Politechnika Śląska, Katedra Energoelektroniki, Napędu Elektrycznego i Robotyki (1), Korporacyjne Centrum Badawcze ABB (2)

doi:10.15199/48.2016.04.25

# Metoda projektowania i właściwości rezonansowej kaskady cewek w zastosowaniu do bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej

**Streszczenie.** W artykule scharakteryzowano rezonansową kaskadę cewek sprzężonych magnetycznie przeznaczoną do bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej. Opracowany został macierzowy model kaskady bazujący na parametrach względnych, umożliwiający wyznaczenie jej właściwości. Następnie, wykorzystując przygotowany model, zaproponowano metodę projektowania tego typu kaskady. Metodę zilustrowano przykładem i pozytywnie zweryfikowano eksperymentalnie (10 płaskich cewek o średnicy zewnętrznej 14 cm, odległość przesyłu 45 cm, częstotliwość 100 kHz, moc wyjściowa 100 W, sprawność 85,5%). Zaprezentowano również metodę transformacji parametrów kaskady po stronie obciążenia lub zasilania.

**Abstract**. The paper describes the resonant cascade of magnetically coupled coils designed for wireless electrical energy transfer. The matrix model of the cascade was formulated to determine its properties. The model is based on relative parameters. Then, applying the prepared model, the design method of such cascades was proposed. The method was illustrated by an example and positively verified experimentally (10 flat coils with outer diameter of 14 cm, transfer distance of 45 cm, frequency of 100 kHz, output power of 100 W, efficiency of 85,5%) The transformation method of cascade parameters on the load or supply side was also presented. (**Design method and properties of the resonant cascade of coils for wireless electrical energy transfer application**).

**Słowa kluczowe**: bezprzewodowy przesył energii elektrycznej, obwody sprzężone magnetycznie, obwody rezonansowe. **Keywords**: wireless electrical energy transfer, magnetic coupled circuits, resonant circuits.

## Wstęp

Pierwsze koncepcje i próby realizacji bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej sięgają końca XIX wieku. Jednak dopiero współcześnie układy do bezprzewodowego przesyłu energii znalazły liczne zastosowania praktyczne oraz stały się przedmiotem intensywnych badań. Są one stosowane do ciągłego zasilania lub okresowego doładowywania różnych urządzeń, np. samochodów elektrycznych [1], telefonów komórkowych [2], czy też implantów medycznych [3]. Wzrost zainteresowania tego typu układami wiąże się z ich oczywistymi zaletami w porównaniu z klasycznym, przewodowym przesyłem energii - wygodą i bezpieczeństwem. Badania w zakresie tematyki bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej rozwijane są również od wielu lat na gruncie polskim. Przykładowo, w Instytucie Elektrotechniki w Warszawie dotyczą m.in. przesyłu energii poprzez przeguby i ramiona skrętne manipulatorów [4], na Politechnice Gdańskiej związane są z transformatorami kubkowymi o znacznych szczelinach [5], na Akademii Górniczo-Hutniczej obejmują zasilanie wielu ruchomych odbiorników [6], zaś na Politechnice Śląskiej ukierunkowane zostały na zasilanie protezy serca [7].

Bezprzewodowy przesył energii elektrycznej może zostać zrealizowany różnymi sposobami (rys. 1), przy wykorzystaniu fal elektromagnetycznych (niewymagających do swej propagacji medium) lub fal mechanicznych (wymagających medium). Biorąc pod uwagę fale elektromagnetyczne, ze względu na długość fali  $\lambda$  oraz odległość przesyłu energii *z* wyróżnia się dwa przypadki, tzw. pola bliskiego ( $z < \lambda / 2\pi$ ) oraz pola dalekiego ( $z > \lambda / 2\pi$ ). W przypadku pola bliskiego, pole elektryczne i pole magnetyczne mogą być rozpatrywane indywidualnie, a odległości przesyłu są względnie niewielkie.

Aktualnie najbardziej rozpowszechnionym sposobem bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej jest przesył za pośrednictwem dwóch cewek sprzężonych magnetycznie (rezonansowe układy dwucewkowe). Efektywność tego sposobu istotnie pogarsza się wraz ze wzrostem odległości pomiędzy cewkami – przy ich oddalaniu współczynnik sprzężenia magnetycznego zmniejsza się wykładniczo, pogorszając sprawność. Poprawa właściwości w tym zakresie uzyskiwana jest poprzez zastosowanie dodatkowych cewek wewnętrznych (rezonansowe układy wielocewkowe), co stanowi zasadniczy przedmiot rozważań prezentowanych w artykule.

W artykule scharakteryzowano podstawowe właściwości przeznaczonej rezonansowej kaskady cewek do bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej. Zaprezentowano względny model macierzowy kaskady, opisano jej metodę projektowania oraz przedstawiono wyniki weryfikacji eksperymentalnej. Wyjaśniono również metodę transformacji parametrów kaskady po stronie obciążenia lub zasilania. Problematyka kompletnego układu bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej, z falownikiem po stronie zasilania oraz prostownikiem po stronie obciążenia, nie jest przedmiotem niniejszego artykułu.



