

# Kaskadowy regulator prędkości silnika indukcyjnego w układzie dwumasowym z wykorzystaniem algorytmów predykcyjnych ze skończonym i nieskończonym zbiorem rozwiązań

**Streszczenie.** W referacie przedstawiono kaskadowy regulator prędkości silnika indukcyjnego w układzie dwumasowym z wykorzystaniem algorytmów predykcyjnych. Nadrzędny regulator prędkości jest regulatorem z nieskończonym zbiorem rozwiązań. Podporządkowany regulator momentu realizuje natomiast algorytm ze skończonym zbiorem rozwiązań.

**Abstract.** The paper presents a cascade speed controller of induction motor in dual mass system using prediction algorithms. Overriding speed controller is a controller with an infinite set of solutions. Subordinated torque controller using the algorithm with a finite set of solutions. (The cascade speed controller of induction motor in dual mass system using prediction algorithms with a finite and infinite set of solutions).

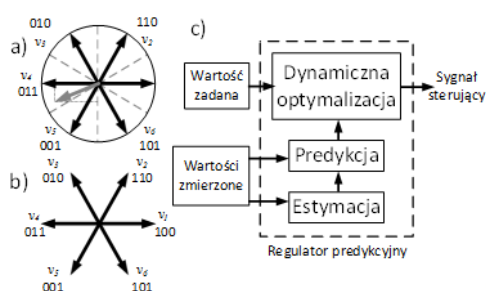
**Słowa kluczowe:** sterowanie predykcyjne, układ dwumasowy, skończony zbiór rozwiązań, nieskończony zbiór rozwiązań  
**Keywords:** predictive control, two mass system, finite set of solutions, infinite set of solutions

## Wstęp

Silniki indukcyjne od lat stanowią podstawowy rodzaj napędu elektrycznego w różnych gałęziach przemysłu, między innymi ze względu na stosunkowo prostą budowę, dużą niezawodność i odporność na trudne warunki eksploatacji.

Od napędów zautomatyzowanych wymaga się nie tylko możliwości regulacji prędkości w stanach ustalonych, ale także odpowiedniej dynamiki w stanach przejściowych. Do osiągnięcia tego celu konieczne jest zrealizowanie dokładnego sterowania momentu silnika [1].

W wielu przypadkach należy również uwzględnić skończoną sztywność wału łączącego silnik z maszyną roboczą. Problem ten pojawia się głównie w układach o dużej dynamice wymuszania momentu elektromagnetycznego. Niezbędne jest wówczas ograniczenie amplitudy momentu skrętnego oraz tłumienie drgań skrętnych [2]. W tak złożonych układach napędowych konieczne jest zastosowanie zaawansowanych struktur sterowania, takich jak sterowanie oparte na sieciach neuronowych [3], układy neuro-rozmyte [4], [5], ślizgowe [6] lub predykcyjne [7].



Rys. 1. Sygnały sterujące dostępne w regulatorze z nieskończonym zbiorem rozwiązań (a) i skończonym zbiorem rozwiązań (b) oraz idea sterowania predykcyjnego (c)

W przypadku regulatora predykcyjnego wpływ przyszłych sygnałów sterujących na proces jest przewidywany w oparciu o aktualny stan, przy wykorzystaniu modelu. Na podstawie porównania przewidywanego i aktualnego stanu wyznaczany jest optymalny, dostępny sygnał sterujący, uwzględniający założone ograniczenia (rys. 1c) [8]. W tym typie sterowania wyróżnić można dwa podejścia: regulator ze skończonym i nieskończonym zbiorem rozwiązań. Pierwszy z nich

zakłada wykorzystanie tylko sygnałów możliwych do uzyskania w zastosowanym falowniku (rys. 1b). W drugim z układów zakłada się możliwość uzyskania dowolnych wartości sygnałów sterujących (rys. 1a). Układ ten wymaga zastosowania modulatora, który poprzez dobór odpowiednich sekwencji przełączeń pozwala uzyskać wygenerowany przez układ regulacji sygnał sterujący.

