

Adaptacyjne metody konstrukcji siatki różnicowej przy wyznaczaniu pola elektromagnetycznego w układach rozległych

Streszczenie. Celem publikacji jest przedstawienie wybranych elementów opracowanego algorytmu metody różnic skończonych w dziedzinie częstotliwości (FDFD). Zaletą algorytmu jest możliwość dopasowania siatki różnicowej do analizowanego modelu. W publikacji zaprezentowano rozwiązanie z wykorzystaniem siatki adaptacyjnej z wprowadzeniem do algorytmu wirtualnego węzła. Porównano wyniki dla siatki gęstej (typowej w metodach: FDTD i FDFD) oraz dwóch wariantów siatek adaptowanych. Odpowiedni dobór siatki pozwala na znaczne zmniejszenie liczby stopni swobody przy jednoczesnym zachowaniu poprawności wyników. Opracowana metoda FDFD umożliwia analizę układów większej skali. Przedmiotem analizy zaproponowanych wariantów siatek różnicowych był obszar zawierający przykładową konstrukcję budowlaną. Jako przykład rozpatrzono efekty propagacji fali wokół słupa budynku o częstotliwości 2,4 GHz, generowanej przez system komunikacji bezprzewodowej.

Abstract. The aim of this article is the presentation of selected elements developed algorithm the finite difference frequency domain method (FDFD). The advantage of the described algorithm is the ability to match the mesh differential to the analyzed model. The paper presents a solution using an adaptive grid, and also allows to creation of a virtual node. They were compared to the results for dense mesh (typical in using methods: FDTD and FDFD) and two variants adaptive grids. Proper selection grid will considerably reduce the number of degrees of freedom while maintaining the accuracy of the results. The developed FDFD method allows to the analysis of larger-scale models. The analysis of the proposed options differential grids was an example of an area containing the building structure. As an example, was examined the effects of wave propagation around a column building with a frequency at 2.4 GHz, generated by wireless communication system. (The adaptive methods of construction of the differential grid in calculating the electromagnetic field in large scale models).

Słowa kluczowe: propagacja fal elektromagnetycznych, metoda różnic skończonych w dziedzinie częstotliwości (FDFD), komunikacja bezprzewodowa, materiały budowlane.

Keywords: electromagnetic waves propagation, finite difference frequency domain method (FDFD), wireless communication, building materials.

Wstęp

Numeryczna analiza zjawisk elektromagnetycznych (EM) związanych z działaniem systemów komunikacji bezprzewodowej umożliwia określenie potencjalnych pozytywnych i negatywnych efektów propagacji fal. Charakter i zakres lokalnych zaburzeń rozkładu pola zależy od konstrukcji, geometrii układów oraz materiałów w nich występujących [1, 2, 4, 5]. Pojawiające się deformacje w zakładanym rozkładzie pola są również powodowane tym, że liniowe rozmiary małych elementów konstrukcyjnych budynków, jak również ich wybranych elementów, są porównywalne z długością fal elektromagnetycznych w systemach komunikacji bezprzewodowej. Na przykład przy częstotliwości $f = 2,4$ GHz długość propagującej fali EM wynosi $\lambda_0 = 0,125$ m ($\epsilon_r = 1$) i jest zbliżona do wymiarów typowych części konstrukcyjnych budynków. Obserwowane zmiany w rozkładzie pola są wynikiem tłumienia fal w stratnych ośrodkach oraz efektów odbić fal, interferencji związanych z zróżnicowaniem parametrów materiałowych.

Przy formułowaniu modeli tego typu układów stosuje się dwa zasadniczo odmienne podejścia. W pierwszym stosuje się ujednorodnienie parametrów materiałowych powiązane z uproszczeniem modelu konstrukcyjnego. Podejście takie pozostaje uzasadnione przy analizie układów wielkiej skali, traci jednak na znaczeniu w przypadku oceny efektów w pobliżu działających źródeł pola oraz ze względu na możliwe znaczne zróżnicowanie parametrów materiałów.

W drugim podejściu, bliższym istocie metod przybliżonych uwzględnia się i dąży do wiernego odwzorowania struktury materiałów i geometrii układów. W tym przypadku modyfikacji podlega opis metody numerycznej.