Rys.1. Sposoby bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej

W porównaniu z literaturą oryginalnymi rezultatami prezentowanymi w artykule są metoda projektowania 3C rezonansowej kaskady cewek sprzężonych magnetycznie oraz w pewnym zakresie jej względny model macierzowy i metoda transformacji parametrów kaskady.

### Rezonansowa kaskada cewek

Typowy, rezonansowy układ dwucewkowy bezprzewodowego przesyłu energii przedstawia rysunek 2. Układ ten posiada strukturę S-S – dodatkowe kondensatory rezonansowe przyłączone są szeregowo do obu cewek. Zasilana cewka wejściowa, na skutek sprzężenia magnetycznego, przekazuje energię do połączonej z obciążeniem cewki wyjściowej.



Rys.2. Rezonansowy układ dwucewkowy

Istotnym ograniczeniem układu dwucewkowego jest względnie mała odległość, na jaką w sposób efektywny przesyłana może być energia. Zwiększenie odległości pomiędzy cewkami do wartości porównywalnych z ich średnicami zewnętrznymi drastycznie pogarsza wzajemne sprzężenie magnetyczne, a tym samym powoduje gwałtowny spadek sprawności układu. Poprawa właściwości (sprawności) układu możliwa jest poprzez dodatkowych wprowadzenie cewek wewnętrznych, uzyskując w ten sposób rezonansową kaskadę cewek sprzężonych magnetycznie (rys. 3). Energia z cewki wejściowej przekazywana jest za pośrednictwem cewek wewnętrznych do cewki wyjściowej i ostatecznie do obciążenia. Cewki wewnętrzne nie są w żaden sposób połączone z wejściem ani z wyjściem układu.



Rys.3. Rezonansowy układ wielocewkowy (kaskada cewek)

# Model kaskady cewek

Analiza kaskady cewek prowadzona jest na bazie teorii obwodów, stosując metodę symboliczną z reprezentacją wartości skutecznej. Przyjmuje się, że przedmiotem rozważań są obwody SLS (stacjonarne, liniowe, skupione). Kaskada cewek z rysunku 3 przedstawiona zostaje za pomocą schematu zastępczego z rysunku 4. Cewki charakteryzowane są poprzez indukcyjności  $L_i$  (i = 1...n) oraz ich rezystancje pasożytnicze  $R_i$ , a ich sprzężenia magnetyczne poprzez indukcyjności wzajemne  $M_{ik}$  (i = 1...n, k = 1...n). Ponadto, na schemacie zaznaczono rezonansowe kondensatory szeregowe  $C_i$  (i = 1...n) oraz rezystor obciążenia  $R_L$ . Zakłada się, że cewka wejściowa zasilana jest ze źródła prądu sinusoidalnego  $I_1$ . Dlatego widoczny na rysunku 3 kondensator  $C_1$  jest nieistotny dla prowadzonej dalej analizy i został pominięty (rys. 4). Powinien on zostać uwzględniony na etapie dopasowania parametrów kaskady cewek do parametrów zasilającego ją źródła. Należy zauważyć, że w przypadku zasilania kaskady z falownika napięcia, ze względu na jej charakter rezonansowy, prąd zasilania pozostanie w przybliżeniu sinusoidalny.



Rys.4. Schemat zastępczy rezonansowej kaskady cewek

Wzajemne oddziaływanie pomiędzy cewkami opisuje zależność (1). Zakładając, że cewki znajdują się w ośrodku jednorodnym, macierz <u>Z</u> jest macierzą symetryczną.

(1) 
$$\underline{U} = \underline{ZI} = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \dots \\ \underline{U}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + jX_{L1} & jX_{M12} & \dots & jX_{M1n} \\ jX_{M12} & R_2 + jX_{L2} & \dots & jX_{M2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ jX_{M1n} & jX_{M2n} & \dots & R_n + jX_{Ln} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \dots \\ \underline{I}_n \end{bmatrix}$$

Dołączenie do cewek kondensatorów  $C_i$  oraz rezystora obciążenia  $R_L$  wyraża zależność (2).

(2) 
$$\begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \\ \dots \\ \underline{U}_n \end{bmatrix} = \underline{Z}_{CR} \begin{bmatrix} \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \\ \dots \\ \underline{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} jX_{C2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & jX_{C3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -R_L + jX_{Cn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \\ \dots \\ \underline{I}_n \end{bmatrix}$$

Właściwości pojedynczej cewki wyrażone mogą zostać przez jej dobroć własną  $Q_i$  oraz impedancję  $Z_{Li}$  (3).