W artykule przedstawiona będzie struktura kaskadowa, w której wykorzystano dwa regulatory predykcyjne: nadrzędny regulator prędkości (z nieskończonym zbiorem rozwiązań) i podporządkowany regulator momentu (ze skończonym zbiorem rozwiązań). Układ regulacji zastosowany został do silnika indukcyjnego.

## Układ dwumasowy

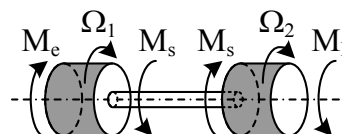
W badaniach przyjęto model układu dwumasowego z bezinercyjnym elementem sprężystym [9]. Schemat układu pokazano na rysunku 2, a równania opisujące zależności w nim występujące przedstawiono wzorami (1)–(3):

$$(1) \quad \frac{d\Omega_1}{dt} = \frac{1}{J_1} (M_e - M_s)$$

$$(2) \quad \frac{d\Omega_2}{dt} = \frac{1}{J_2} (M_s - M_L)$$

$$(3) \quad \frac{dM_s}{dt} = K_c (\Omega_1 - \Omega_2)$$

gdzie:  $\Omega_1, \Omega_2$  – prędkość silnika i maszyny roboczej,  $J_1, J_2$  – moment bezwładności silnika napędowego oraz maszyny roboczej,  $M_e, M_s, M_L$  – moment elektromagnetyczny, skrętny i obciążenia,  $K_c$  – współczynnik sprężystości elementu łączącego.



Rys. 2. Schemat ideowy układu dwumasowego

## Struktura sterowania

Struktura sterowania, przedstawiona na rysunku 3, składa się z dwóch regulatorów predykcyjnych: nadrzędnego regulatora prędkości (z nieskończonym zbiorem rozwiązań *IFS-MPC*) i podporządkowanego

regulatora momentu (ze skończonym zbiorem rozwiązań FS-MPC). Model matematyczny silnika indukcyjnego przedstawiają równania (4)-(8).

$$(4) \quad \mathbf{V}_s = R_s \mathbf{I}_s + \frac{d}{dt} \Psi_s + j\Omega_k \Psi_s$$

$$(5) \quad \mathbf{V}_r = R_r \mathbf{I}_r + \frac{d}{dt} \Psi_r + j(\Omega_k - \Omega) \Psi_r$$

$$(6) \quad \Psi_s = L_s \mathbf{I}_s + L_m \mathbf{I}_r$$

$$(7) \quad \Psi_r = L_r \mathbf{I}_r + L_m \mathbf{I}_s$$

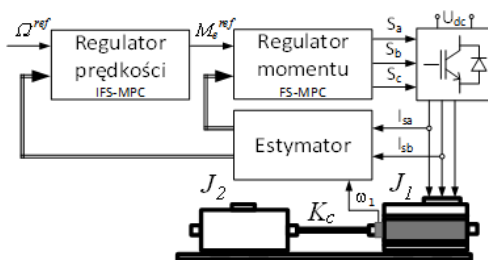
$$(8) \quad M_e = \frac{3}{2} p \operatorname{Im} \{ \overline{\Psi}_s \mathbf{I}_s \}$$

gdzie:  $\Psi_s, \Psi_r$  – wektory strumienia stojana i wirnika,  $\mathbf{I}_s, \mathbf{I}_r$  – wektory prądu stojana i wirnika,  $\mathbf{V}_s, \mathbf{V}_r$  – wektory napięcia stojana i wirnika,  $R_s, R_r$  – rezystancje stojana i wirnika,  $L_s, L_r, L_m$  – indukcyjności: stojana, wirnika i magnesująca,  $\Omega$  – prędkość,  $\Omega_k$  – prędkość wirowania układu współrzędnych,  $M_e$  – moment elektromagnetyczny,  $p$  – liczba par biegunów.

Regulator prędkości wykorzystuje model układu dwumasowego (1)-(3), zapisany w postaci równań stanu (9). Funkcja kryterialna wykorzystywana przez regulator ma postać (10a) i uwzględnia założone ograniczenia (10b).

$$(9) \quad \begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned}$$

gdzie  $x = [\Omega_1 \ \Omega_2 \ \Omega_{ref} \ M_s \ M_r]^T$ ,  $u = [M_e]^T$ , a postać macierzy  $A, B, C$  wynika wprost z równań (1)-(3).