W artykule poddano analizie konstrukcję i właściwości metody różnic skończonych w dziedzinie częstotliwości (Finite Difference Frequency Domain method, FDFD) [6]. Rozpatrzono różne warianty adaptacyjnej konstrukcji siatki różnicowej w przypadku obliczeń układów budowlanych. Celem prowadzonych prac było określenie warunków stosowania mechanizmów adaptacji konstrukcji

modelu numerycznego przy obliczaniu zjawisk elektromagnetycznych w układach z materiałami budowlanymi. Opracowana realizacja schematu różnicowego w dziedzinie częstotliwości ma na celu analizę rozkładu pola EM w złożonych konstrukcjach budowlanych zawierających różne materiały z wprowadzeniem np. zbrojenia.

Podstawy sformułowania metody FDFD

Występujące w dyskutowanych systemach komunikacji bezprzewodowej źródła mają charakter wąskopasmowy. Wymuszenie pola można zatem przedstawić w postaci wirującego wektora dla wartości skutecznych zespolonych [1, 4, 5]

$$(1) \quad \underline{\mathbf{E}}(f) = \underline{\mathbf{E}} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)},$$

gdzie f odpowiada wybranej częstotliwości systemu komunikacji bezprzewodowej (GSM: $f = 1,8$ GHz; Wi-Fi: $f = 2,4$ GHz lub $f = 5$ GHz).

Uwzględnienie przebiegu wymuszeń pola (1) prowadzi do opisu problemu z wykorzystaniem równań Maxwella w dziedzinie częstotliwości [1, 4, 5, 6, 8]

$$(2) \quad \nabla \times \underline{\mathbf{E}} = -j\omega \underline{\mathbf{B}},$$

$$(3) \quad \nabla \times \underline{\mathbf{H}} = \sigma \underline{\mathbf{E}} + j\omega \underline{\mathbf{D}} + \underline{\mathbf{J}}_l,$$

przy czym $\underline{\mathbf{J}}_l$ oznacza zespolony wektor gęstości prądu wymuszającego pole, zaś σ to konduktywność ośrodka.

W zakresie fal obejmującym pasmo GHz konieczne jest pośrednie uwzględnienie polaryzacji poszczególnych ośrodków. Ze względu na zakładaną monochromatyczność wymuszenia pola, lokalna wartość indukcji

$$(4) \quad \underline{\mathbf{D}} = \epsilon_0 (\epsilon_r' - j\epsilon_r'') \underline{\mathbf{E}}.$$

Po uwzględnieniu równań (3) i (4) w (2) oraz dalszych przekształceniach otrzymuje się równanie [4]

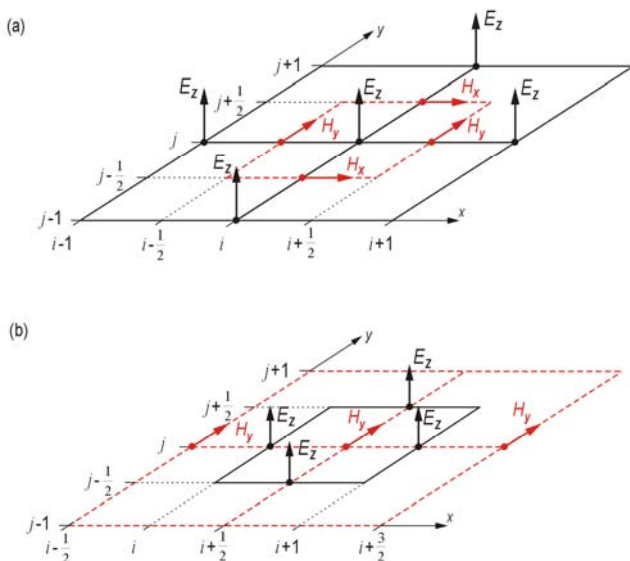
$$(5) \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \nabla \times \mathbf{E} \right) + j\omega\sigma \mathbf{E} - j\omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{J}_l$$

Specyfika konstrukcji budowlanych i regularność ich geometrii daje możliwość wpisania tworzonego modelu w kartezjański układ współrzędnych. Przy ocenie propagacji pola w materiałach budowlanych oraz konstrukcjach w ramach jednej kondygnacji budynku model układu można uprościć do wariantu dwuwymiarowego. Przekrój w płaszczyźnie poziomej pozwala określić efekty propagacji w ramach jednego piętra przy pominięciu oddziaływania zewnętrznych poziomych elementów konstrukcji oraz przyjęciu braku zmian rozkładu pola w kierunku pionowym. W dalszej analizie zjawisk, bez utraty ogólności rozważań do opisu zagadnienia dwuwymiarowego, przyjęto mod TM, w którym składowe pola magnetycznego H_x i H_y są opisane w płaszczyźnie modelu, zaś wektor E_z jest prostopadły do wyróżnionej powierzchni modelu.