(3) 
$$Q_i = \frac{X_{Li}}{R_i}, \ \underline{Z}_{Li} = R_i + jX_{Li} = jX_{Li}(1-j/Q_i)$$

Przekształcając równania macierzowe (1) i (2), znając parametry kaskady, możliwe jest obliczenie wartości prądów i napięć poszczególnych cewek. Dalsze tworzenie macierzowego modelu kaskady odbywa się wprowadzając wielkości względne. Prądy odnoszone są do wartości skutecznej prądu wejściowego (zasilania)  $I_1$ , napięcia do iloczynu  $I_1R_L$ , natomiast reaktancje do rezystancji obciążenia  $R_1$  (4).

$$(4) \underline{I}_{i}^{\bullet} = \underline{\underline{I}}_{i}, \ \underline{\underline{U}}_{i}^{\bullet} = \underline{\underline{U}}_{i}, \ X_{Li}^{\bullet} \left( X_{Mik}^{\bullet} \right) = \frac{X_{Li} \left( X_{Mik} \right)}{R_{L}}, \ X_{Ci}^{\bullet} = \frac{X_{Ci}}{R_{L}}$$

Po uwzględnieniu zależności (3) i (4) równanie (1) przyjmuje postać:

(5) 
$$\underline{\underline{U}}^{\bullet} = \underline{K} \circ \underline{\underline{Z}}_{\mathrm{L}}^{\bullet} \cdot \underline{\underline{I}}^{\bullet},$$

gdzie *K* jest macierzą współczynników sprzężenia magnetycznego pomiędzy poszczególnym cewkami:

(6) 
$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} 1 & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{12} & 1 & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{1n} & k_{2n} & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad k_{ik} = \frac{M_{ik}}{\sqrt{L_i L_k}}$$

a macierz  $\underline{Z}_{L}$  można przedstawić następująco:

(7) 
$$\underline{Z}_{L}^{\bullet} = \begin{bmatrix} jX_{L1}^{\bullet}(1-j/Q_{1}) & j\sqrt{X_{L1}^{\bullet}X_{L2}^{\bullet}} & \dots & j\sqrt{X_{L1}^{\bullet}X_{Ln}^{\bullet}} \\ j\sqrt{X_{L1}^{\bullet}X_{L2}^{\bullet}} & jX_{L2}^{\bullet}(1-j/Q_{2}) & \dots & j\sqrt{X_{L2}^{\bullet}X_{Ln}^{\bullet}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ j\sqrt{X_{L1}^{\bullet}X_{Ln}^{\bullet}} & j\sqrt{X_{L2}^{\bullet}X_{Ln}^{\bullet}} & \dots & jX_{Ln}^{\bullet}(1-j/Q_{n}) \end{bmatrix}.$$

Analogicznie równanie (2) zostaje sprowadzone do postaci:

(8) 
$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{2}^{\bullet} \\ \underline{U}_{3}^{\bullet} \\ \dots \\ \underline{U}_{n}^{\bullet} \end{bmatrix} = \underline{Z}_{CR}^{\bullet} \begin{bmatrix} \underline{I}_{2}^{\bullet} \\ \underline{I}_{3}^{\bullet} \\ \dots \\ \underline{I}_{n}^{\bullet} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} jX_{C2}^{\bullet} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & jX_{C3}^{\bullet} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -1 + jX_{Cn}^{\bullet} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{2}^{\bullet} \\ \underline{I}_{3}^{\bullet} \\ \dots \\ \underline{I}_{n}^{\bullet} \end{bmatrix}.$$

W celu uproszczenia tworzonego modelu zakłada się, że zespolone wymuszenie prądowe <u>*I*</u><sub>1</sub> zawiera jedynie składową rzeczywistą, odpowiadającą wartości skutecznej (<u>*I*</u><sub>1</sub> = |<u>*I*</u><sub>1</sub>| = *I*<sub>1</sub>; <u>*I*</u><sub>1</sub> = 1). Ostatecznie równania (5) i (8) rozwiązywane są względem prądów cewek, uzyskując:

(9) 
$$\underline{I}^{\bullet} = \left[1, \left(\left[\underline{Z}_{CR}^{\bullet} - K \circ \underline{Z}_{L}^{\bullet}(2...n, 2...n)\right]^{-1} \cdot K \circ \underline{Z}_{L}^{\bullet}(2...n, 1)\right)^{T}\right]^{T},$$

gdzie  $K \circ \underline{Z}_L(a,b)$  jest podmacierzą macierzy  $K \circ \underline{Z}_L$  o danych przez a i b zakresach elementów.

Następnie, na podstawie obliczonego względnego wektora prądu  $\underline{I}$  oraz równania (5) obliczone mogą zostać względne napięcia cewek  $\underline{U}$ . Z kolei względne moce czynne cewki wejściowej (moc wejściowa) oraz cewki wyjściowej (moc wyjściowa) opisują odpowiednio zależności (10) i (11), a sprawność kaskady wyraża się zależnością (12).

(10) 
$$P_1^{\bullet} = \operatorname{Re}\left(\underline{U}_1^{\bullet}\underline{I}_1^{\bullet*}\right) = \operatorname{Re}\left(\underline{U}_1^{\bullet}\right) = \frac{P_1}{I_1^2 R_L}$$

(11) 
$$P_n^{\bullet} = -\operatorname{Re}\left(\underline{U}_n^{\bullet} \underline{I}_n^{\bullet*}\right) = \frac{P_n}{I_1^2 R_L}$$

(12) 
$$\eta = \frac{P_n^{\bullet}}{P_1^{\bullet}}$$

Znając względne parametry modelu kaskady cewek możliwe staje się obliczenie jej parametrów bezwzględnych. Uwzględniając sprawność kaskady  $\eta$  oraz zakładając moc wyjściową  $P_n$  i rezystancję obciążenia  $R_L$ , wymagana wartość skuteczna prądu zasilania (cewki wejściowej) wynosi:

(13) 
$$I_{1} = \sqrt{\frac{P_{n}/\eta}{R_{1}^{\bullet}R_{L}}}, \quad R_{1}^{\bullet} = \operatorname{Re}\left(\frac{\underline{U}_{1}^{\bullet}}{\underline{I}_{1}^{\bullet}}\right) \stackrel{=}{\underset{l_{1}^{\bullet}=1}{=}} \operatorname{Re}\left(\underline{U}_{1}^{\bullet}\right),$$

gdzie *R*<sup>\*</sup><sub>1</sub> oznacza względną rezystancję wejściową kaskady. Wartości bezwzględne prądów i napięć cewek obliczane są jako:

(14) 
$$\underline{I} = \underline{I}^{\bullet} I_1, \ \underline{U} = \underline{U}^{\bullet} I_1 R_L.$$

## Metoda projektowania kaskady cewek

Każdy proces projektowy wymaga przyjęcia pewnych założeń (danych i warunków) wstępnych, a następnie wyznaczane są pozostałe (poszukiwane) parametry. Istotną rolę w tym procesie odgrywają parametry cewek sprzężonych magnetycznie, tworzących kaskadę, które związane są z ich konstrukcją (wymiarami, wzajemnym rozmieszczeniem, rodzajem uzwojeń) oraz z częstotliwością pracy, mającą wpływ na rezystancje pasożytnicze cewek. Bazując na literaturze [8], [9], przedstawiono zależności umożliwiające wyznaczenie parametrów cewek niezbędnych do utworzenia macierzowego modelu kaskady. Należy jednocześnie zauważyć, że w pewnych przypadkach parametry te mogą zostać uzyskane na drodze pomiarowej lub uproszczając, wartości niektórych z nich przyjęte z góry.

W ramach artykułu zakłada się, że brane są pod uwagę płaskie cewki spiralne, umieszczone współosiowo, o uzwojeniach nawiniętych licą. Dane konstrukcyjne przykładowej cewki zaznaczono na rysunku 5. Spełniają one zależność (15), gdzie *l* stanowi całkowitą długość licy.



Rys.5. Pojedyncza cewka płaska ( $d_{out}$ ,  $d_{in}$  – średnica zewnętrzna / wewnętrzna, w – średnica licy, p – odstęp pomiędzy zwojami, N – liczba zwojów)

(15) 
$$d_{\rm in} = d_{\rm out} - 2(N(w+p)-p)$$
$$l = \frac{1}{2}N\pi(d_{\rm out} + d_{\rm in})$$

Indukcyjność własna *L* cewki płaskiej określona jest następująco [8]:

(16) 
$$L = \frac{1}{2} \mu_0 N^2 d_{avg} \left[ \ln \left( \frac{2,46}{\rho} \right) + 0,20 \rho^2 \right],$$

gdzie  $d_{\text{avg}} = (d_{\text{out}} + d_{\text{in}})/2, \rho = (d_{\text{out}} - d_{\text{in}})/(d_{\text{out}} + d_{\text{in}}).$ 

Indukcyjności cewek obliczane za pomocą zależności (16) odbiegają jedynie do 5% od wartości uzyskiwanych dokładniejszą metodą elementów skończonych [8].

Na rezystancję pasożytniczą cewki związaną z przepływem prądu zmiennego wpływ mają dwa efekty – naskórkowy oraz zbliżenia. W przypadku cewki płaskiej o uzwojeniach wykonanych z licy właściwie dobranej pod względem częstotliwości pracy dominującą rolę może odgrywać efekt zbliżenia. Początkowo wyznacza się rezystancję cewki dla prądu stałego:

$$(17) R_{\rm DC} = r_{\rm DC} l$$

gdzie r<sub>DC</sub> jest rezystancją licy na jednostkę długości.

Następnie oblicza się rezystancję pasożytniczą cewki [9]:

(18) 
$$R = R_{\rm DC} \left( 1 + (f/f_{\rm h})^2 \right),$$

gdzie f jest częstotliwością pracy, a  $f_h$  częstotliwością, przy której rezystancja cewki zwiększa się dwukrotnie względem rezystancji dla prądu stałego.

Obliczenie rezystancji cewki R wymaga wcześniejszego określenia częstotliwości  $f_h$  na podstawie charakterystyk podanych w pracy [9].

Dwie przykładowe cewki płaskie umieszczone współosiowo przedstawiono na rysunku 6. Do wyznaczenia indukcyjności wzajemnej tych cewek stosowana jest zasada superpozycji, polegająca na zsumowaniu indukcyjności wzajemnych pomiędzy poszczególnymi zwojami każdej z cewek (19).



Rys.6. Dwie cewki płaskie

(19) 
$$M = \sum_{p=1}^{N_1} \sum_{q=1}^{N_2} M_{pq}$$

gdzie porazqoznaczają poszczególne zwoje odpowiednich cewek.