Rys. 3. Struktura sterowania

$$(10a) \quad J_N^* = \min_{U = [u_0^T, \dots, u_{N-1}^T]^T} \left[ \sum_{k=0}^{N_p} y_k^T Q y_k + \sum_{k=0}^{N_p-1} u_k^T R u_k \right]$$

$$(10b) \quad \begin{aligned} u_{\min} &\leq u(k) \leq u_{\max}; \\ \Delta u_{\min} &\leq \Delta u(k) \leq \Delta u_{\max}; \\ x_{\min} &\leq y(k) \leq x_{\max} \end{aligned}$$

W prezentowanym układzie wykorzystano optymalizację *off-line*, w której wykorzystuje się programowanie wieloparametryczne. W wyniku jego działania, przestrzeń stanu dzielona jest na regiony ( $P_r$ ), które opisane są nierównościami określającymi ich granice (11a). Do każdego regionu przypisane jest prawo sterowania, które jest kawałkami ciągle i określone jako liniowa funkcja zmiennych stanu (11b). Szczegółowy opis wyznaczania regionów i obliczania praw sterowania podany jest w [10].

$$(11a) \quad P_r = \{x \in \mathbf{R}^n \mid H_r x \leq K_r\}$$

$$(11b) \quad u(x) = F_r x(k) + g_r \quad \forall x \in P_r, \quad r = 1, \dots, N_r$$

Regulator momentu wykorzystuje model silnika w układzie  $\alpha$ - $\beta$ . Sekwencja generacji sygnału sterującego

obejmuje: estymację strumienia wirnika (12), predykcję: strumienia stojana (13), prądu stojana (14) oraz momentu elektromagnetycznego (15).

$$(12) \quad \Psi_r(k) = \frac{L_r}{L_m} \Psi_s(k) + \mathbf{I}_s(k) \left( L_m - \frac{L_r L_s}{L_m} \right)$$

$$(13) \quad \Psi_s(k+1) = \Psi_s(k) + T_s \mathbf{V}_s(k) - T_s R_s \mathbf{I}_s(k)$$

$$(14) \quad \mathbf{I}_s(k+1) = \left( 1 + \frac{T_s}{\tau_\sigma} \right) \mathbf{I}_s(k) +$$

$$\frac{T_s}{\tau_\sigma + T_s} \left\{ \frac{1}{R_\sigma} \left[ \left( \frac{k_r}{\tau_r} - k_r j\Omega \right) \Psi_r(k) + \mathbf{V}_s(k+1) \right] \right\}$$

$$(15) \quad M_e(k+1) = \frac{3}{2} p \operatorname{Im} \{ \overline{\Psi}_s(k+1) \mathbf{I}_s(k+1) \}$$

gdzie:  $T_s$  – okres próbkowania,  $\tau_\sigma = \sigma L_s / R_\sigma$ ,  $R_\sigma = R_s + k_r^2 R_r$ ,  $k_r = L_m / L_r$ ,  $\tau_r = L_r / R_r$ ,  $\sigma = 1 - L_m^2 / (L_r L_s)$ ,  $k$  – chwila czasowa

Przedstawiona sekwencja powtarzana jest dla każdego z założonych kroków predykcji. Ostatnim etapem jest szacowanie wartości funkcji celu, która w ogólnym przypadku przyjmuje postać (16). Na podstawie oceny wartości funkcji celu następuje wybór optymalnego wektora.

$$(16) \quad \begin{aligned} g &= \sum_{n=1}^N \left| M_e^{ref} - M_e^p(k+n) \right| \\ &+ \lambda \sum_{n=1}^N \left| \Psi_s^{ref} - \Psi_s^p(k+n) \right| + \sum_{n=1}^N (\alpha_n f_n + \beta_n h_n) \end{aligned}$$

gdzie:  $M_e^{ref}$ ,  $M_e^p$  – moment elektromagnetyczny: referencyjny i predykowany,  $\Psi_s^{ref}$ ,  $\Psi_s^p$  – strumień stojana: referencyjny i predykowany,  $h_n, f_n$  – składniki kary za przekroczenie ograniczeń i za przełączenie kluczy przekształtnika,  $\alpha, \beta, \lambda$  – współczynniki skalujące,  $N$  – horyzont predykcji