Schemat różnic w dziedzinie czasu i częstotliwości

Do opisu tak przedstawionego problemu zastosowano metodę różnicową opisaną w dziedzinie częstotliwości (FDFD). W innych, szeroko prezentowanych w publikacjach realizacjach omawianego zagadnienia stosuje się sformułowanie czasowe (Finite Difference Time Domain method, FDTD), gdzie obliczenie rozkładu pola wymaga określenia chwilowych zmian pola. Ze względu na sformułowanie, opracowany algorytm częstotliwościowy FDFD prowadzi do bezpośredniego wyznaczenia rozkładu pola w stanie ustalonym z pominięciem analizy stanu nieustalonego, przy występowaniu harmonicznym źródeł pola. W przeciwieństwie do schematu czasowego FDTD, algorytm FDFD jest schematem niejawnym. Głównym ograniczeniem w jego realizacji jest konstrukcja i wykonywanie obliczeń modeli opisanych w dziedzinie liczb zespolonych.

W opracowanym sformułowaniu metody przyjęto konstrukcję z przesuniętą siatką różnicową, o dobranym kroku (Δ_x, Δ_y) (rys. 1). Struktura, w której występuje przeplot siatki dla składowych pola elektrycznego (E_z) oraz magnetycznego (H_x, H_y) odzwierciedla interpretację zjawisk elektromagnetycznych oraz jest zgodna z koncepcją zaproponowaną przez K. S. Yee przy formułowaniu metody różnicowej w dziedzinie czasu [1].



Rys.1. Dyskretyzacja równań Maxwella dla obszaru dwuwymiarowego (wariant TM) z uwzględnieniem przesuniętej siatki różnicowej

Zasadniczym warunkiem determinującym konstrukcję modelu numerycznego i wypadkowe właściwości schematu obliczeniowego jest sposób przybliżenia zmian pola po obszarze. W klasycznych algorytmach różnicowych (FDTD) dostępnych w programach [7], przyjmuje się siatkę regularną, w których krok dyskretyzacji obszaru pozostaje jednakowy we wszystkich kierunkach [1, 7]

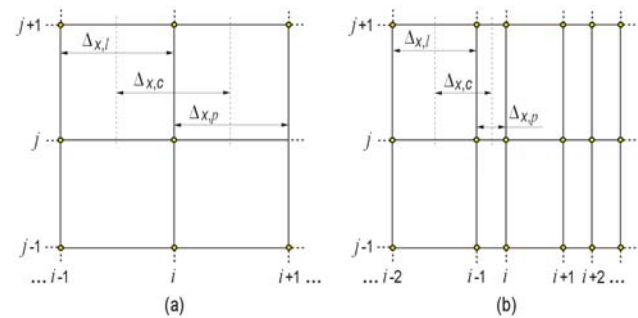
$$(6) \Delta = \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z$$

W opracowanym sformułowaniu założono, że rozmiary poszczególnych oczek mogą być różne (rys. 2). Takie podejście jest uzasadnione ze względu na specyfikę konstrukcji budowlanych. Przyjęcie adaptowalności siatki różnicowej $\Delta_x \neq \Delta_y = \text{var}$ prowadzi do zmniejszenia liczby stopni swobody. Umożliwia również dostosowanie wielkości elementów, w celu ograniczenia liczby niewiadomych opisujących rozpatrywany model. Ze względu na liniową aproksymację zmian pola, konstruowana siatka musi spełniać warunek Nyquista [3, 8]

$$(7) \{\Delta_x, \Delta_y\} \leq (\lambda/2)$$

Przy założeniu stosowania przybliżeń różnicowych rzędu pierwszego lub rzędu drugiego kryterium (7) jest warunkiem koniecznym. Ze względu na efekty dyspersji numerycznej i dążenie do ograniczenia błędów odwzorowania przestrzennych zmian pola, przyjmuje się warunek [1]

$$(8) \max(\Delta_x, \Delta_y) \leq (\lambda/10)$$

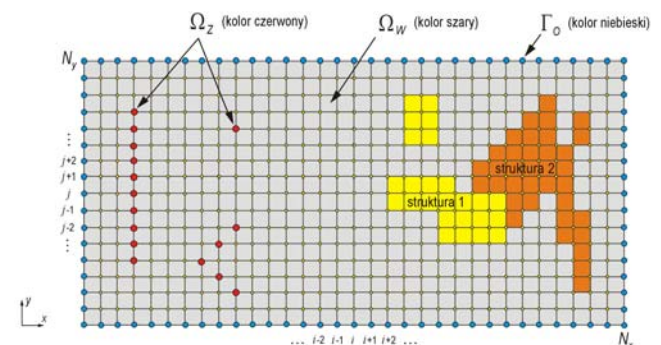


Rys.2. Siatki różnicowe zastosowane w konstrukcji algorytmu FDFD: (a) siatka regularna $\Delta_x = \Delta_y$, (b) siatka adaptacyjna $\Delta_x \neq \Delta_y$