Indukcyjność wzajemna dwóch zwojów o średnicach  $d_p$  oraz  $d_q$ , znajdujących się w odległości z, opisana jest następująco [8]:

(20) 
$$M_{pq} = \frac{1}{2} \mu_0 \sqrt{d_p d_q} \left[ \left( \frac{2}{g} - g \right) K(g) - \frac{2}{g} E(g) \right],$$

gdzie K(g) oraz E(g) stanowią całki eliptyczne zupełne, a parametr *g* obliczany jest zgodnie z zależnością:

(21) 
$$g = \sqrt{\frac{4d_p d_q}{\left(d_p + d_q\right)^2 + 4z^2}}.$$

Metoda projektowania kaskady cewek bazuje na opracowanym wcześniej względnym modelu macierzowym. Dodatkowo wybierane są parametry, których wartości są zadawane oraz parametry decyzyjne, których wartości są poszukiwane w procesie optymalizacji. Realizowane jest to przez wprowadzenie funkcji celu zależnej od parametrów decyzyjnych oraz zawierającej zadany warunek lub warunki optymalizacji – w zamieszczonym przykładzie warunek maksimum sprawności. W procesie optymalizacji wartość funkcji celu jest minimalizowana, aż do znalezienia wartości optymalnych parametrów decyzyjnych.

#### Przykład

Przykład ilustruje przebieg metody projektowania rezonansowej kaskady cewek ze względu na warunek jak najwyższej sprawności.

Zakłada się, że konstrukcja kaskady jest już wstępnie znana, tzn. określone są: odległość przesyłu, liczba równomiernie rozmieszczonych, jednakowych cewek ( $L = L_i$ ,  $R = R_i$ ) oraz ich dane konstrukcyjne. Parametrami poszukiwanymi są rezystancja obciążenia  $R_L$  oraz pojemności kondensatorów rezonansowych  $C_i$ , co w zapisie względnym odpowiada poszukiwaniu parametrów decyzyjnych  $X_L$  i  $X_{Ci}$ . W przypadku maksymalizowania sprawności kaskady funkcja celu przyjmuje postać:

$$(22) f(X_L^{\bullet}, X_{Ci}^{\bullet}) = 1 - \eta,$$

gdzie i = 2...n.

W ogólnym przypadku metoda projektowania może przebiegać inaczej. Przykładowo, znając moc wyjściową oraz rezystancję obciążenia poszukiwane mogą być inne parametry kaskady, dla których przesył energii odbywałby się z jak najwyższą sprawnością. Metoda projektowania jest wówczas znacznie bardziej złożona, gdyż poszukiwane mogą być m.in. parametry cewek, które związane są z konstrukcją kaskady. Z reguły będzie wymagało to wykonania kilku iteracji lub zastosowania uogólnionej metody projektowania kaskady – metoda taka jest aktualnie opracowywana i będzie przedmiotem przyszłej publikacji. W prezentowanym przykładzie rezystancja obciążenia jest wynikiem procesu optymalizacji, z kolei moc wyjściowa zadawana jest przez odpowiedni dobór prądu zasilania – pomijane są ograniczenia związane z poszczególnymi podzespołami kaskady.

Dane projektowe: Moc wyjściowa wynosi 100 W, natomiast częstotliwość pracy 100 kHz. Kaskada składa się z 10 cewek ( $d_{out} = 14$  cm, p = 0, w = 2 mm, N = 10), rozmieszczonych współosiowo co 5 cm, czyli przesył energii odbywa się na odległość 45 cm. Uzwojenia cewek wykonane są z licy (405 x 0,071 mm).

Na podstawie zależności (16) i (18) uzyskuje się:  $L = 20,3 \ \mu\text{H}, R = 51 \ \text{m}\Omega \ (Q = 250)$ . Korzystając z zależności (16), (19) i (6), obliczane są wartości współczynnika sprzężenia magnetycznego k pomiędzy dwoma cewkami (rys. 7). Uzyskana charakterystyka służy do utworzenia macierzy współczynników K (6).



Rys.7. Współczynnik sprzężenia k w funkcji odległości z

Proces optymalizacji wyjaśnia rysunek 8. Danymi wejściowymi są dobroć własna pojedynczej cewki Q oraz macierz współczynników *K*. Względnym parametrom decyzyjnym  $X_L$  oraz  $X_{Ci}$  nadawane są wartości początkowe. Wartość początkową parametru  $X_L$  określono jako  $X_L^* = 1 / k$  (z = 5 cm) – analogicznie jak dla układu dwucewkowego [10], natomiast wartości parametrów  $X_{Ci}$ , przyjmując warunek rezonansu ( $X_{Ci} = X_L$ ). Następnie obliczane są macierze  $\mathbf{Z}_{CR}$  i  $\mathbf{Z}_L$ , sprawność  $\eta$  oraz wartość funkcji celu (22). Do poszukiwania minimum funkcji celu zastosowano procedurę optymalizacyjną *fminsearch* wbudowaną w pakiet oprogramowania Matlab. Proces optymalizacji kończy się znalezieniem parametrów optymalnych  $X_{Ci}$  i  $X_L$ .



Rys.8. Proces optymalizacji

Proces optymalizacji przeprowadzono dla dwóch metod (przypadków). Za pierwszym razem przyjęto, że pojemności kondensatorów mogą być całkowicie dowolne – metoda nC, dla której poszukiwane są wartości reaktancji  $X_{c2}...X_{c10}$ . Analizując uzyskane wyniki stwierdzono, że ze względu na symetrię kaskady wystarczające jest wyznaczenie jedynie trzech pojemności – metoda 3C, dla której  $X_{c2} = X_{c9}, X_{c} = X_{c3}...X_{c8}$  oraz  $X_{c10}$ . Wyniki optymalizacji zestawiono w tabelach 1, 2 i 3. Wartości bezwzględne obliczono zgodnie z zależnościami (4) i (14).

