCom 2007, International Conference on, 6452-6455.
- [15] Winiecki W.: Organizacja komputerowych systemów pomiarowych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
- [16] Kasprzak B.: Interfejsy w systemach pomiarowych, Materiały Szkoły-Konferencji MKW'93, Zegrze koło Warszawy, maj 1993, T. 1, 105-128.
- [17] Michta E.: Modele komunikacyjne sieciowego systemu pomiarowo-sterującego, Wydawnictwo Politechniki Zielonogórskiej, Zielona Góra 2000.
- [18] Papoulis A.: Prawdopodobieństwo, zmienne losowe i procesy stochastyczne, WNT, Warszawa 1972.
- [19] Hagel R., Zakrzewski J.: Miernictwo dynamiczne, WNT, Warszawa 1984.
- [20] Tse D., Viswanath P.: Fundamentals of Wireless Communication, Cambridge University Press, 2005.
- [21] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, BIPM, 1993, 1995.