Ze względu na specyfikę modelowanych zjawisk fizycznych, w konstrukcji tworzonego algorytmu częstotliwościowego wyróżniono trzy rodzaje obszarów i powiązanych z nimi węzłów siatki różnicowej (rys. 3)

$$(9) \Omega = \Omega_W \cup \Omega_Z \cup \Gamma_O$$

przy czym Ω_W określa obszar zawierający węzły wewnątrz analizowanego modelu, z wyłączeniem obszaru ze źródłami pola Ω_Z . Na zbiór Γ_O składają się węzły zewnętrzne utworzonego modelu. W poszczególnych obszarach zastosowano różne metody aproksymacji numerycznej.



Rys.3. Zestawienie rodzajów obszarów wyróżnionych przy konstruowaniu algorytmu FDFD

Dla każdego węzła wewnętrznego zawartego w obszarze Ω_W , opisanego ogólnym indeksem (i, j) , przy uwzględnieniu struktury materiałowej i geometrii obiektów możliwe jest przypisanie węzłów sąsiednich. Zbiór ten tworzą węzły znajdujące się w bezpośrednim otoczeniu węzła (i, j) , przy czym ich liczba oraz położenie wynikają z lokalnej konstrukcji siatki różnicowej (rys. 2). Zmiana wielkości siatki jest realizowana przy wykorzystaniu techniki h -adaptacji. Dla lokalnie określonego układu oczek, przykładowo dla osi Ox , definiuje się rozmiar sąsiednich komórek $\Delta_{x,l}$ oraz $\Delta_{x,p}$, jak również średni rozmiar przylegających oczek $\Delta_{x,c}$ (rys. 2).

Do przybliżenia pochodnych po obszarze występujących w równaniach (2) i (3) zastosowano schemat różnic centralnych Eulera [3, 8]

$$(10) \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x,y} \approx \frac{u\left(x_0 + \frac{\Delta_{x,p}}{2}, y_0\right) - u\left(x_0 - \frac{\Delta_{x,l}}{2}, y_0\right)}{\Delta_{x,c}}$$

przy czym

$$(11) \quad \Delta_{x,c} = \frac{\Delta_{x,l}}{2} + \frac{\Delta_{x,p}}{2}$$

W przypadku siatki równomiernej, stosowane przybliżenie jest rzędu drugiego. Uwzględnienie lokalnych zmian wielkości siatki prowadzi do równań opisujących wartości składowych pola określonych w dyskretyzowanym obszarze, np. dla węzła o indeksie i oraz j

$$(12) \quad {}_{i,j+\frac{1}{2}}H_x = -\frac{1}{j\omega\mu_{i,j+\frac{1}{2}}} \cdot \frac{{}_{i,j+1}E_z - {}_{i,j}E_z}{y_{i,j+1} - y_{i,j}}$$

$$(13) \quad {}_{i+\frac{1}{2},j}H_y = \frac{1}{j\omega\mu_{i+\frac{1}{2},j}} \cdot \frac{{}_{i+1,j}E_z - {}_{i,j}E_z}{x_{i+1,j} - x_{i,j}}$$

$$(14) \quad \begin{aligned} {}_{i,j}E_z(j\omega\varepsilon_{i,j} + \sigma_{i,j}) &= \\ &= \frac{{}_{i+\frac{1}{2},j}H_y - {}_{i-\frac{1}{2},j}H_y}{x_{i+\frac{1}{2},j} - x_{i-\frac{1}{2},j}} - \frac{{}_{i,j+\frac{1}{2}}H_x - {}_{i,j-\frac{1}{2}}H_x}{y_{i,j+\frac{1}{2}} - y_{i,j-\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