Tabela 1. Sprawności, względne reaktancje indukcyjne, rezystancje obciążenia oraz wartości skuteczne prądu zasilania

| obciązenia oraz wartości skuteczne prądu zasilania |      |             |                    |           |  |  |  |
|--|------|-------------|--------------------|-----------|--|--|--|
| Metoda   | η, % | $X_{\rm L}$ | $R_{\rm L} \Omega$ | $I_{1,}A$ |  |  |  |
| nC   | 86,9 | 3,82        | 3,34               | 5,86      |  |  |  |
| 3C   | 86,9 | 3,77        | 3,38               | 5,83      |  |  |  |

Tabela 2. Względne reaktancje pojemnościowe

| Metoda | $X_{C2}$ | $X_{C3}$ | $X_{C4}$ | $X_{C5}$ | $X_{C6}$ | $X_{C7}$ | $X_{C8}$ | $X_{C9}$ | $X_{C10}$ |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| nC     | 4,63     | 5,14     | 5,27     | 5,29     | 5,29     | 5,27     | 5,14     | 4,63     | 3,87      |
| 3C     | 4,52     | 5,20     |          |          |          |          | 4,52     | 3,86     |           |

Tabela 3. Pojemności kondensatorów (nF)

| Metoda | $C_2$ | 2    | <i>C</i> <sub>3</sub> | $C_4$ | $C_5$ | $C_6$ | <i>C</i> <sub>7</sub> | $C_8$ | $C_9$ | $C_{10}$ |
|--------|-------|------|-----------------------|-------|-------|-------|-----------------------|-------|-------|----------|
| nC     | 102   | ,7 9 | 92,7                  | 90,4  | 90,0  | 90,0  | 90,4                  | 92,7  | 102,7 | 123,0    |
| 3C     | 104   | ,2   | 90,6                  |       |       |       |                       |       | 104,2 | 122,1    |

Z zamieszczonych tabel wynika, że dla metod nC i 3C uzyskuje się zbliżone parametry kaskady. Wyznaczone rozkłady wartości skutecznych prądów cewek (rys. 9) są podobnie zbalansowane dla obu metod, zapewniając wysoką sprawność.



Rys.9. Prądy poszczególnych cewek dla metod nC i 3C

## Weryfikacja eksperymentalna

Na bazie przedstawionego przykładu, dla metody projektowania 3C, skonstruowano kaskadę cewek (rys. 10), którą następnie poddano badaniom laboratoryjnym.



Rys.10. Laboratoryjna kaskada cewek

pomiarów były Przedmiotem wszystkie istotne parametry kaskady. Parametry cewek (indukcyjności własne  $L_i$  i wzajemne  $M_{ik}$ , rezystancje pasożytnicze  $R_i$ ) oraz pojemności kondensatorów zmierzono przy częstotliwości 100 kHz precyzyjnym analizatorem impedancji Agilent 4294A. Wyznaczone wartości współczynnika sprzężenia magnetycznego k dla różnych odległości pomiędzy cewkami (wielokrotności 5 cm) zaznaczono na rysunku 7. Różnice względne wartości zmierzonych w porównaniu 7 obliczonymi nie przekraczają 5%. Porównanie pozostałych parametrów zamieszczono w tabeli 4.

Tabela 4. Pomiary i porównanie parametrów cewek i kondensatorów

| $L_i, \mu H$ | $\Delta L_i$ , % | $R_i$ , m $\Omega$ | $\Delta R_{i}$ , % | $C_i$ , nF | $\Delta C_i, \%$ |
|--------------|------------------|--------------------|--------------------|------------|------------------|
| 19,5         | -4,1             | 55                 | 7,3                | -          | -                |
| 19,6         | -3,6             | 53                 | 3,8                | 104,2      | 0,0              |
| 19,5         | -4,1             | 58                 | 12,1               | 90,5       | -0,1             |
| 19,6         | -3,6             | 57                 | 10,5               | 90,5       | -0,1             |
| 19,6         | -3,6             | 55                 | 7,3                | 90,6       | 0,0              |
| 19,6         | -3,6             | 56                 | 8,9                | 90,5       | -0,1             |
| 19,5         | -4,1             | 56                 | 8,9                | 90,4       | -0,2             |
| 19,6         | -3,6             | 55                 | 7,3                | 90,7       | 0,1              |
| 19,5         | -4,1             | 55                 | 7,3                | 104,2      | 0,0              |
| 19,6         | -3,6             | 56                 | 8,9                | 122,5      | 0,3              |

 $\Delta X = (X_{\text{pomiar}} - X_{\text{obliczenia}}) / X_{\text{pomiar}} \cdot 100\%$ 

Wyniki pomiarów indukcyjności własnych  $L_i$  oraz rezystancji pasożytniczych  $R_i$  uzyskane dla poszczególnych cewek są zbliżone. Wymagane pojemności  $C_i$  zestawiono, łącząc równolegle kondensatory foliowe typu FKP.