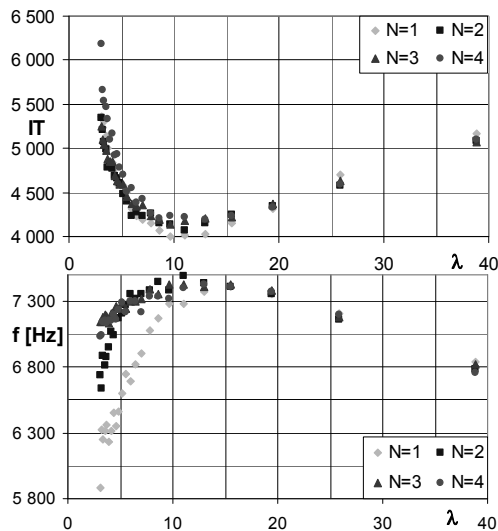
Prezentowany regulator jest regulatorem momentu, dlatego w funkcji celu przede wszystkim uwzględniono stabilizację momentu. By umożliwić stabilizację momentu niezbędna jest również stabilizacja strumienia. Algorytm umożliwia również ograniczenie częstotliwości przełączeń i utrzymanie założonych ograniczeń. Uzyskuje się to poprzez wprowadzenie do funkcji celu odpowiednich składników kary. W funkcji celu występują również współczynniki skalujące, różnicujące wpływ poszczególnych składników funkcji na jej wartość [11].

### Badania symulacyjne

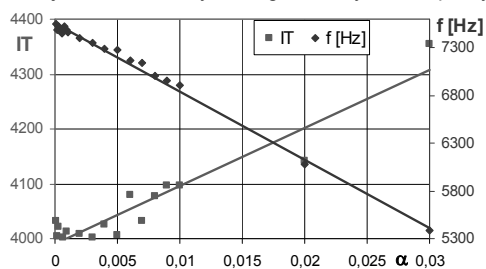
W pierwszej części badań sprawdzono poprawność działania regulatora momentu. Przetestowano wpływ wybranych współczynników funkcji celu na właściwości dynamiczne układu. Badania przeprowadzono dla różnych długości horyzontów predykcji. Do oceny działania układu zastosowano kryterium jakości sterowania postaci (17). Zależność kryterium jakości sterowania  $IT$  oraz częstotliwości przełączeń przekształtnika od wartości współczynników skalujących  $\lambda$  i  $\alpha$  przedstawiono na rysunkach 4, 5.

$$(17) \quad IT = \sum \left( \left| M_{ref} - M_{pl} \right| + \left| \Psi_{sref} - \Psi_{spl} \right| \right)$$

Częstotliwość przełączania można kształtować w dość szerokim zakresie poprzez zmianę parametrów  $\alpha_i$ . Zmniejszenie częstotliwości przełączeń odbywa się kosztem pogorszenia jakości odwzorowywania wartości zadanych momentu i strumienia. Poprzez zmianę parametru  $\lambda$  można wpływać na polepszenie jakości sterowania, powoduje to jednak wzrost częstotliwości przełączeń.



Rys. 4. Wpływ współczynnika skalującego  $\lambda$  na wartość kryterium IT oraz częstotliwość przełączeń przekształtnika dla modułowej postaci funkcji celu i dla różnych długości horyzontów predykcji

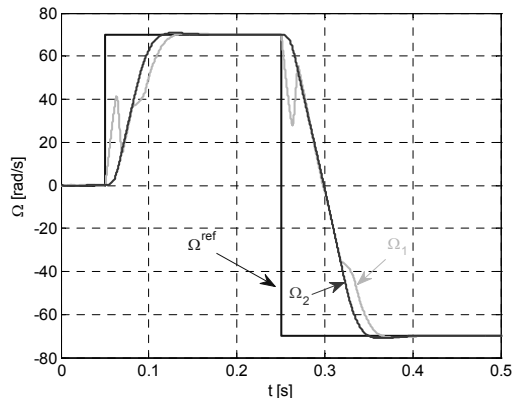


Rys. 5. Wpływ zmian współczynnika  $\alpha$  na wartość kryterium oceny jakości sterowania oraz na częstotliwość przełączeń