W przyjętym sformułowaniu stosowano równanie falowe (5), stąd po podstawieniu równań (12) i (13) do zależności (14), otrzymano wyjściową postać równania (rys. 4a)

$$(15) \quad \begin{aligned} {}_{i,j}E_z \cdot \underline{w}_{i,j} + {}_{i+1,j}E_z \cdot \underline{w}_{i+1,j} + {}_{i-1,j}E_z \cdot \underline{w}_{i-1,j} + \\ + {}_{i,j+1}E_z \cdot \underline{w}_{i,j+1} + {}_{i,j-1}E_z \cdot \underline{w}_{i,j-1} = 0 \end{aligned}$$

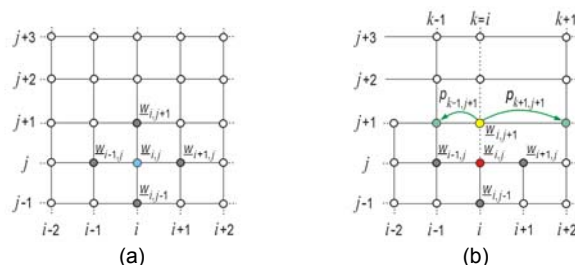
przy czym lokalnie liczone zespolone współczynniki są opisane zależnościami, np. dla węzła (i, j)

$$(16) \quad \begin{aligned} \underline{w}_{i,j} &= j\omega\varepsilon_{i,j} + \sigma_{i,j} + \frac{1}{j\omega\mu_{i+\frac{1}{2},j}} \cdot \frac{1}{\Delta_{x,c} \Delta_{x,p}} + \frac{1}{j\omega\mu_{i-\frac{1}{2},j}} \cdot \frac{1}{\Delta_{x,l} \Delta_{x,c}} \\ &+ \frac{1}{j\omega\mu_{i,j+\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{\Delta_{y,c} \Delta_{y,g}} + \frac{1}{j\omega\mu_{i,j-\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{\Delta_{y,d} \Delta_{y,c}} \end{aligned}$$

Wbudowanie mechanizmu adaptacji siatki prowadzi do wyróżnienia dwóch wariantów:

- Węzły w siatce gęstej i rzadkiej, dla których istnieją węzły sąsiednie o indeksach $(i+1, j)$, $(i-1, j)$, $(i, j+1)$, $(i, j-1)$. Ten rodzaj węzłów na rys. 4a oznaczono kolorem niebieskim. Wartość pola w węzle tej grupy ($\underline{w}_{i,j}$) określono w oparciu o równanie (15).

- Węzły na brzegu między siatkami o różnej wielkości elementów, dla których nie można określić pełnego zestawu węzłów sąsiednich (np. węzeł $\underline{w}_{i,j}$ na rys. 4b). Brakującą wartość wyznacza się jako przybliżenie, poprzez przyjęcie aproksymacji liniowych zmian pola na podstawie istniejących węzłów w siatce rzadkiej. Odpowiada to utworzeniu dodatkowego, wirtualnego węzła np. $\underline{w}_{i,j+1}$ na rys. 4b. Stanowi on dopełnienie dla węzłów siatki gęstej a obliczona w nim wartość pola jest liniową kombinacją wartości wyznaczonych w istniejących węzłach.



Rys.4. Graficzna prezentacja wyznaczania wartości natężenia pola elektrycznego w obszarze Ω_W : (a) węzeł $\underline{w}_{i,j}$ z pełnym zestawem węzłów sąsiednich, (b) węzeł $\underline{w}_{i,j}$ z wirtualnym węzłem sąsiednim (oznaczonym kolorem żółtym)

Konsekwencją przyjęcia dodatkowego węzła jest sformułowanie zmodyfikowanej postaci równania opisującego wartości w węzłach tej grupy

$$(17) \quad \begin{aligned} {}_{i,j}E_z \cdot \underline{w}_{i,j} + {}_{i+1,j}E_z \cdot \underline{w}_{i+1,j} + {}_{i-1,j}E_z \cdot \underline{w}_{i-1,j} + \\ + {}_{k-1,j+1}E_z \cdot p_{k-1,j+1} \cdot \underline{w}_{i,j+1} + {}_{k+1,j+1}E_z \cdot p_{k+1,j+1} \cdot \underline{w}_{i,j+1} + \\ + {}_{i,j-1}E_z \cdot \underline{w}_{i,j-1} = 0 \end{aligned}$$

W porównaniu do równania (15) dodatkowe współczynniki skalujące określone dla węzłów w siatce rzadkiej są opisane zależnościami

$$(18) \quad p_{k-1,j+1} = \frac{-x_{k+1,j+1}}{x_{k-1,j+1} - x_{k+1,j+1}}$$

$$(19) \quad p_{k+1,j+1} = \frac{x_{k-1,j+1}}{x_{k-1,j+1} - x_{k+1,j+1}}$$

Wyznaczone zależności (15) oraz (17) opisują wartość składowych natężenia pola elektrycznego w węzłach wewnętrznych modelu Ω_W . Stanowią one dyskretną, różnicową reprezentację równania (5), uzyskaną przy uwzględnieniu zmiany rozmiaru siatki.