W celu dokonania badań laboratoryjnych cewkę wejściową kaskady zasilono z falownika klasy DE poprzez szeregowy kondensator  $C_1$  o dobranej eksperymentalnie pojemności 131 nF. Pojemność ta zapewnia w przybliżeniu optymalne warunki komutacji tranzystorów falownika. Pełny mostek falownika utworzono z tranzystorów MOSFET typu IPP200N15N3. Ponadto, do cewki wyjściowej przyłączono w przybliżeniu bezindukcyjny rezystor mocy o wartości 3,42  $\Omega$ . Rezystor wykonano z połączonych równolegle 22 rezystorów typu MP930 o wartości 75  $\Omega$  każdy. Pomiarów napięć i prądów poszczególnych cewek dokonano metodą oscyloskopową – oscyloskop Agilent DSO-X-2004, sondy napięciowe N2791A i prądowe N2774A.

Przy częstotliwości pracy 100 kHz oraz mocy wyjściowej 100 W wartość skuteczna prądu cewki wejściowej była równa 6,12 A. Wyznaczona sprawność kaskady cewek wyniosła 85,5%, natomiast sprawność całkowita, uwzględniająca dodatkowo straty mocy falownika na poziomie 3 W, osiągnęła 83,3%.

Dokonano również pomiaru rozkładu wartości skutecznych prądów cewek (rys. 11). Można zauważyć, że zmierzone i obliczone rozkłady prądów w przybliżeniu pokrywają się – różnice względne nie przekraczają 7%.

Przeprowadzone badania laboratoryjne pozytywnie weryfikują opracowany względny model macierzowy kaskady oraz wykorzystującą go metodę projektowania.



Rys.11. Weryfikacja rozkładów prądów cewek

## Metoda transformacji parametrów kaskady

W ostatniej części artykułu przedyskutowano właściwości kaskady cewek związane z możliwością uzyskania prostej transformacji parametrów po stronie obciążenia lub zasilania. Polega ona na zmianie relacji pomiędzy napięciem a prądem cewki wyjściowej lub wejściowej przy zachowaniu optymalnych warunków pracy kaskady – praca z maksymalną sprawnością.

Na wstępie zakłada się, że ograniczone zmiany konstrukcyjne cewki wyjściowej lub wejściowej mają pomijalny wpływ na wartości współczynników sprzężeń magnetycznych macierzy K (6). Założenie to jest w przybliżeniu spełnione, gdy geometria kaskady zostaje zachowana - wymiary zewnętrzne cewek i ich wzajemne usytuowanie ulegają niewielkim zmianom. Analizując opracowany model kaskady, można wykazać, że zmianie x – krotnej indukcyjności cewki wyjściowej (zachowując jej dobroć własną), zmianie 1/x - krotnejpojemności przyłączonej do tej cewki oraz zmianie x - krotnejrezystancji obciążenia towarzyszy jedynie zmiana parametrów związanych z tą cewką. Przy zachowaniu mocy wyjściowej napięcia i prądy pozostałych cewek pozostają niezmienne, natomiast napięcie cewki wyjściowej zmienia się  $\sqrt{x}$  – krotnie, a jej prąd odpowiednio  $1/\sqrt{x}$  – krotnie. Kaskada w przybliżeniu nadal pracuje z taką samą sprawnością.

W analogiczny sposób można zmodyfikować parametry cewki wejściowej, uzyskując możliwość transformacji parametrów kaskady do wymagań zasilającego ją falownika. Należy również zauważyć, że podobnie mogą również zostać zmodyfikowane parametry innych cewek.

Przedstawioną metodę transformacji po stronie obciążenia zilustrowano za pomocą następującego przykładu. W miejsce pojedynczej cewki wyjściowej wprowadzono cewkę podwójną, złożoną z dwóch jednakowych cewek przyłożonych współosiowo jedna do drugiej. Cewki połączono szeregowo, w taki sposób, aby uzyskać sprzężenie magnetyczne zgodne. Dokonując pomiaru ich parametrów zastępczych za pomocą analizatora impedancji, przy częstotliwości 100 kHz, uzyskano:  $L_{10}$  = 75,3 µH,  $R_{10}$  = 110 mΩ. Indukcyjność cewki wyjściowej uległa więc 3,8-krotnemu zwiększeniu (x = 3,8). Teoretycznie wzrost ten powinien być 4 – krotny, ale współczynnik sprzężenia magnetycznego pomiędzy składowymi cewkami był mniejszy od jedności i wynosił 0,9. Następnie pojemność kondensatora C<sub>10</sub> zmniejszono około 3,8 – krotnie ( $C_{10}$  = 31,4 nF) oraz rezystancję obciążenia  $R_{\rm L}$ zwiększono w przybliżeniu 3,8 - krotnie ( $R_{\text{L}} = 12,51 \Omega$ ). Tak zmodyfikowaną kaskadę ponownie zasilono z falownika klasy DE, uzyskując przy częstotliwości pracy 100 kHz oraz wyjściowej 100 W:  $I_1 = 6,05 \text{ A}, I_{10} = 2,77 \text{ A},$ mocy  $\eta$  = 85,5%. Prąd  $I_1$  oraz sprawność  $\eta$  w przybliżeniu nie zmieniły się, natomiast prąd  $I_{10}$  zmniejszył się około  $\sqrt{3,8}$  – krotnie w porównaniu z przypadkiem zastosowania jednakowych cewek (bez transformacji). Dokonano również pomiaru rozkładu prądów cewek oraz porównano go z wcześniej zarejestrowanym przypadkiem (rys. 12). Rozkłady są prawie identyczne, z wyjątkiem prądu podwójnej cewki wyjściowej. Potwierdza to właściwości przedstawionej metody transformacji.