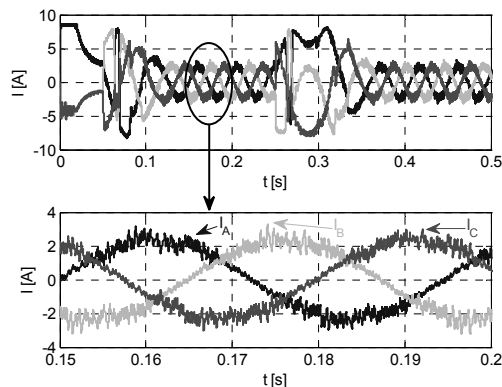
W kolejnej części badań, sprawdzono poprawność działania prezentowanej kaskadowej struktury sterowania, z nadrzędnym regulatorem prędkości i podporządkowanym regulatorem momentu. Przyjęto następujące parametry układu napędowego:  $P_n=1100W$ ,  $U_{nf}=230V$ ,  $I_n=2,9A$ ,  $n_n=1380$ ,  $M_e^{nom}=7,6118Nm$ ,  $J_1=0,0048Nm\cdot s^2/rad$ ,  $J_2=0,0050Nm\cdot s^2/rad$ ,  $K_c=0,0416Nm/rad$ . Określono następujące wartości ograniczeń:  $M_e^{max}=2,5M_e^{nom}$ ,  $M_s^{max}=1,25M_e^{nom}$ ,  $I^{max}=9A$ .

Regulator prędkości minimalizował następujące uchyby:  $[\Omega_2-\Omega_{ref}, \Omega_1-\Omega_{ref}, M_s-M_L]$ . Przyjęto wagi regulatora odpowiadające podanym uchybom:  $diagQ=[1000,100,4000]$ , natomiast horyzont predykcji wyjść i sterowań wynosił odpowiednio:  $N=10$ ,  $N_u=2$ ,  $N^{FS-MPC}=1$ .

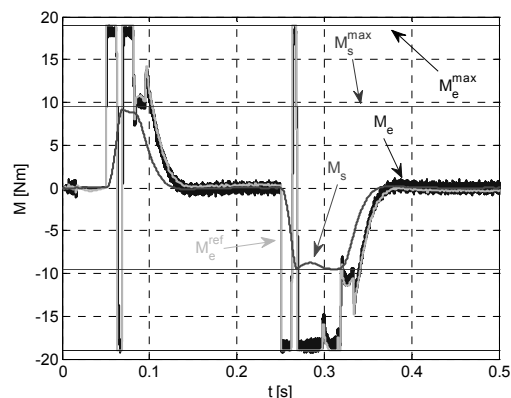
Testy przeprowadzono dla prędkości  $\Omega_{ref}=70$  i  $140$  [rad/s]. Wyniki prób przedstawiono na rysunkach 6–13. Silnik szybko osiąga prędkość zadana. Na rysunkach 7, 8, 10, 11 i 13 pokazano, że zarówno prądy jak i momenty (elektromagnetyczny i skrętny) nie przekraczają założonych wartości ograniczeń. Na rysunkach 12-13 przedstawiono przebiegi prędkości, prądów i momentów w przypadku przyłożenia znamionowego momentu obciążenia. Układ reaguje prawidłowo, szybko niwelując uchyb prędkości. Również w tym przypadku założone ograniczenia nie są przekraczane.