Obszar Ω_Z tworzą węzły, do których przypisano źródła pola elektromagnetycznego. W ogólnym przypadku Ω_Z może być rozproszony w obszarze całego modelu. W opracowanym algorytmie FDFD przyjęto, że na jego opis mogą składać się węzły stanowiące punktowe źródła pola, jak też zbiory węzłów tworzących opis źródeł rozłożonych (np. liniowo uporządkowana sekwencja węzłów). Do charakterystyki wartości pola w węzłach obszaru Ω_Z przyjęto model źródła twardego [2, 4, 7].

Węzły na zewnętrznych krawędziach modelu Γ_o , opisane są równaniami odpowiadającymi propagacji fali w otwartą półprzestrzeń o parametrach powietrza. Do opisu zmian pola w tych węzłach przyjęto warunki Mura pierwszego rzędu [1, 8].

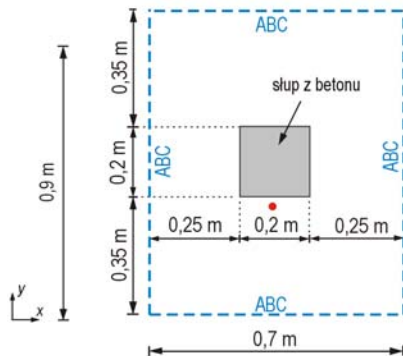
Wynikowy opis rozpatrywanego modelu uzyskuje się przez złożenie wszystkich zależności dla każdego węzła siatki. W końcowym zapisie otrzymuje się równanie macierzowe

$$(20) \quad \underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{e}} = \underline{\mathbf{b}},$$

przy czym $\underline{\mathbf{A}}$ oznacza zespoloną macierz współczynników w_{ij} . W wektorze $\underline{\mathbf{e}}$ są zgrupowane obliczane składowe pola podstawowego $i_j E_z$, $\dim \underline{\mathbf{e}} = N_{\text{DOF}}$, gdzie N_{DOF} oznacza liczbę stopni swobody. Na wektor $\underline{\mathbf{b}}$ ($\dim \underline{\mathbf{b}} = N_{\text{DOF}}$) składają się czynniki opisujące wartości źródeł pola.

Opis analizowanego zagadnienia

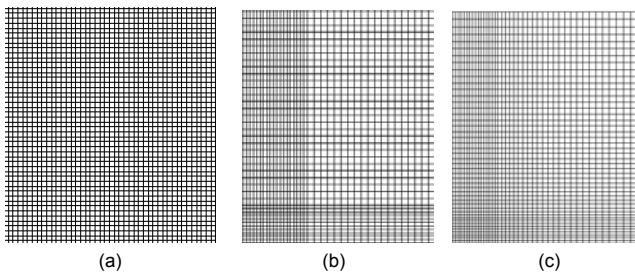
Testy dotyczące mechanizmów adaptacji przeprowadzono z wykorzystaniem modelu o wymiarach $0,7 \times 0,9$ m, zawierającego słup wykonany z betonu ($0,2 \times 0,2$ m) (rys. 5). W układzie działało punktowe źródło pola elektromagnetycznego o wartości amplitudy $\hat{E}_z = 1$ V/m, sinusoidalnie zmienne, przy częstotliwości $f = 2,4$ GHz.



Rys.5. Geometria przyjętego modelu testowego

Przy zastosowaniu opracowanego schematu FDFD porównano wyniki uzyskane przy trzech rodzajach siatek różnicowych:

1. siatka równomierna (si1), gdzie przyjęto jednorodną konstrukcję siatki ($\Delta_x \times \Delta_y = 5 \times 5$ mm), co odpowiada 25521 stopniom swobody (rys. 6a);
2. siatka adaptacyjna (si2), miejscowo zagęszczona w obszarze słupa. Przyjęta konstrukcja siatki prowadzi do zmniejszenia liczby węzłów $N_{\text{DOF}} = 10101$ (rys. 6b);
3. siatka adaptacyjna (si3) symetrycznie skalowana względem odległości od słupa. Liczba stopni swobody opisujących model wynosi 10556 (rys. 6c).