Rys.12. Metoda transformacji – porównanie rozkładów prądów

#### Wnioski

Zaprezentowany względny model macierzowy pozwala w uporządkowany i efektywny sposób określać właściwości rezonansowej kaskady cewek przeznaczonej do bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej.

Zaproponowana metoda projektowania 3C umożliwia optymalizację właściwości kaskady cewek ze względu na zadane kryterium – np. uzyskanie jak najwyższej sprawności. Metoda ta stanowi kompromis pomiędzy dokładnością a względnie prostą realizowalnością. Dla parametrów kaskady dobranych z warunku maksimum sprawności uzyskuje się zbalansowany rozkład prądów poszczególnych cewek i towarzyszący temu zbalansowany rozkład napięć.

Przeprowadzona weryfikacja eksperymentalna potwierdziła poprawność przyjętych założeń oraz przydatność praktyczną modelu i metody projektowania do wyznaczania i projektowania układów bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej. Przy częstotliwości 100 kHz, mocy wyjściowej 100 W i przesyle na odległość 45 cm sprawność laboratoryjnej kaskady wyniosła 85,5%.

W ramach kontynuacji przeprowadzonych badań opracowana zostanie uogólniona metoda projektowania rezonansowej kaskady cewek sprzężonych magnetycznie.

Autorzy: dr hab. inż. Zbigniew Kaczmarczyk, prof. Pol. Śl., Politechnika Katedra Energoelektroniki, Śląska, Napedu Elektrycznego i Robotyki, ul. B. Krzywoustego 2, 44-100 Gliwice, E-mail: Zbigniew.Kaczmarczyk@polsl.pl; mgr inż. Krystian Frania, Politechnika Śląska, Katedra Energoelektroniki, Napedu Elektrycznego i Robotyki, ul. B. Krzywoustego 2, 44-100 Gliwice, E-mail: Krystian.Frania@polsl.pl; dr inż. Krzysztof Bodzek, Energoelektroniki, Politechnika Śląska, Katedra Napedu Elektrycznego i Robotyki, ul. B. Krzywoustego 2, 44-100 Gliwice, E-mail: <u>Krzysztof.Bodzek@polsl.pl;</u> dr inż. Adam Ruszczyk, Korporacyjne Centrum Badawcze ABB, ul. Starowiślna 13A, 31-038 Kraków, E-mail: Adam.Ruszczyk@pl.abb.com.

# LITERATURA

- Imura T., Okabe H., Hori Y., Basic Experimental Study on Helical Antennas of Wireless Power Transfer for Electric Vehicles by using Magnetic Resonant Couplings, IEEE Conference on Vehicle Power and Propulsion, (2009), 936-940
- [2] Byungcho C., Jaehyun N., Honnyong C., Taeyoung A., Seungwon C., Design and Implementation of Low-Profile Contactless Battery Charger Using Planar Printed Circuit Board Windings as Energy Transfer Device, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 51 (2004), n.1
- [3] Chen Q., Wong S., Tse C., Ruan X., Analysis, Design, and Control of a Transcutaneous Power Regulator for Artificial Hearts, *IEEE Trans. on Biomedical Circuits and Systems*, 3 (2009), n.1, 23-31
- [4] Moradewicz A., Kaźmierkowski M., Resonant Converter Based Contactless Power Supply for Robots and Manipulators, *Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems*, (2008), n.2, 20-25
- [5] Judek S., Karwowski K., Analysis of Inductive Power Transfer Systems for Variable Air Gap and Voltage Supply Frequency, IEEE Symp. on Industrial Electronics, (2011), 1963-1968
- [6] Piróg S., Stala R., Gąsiorek S., Bezstykowe zasilanie ruchomych, separowanych odbiorników energii elektrycznej Cz. 1 i 2, *Przegląd Elektrotechniczny*, 79 (2003), nr 5, 326-363, nr 6, 410-414
- [7] Cieśla T., Kaczmarczyk Z., Stępień M., Kustosz R., Grzesik B., Prototyp układu bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej *Pomiary Automatyka Kontrola*, 56 (2010), nr 8, 922-925
- [8] Harrison R., Designing Efficient Inductive Power Links for Implantable Devices, Circuits and Systems, IEEE International Symposium, (2007)
- [9] Yang Z., Liu W., Basham E., Inductor Modeling in Wireless Links for Implementable Electronics, *IEEE Transactions on Magnetics*, 43 (2007), n.10, 3851-3860
- [10] Cieśla T., Kaczmarczyk Z., Grzesik B., Stępień M., Obwody do bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej, *Kwartalnik Elektryka*, (2009), nr 4