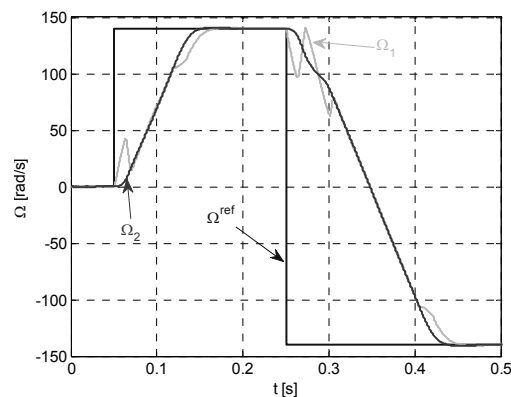
Rys. 6. Przebiegi prędkości kątowych przy nawrocie ( $\Omega_{ref}=70$  rad/s)



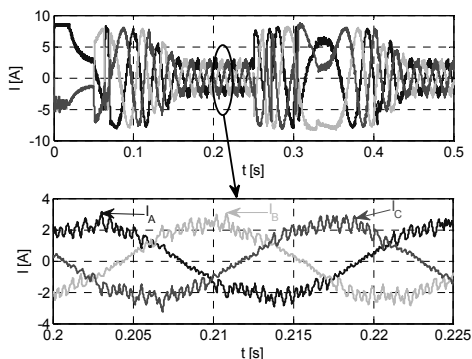
Rys. 7. Przebiegi prądów fazowych przy nawrocie ( $\Omega_{ref}=70$  rad/s)



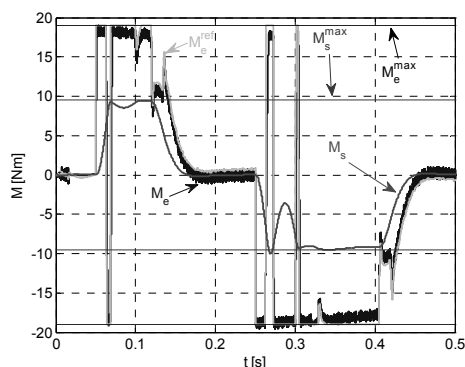
Rys. 8. Przebiegi momentów: elektromagnetycznego, zadanego przez regulator prędkości, skrętnego przy nawrocie ( $\Omega_{ref}=70$  rad/s)



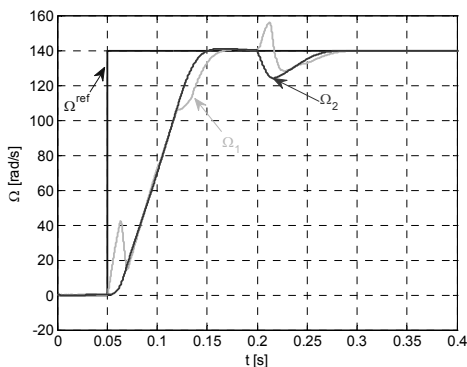
Rys. 9. Przebiegi prędkości kątowych przy nawrocie ( $\Omega_{ref}=140$  rad/s)



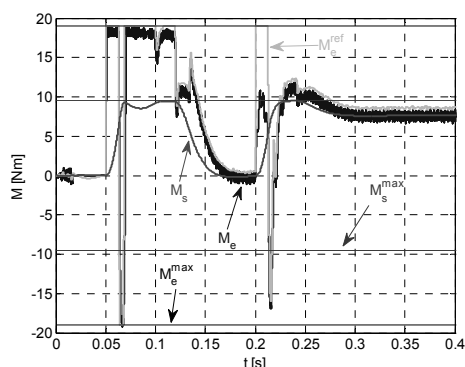
Rys. 10. Przebiegi prądów fazowych przy nawrocie ( $\Omega_{ref}=140 \text{ rad/s}$ )



Rys. 11. Przebiegi momentów: elektromagnetycznego, zadanego przez regulator prędkości, skrętnego przy nawrocie ( $\Omega_{ref}=140 \text{ rad/s}$ )



Rys. 12. Przebiegi prędkości kątowych po przyłożeniu momentu obciążenia ( $\Omega_{ref}=140 \text{ rad/s}$ )



Rys. 13. Przebiegi momentów: elektromagnetycznego, zadanego przez regulator prędkości, skrętnego po przyłożeniu momentu obciążenia ( $\Omega_{ref}=140 \text{ rad/s}$ )