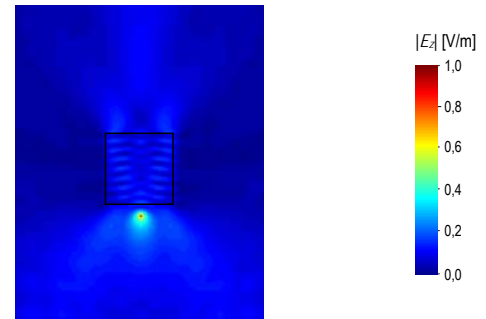
Rys.6. Analizowane rodzaje siatek różnicowych (przedstawiona 1/4 siatki, tzn. prawa górna część): (a) równomierna (si1), (b) adaptacyjna w wybranych obszarach (si2), (c) adaptacyjna ze skalowaniem (si3)

Wyniki obliczeń

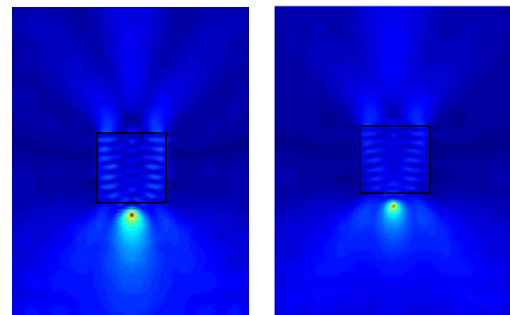
Na rysunkach 7-8 porównano rozkłady natężenia pola dla modelu ze słupem przy różnych konstrukcjach siatki. Porównując rozpatrywane warianty siatek różnicowych (si1, si2, si3) stwierdzono, że występują niewielkie różnice w wartościach natężenia pola (maksymalnie do 15%). Wspomniane zmiany są widoczne wewnątrz analizowanej konstrukcji słupa. W ramach każdego modelu zachowany

jest układ maksimum i minimum obrazujący zachodzące zjawiska falowe podczas propagacji fali.

Analiza wykazała, że najbardziej zbliżone wartości pola otrzymano przy przyjęciu siatki si1 oraz si3. Porównanie wartości natężenia pola w całym obszarze analizy w zależności od przyjętego rodzaju siatki wykazało niewielkie różnice jedynie wewnątrz konstrukcji słupa i bliskiej jego strefie do 0,6 m.



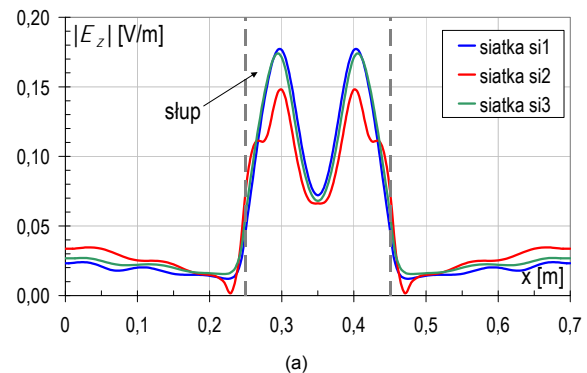
(a)



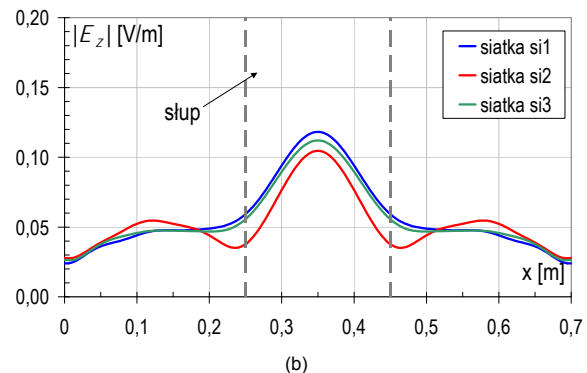
(b)

(c)

Rys.7. Dwuwymiarowy rozkład natężenia pola w modelu wyznaczony dla siatki różnicowej: (a) równomiernej (si1), (b) adaptacyjnej (si2), (c) adaptacyjnej ze skalowaniem (si3)



(a)



(b)

Rys.8. Charakterystyki wyznaczone dla rozpatrywanych wariantów siatek wzdłuż prostej: (a) $y = 0,45$ m, (b) $y = 0,8$ m