### Podsumowanie

Zaprezentowana kaskadowa struktura sterowania wykorzystująca regulatory predykcyjne z nieskończonym zbiorem rozwiązań (nadrzędny regulator prędkości) i skończonym zbiorem rozwiązań (podporządkowany regulator momentu) w badaniach symulacyjnych wykazała

dobre właściwości dynamiczne i statyczne. Przedstawione podejście pozwala tłumić drgania skrętne oraz skutecznie ogranicza wartość momentu skrętnego i elektromagnetycznego. Osiągnięcie wartości zadanej następuje szybko i w zasadzie nie występuje przeregulowanie oraz oscylacje w stanie ustalonym. Właściwością te obowiązują zarówno dla małych, jak i dużych (zbliżonych do znamionowej) prędkości. Układ nie wymaga stosowania modulatora. Układ ze skończonym zbiorem rozwiązań pozwala na kształtowanie częstotliwości przełączeń oraz dynamiki sterowania momentem. Wadą układu jest mnogość parametrów (współczynników skalujących i wag), których dobór jest dość trudny. W ramach przyszłych prac przewiduje się badania eksperymentalne prezentowanego układu oraz porównanie z innymi układami sterowania (np. z układem zaprezentowanym w [12]). Należy również sprawdzić generowane w układzie odkształcenia prądu.

**Autor:** mgr inż. Karol Wróbel, Katedra Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, ul. Smoluchowskiego 19, 50-372 Wrocław, E-mail: [karol.wrobel@pwr.edu.pl](mailto:karol.wrobel@pwr.edu.pl).

### LITERATURA

- [1] Dębowski A., Chudzik P., Lewandowski D., Napęd asynchroniczny ze sterowaniem momentu, *Napędy i Sterowanie*, 11 (2009), nr 4, 137-146
- [2] Szabat K., Struktury sterowania elektrycznych układów napędowych z połączeniem sprężystym, *Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej*, Nr 61, Seria: Monografie Nr 19, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2008
- [3] Kamiński M., Orłowska-Kowalska T., Szabat K., Neural speed controller based on two state variables applied for a drive with elastic connection, *16th International Power Electronics and Motion Control Conference and Exposition (PEMC)*, 2014, 610-615
- [4] Derugo P., Analiza wpływu konkurencyjnych warstw Petriego na działanie regulatora neuronowo-rozmytego, *Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej*, Nr 69, Seria: Studia i Materiały, Nr 33 (2013), 97-110
- [5] Orłowska-Kowalska T., Szabat K., Control of the drive system with stiff and elastic couplings using adaptive neuro-fuzzy approach, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 54 (2007), Nr 1, 228-240
- [6] Orłowska-Kowalska T., Tarchała G., Ślizgowe sterowanie prędkością silnika indukcyjnego przy wykorzystaniu zmiennej w czasie prostej przełączającej, *Przegląd Elektrotechniczny*, 90 (2014), nr 5, 8-13
- [7] Serkies P. J., Szabat K., Application of the MPC to the position control of the two-mass drive system, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60 (2013), No. 9, 3679-3688
- [8] Tatjewski P., Sterowanie zaawansowane obiektów przemysłowych: struktury i algorytmy, *Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT*, 2002, 113-269
- [9] Vasak M., Baotic M., Peric N., Szabat K., Cychowski M., Efficient implementation of patched LQR for control and protection of multi-mass drives, *IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, 2011, 1913-1918
- [10] Bemporad A., Morari M., Dua V., Pistikopoulos E.N., The explicit linear quadratic regulator for constrained systems, *Automatica*, 38 (2002), Nr 1, 3-20
- [11] Wróbel K., Sterowanie momentem elektromagnetycznym silnika indukcyjnego z wykorzystaniem regulatora predykcyjnego ze skończonym zbiorem rozwiązań, *Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej*, Nr 70 (2014), Seria: Studia i Materiały, Nr 34, 216-224
- [12] Wróbel K., Serkies P., Wykorzystanie sterowania predykcyjnego z modelem w przestrzeni stanu w napędzie indukcyjnym z połączeniem sprężystym, *Przegląd Elektrotechniczny*, 90 (2014), Nr 11, 189-192