Przedstawione na rys. 8 charakterystyki uzyskano dla dwóch prostych $y = 0,45$ m oraz $y = 0,8$ m. W przypadku siatki si2, zauważono nieznaczne przesunięcia charakterystyk w okolicy słupa. Jest to spowodowane gęstością siatki na granicy ośrodków beton – powietrze. Stopniowe zwiększanie rozmiaru oczek, co dotyczy przypadku siatki si3, nie powoduje takich efektów a charakterystyki są zbliżone z wynikami uzyskanymi dla gęstej siatki (si1). Należy zwrócić uwagę, że w pozostałym obszarze wartości natężenia pola są zbliżone, co w makroskopowym podejściu uzasadnia możliwość stosowania siatek adaptacyjnych.

W przyjętych konstrukcjach siatki występują przybliżenia różnicowe rzędu drugiego (węzły wewnętrzne) oraz rzędu pierwszego (węzły brzegowe z przypisanym warunkiem Mura). Oznacza to, że wypadkowy rozkład błędów obliczeń numerycznych nie jest równomierny.

Przy stosowaniu siatki jednorodnej największy błąd przybliżenia występuje w węzłach zewnętrznych, przy aproksymacji warunków absorpcyjnych (schemat różnicowy rzędu pierwszego). W przypadku zastosowania przybliżeń różnicowych rzędu drugiego (warunki PML), które charakteryzują się lepszymi właściwościami, jednocześnie zwiększa się obszar analizy i wielkość modelu wyrażona liczbą stopni swobody.

Podsumowanie

W artykule przedstawiono opracowany algorytm różnicowy w dziedzinie częstotliwości (DFD) z włączeniem mechanizmu adaptacji siatek służący do obliczenia pola elektromagnetycznego. Opracowany schemat m.in. pozwala na wyznaczenie wartości pola w obszarach, gdzie występują złożone konstrukcje budowlane, w których umieszczono źródła komunikacji bezprzewodowej. Przy konstrukcji algorytmu rozpatrzono oraz poddano ocenie różne warianty tworzenia siatek różnicowych.

Stosowanie siatek adaptacyjnych przy odpowiednim skalowaniu i zachowaniu warunków, w porównaniu z klasyczną siatką prostokątną daje wiarygodne wyniki przy jednoczesnym zmniejszeniu liczby niewiadomych. Dzięki takiemu rozwiązaniu, które pozwala na ograniczenie zasobów pamięci dla zapisywanych

macierzy również możliwe jest modelowanie obszarów wielkiej skali przy zachowaniu warunków tworzenia siatki. Jest to jedno z rozwiązań, które umożliwia rozpatrywanie zjawisk polowych zachodzących przy propagacji fali elektromagnetycznej wewnątrz budynków mieszkalnych.

Autorzy:

dr hab. inż. Bogusław Butryło, E-mail: b.butrylo@pb.edu.pl

dr inż. Agnieszka Choroszuch, E-mail: a.choroszuch@pb.edu.pl

Politechnika Białostocka, Wydział Elektryczny,
Katedra Elektrotechniki Teoretycznej i Metrologii,
ul. Wiejska 45D, 15-351 Białystok.

LITERATURA

- [1] Taflove A., Hagness S. C., Computational electrodynamics, The Finite-Difference Time-Domain Method. Boston, Artech House, (2005)
- [2] Choroszuch A., Butryło B., The numerical analysis of the influence conductivity of clinker bricks and the size of their hollows on the distribution of the electromagnetic field, *Przegląd Elektrotechniczny*, 88 (2012), nr 11a, 351-354
- [3] Luebbers R.J., Kunz K.S., The finite difference time domain method for electromagnetics. CRS Press Inc., Boca Raton, (1993)
- [4] Butryło B., Równoległe obliczenia pola elektromagnetycznego w układach z materiałami dyspersyjnymi, monografia, Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, (2012)
- [5] Piątek Z., Jabłoński P., Podstawy teorii pola elektromagnetycznego, WNT, Warszawa, (2010)
- [6] Champagne N. J. II, Berryman J. G., Buettner H. M., FDFD: A 3D finite-difference frequency-domain code for electromagnetic induction tomography, *Journal of Computational Physics*, Academic Press, vol. 170, no. 2, 830-848(19), (2001)
- [7] Oskooi A. F., Roundyb D., Ibanescua M., Bermelc P., Joannopoulousa J. D., Johnson S. G., MEEP: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method, *Computer Physics Communications*, 181, 687-702, (2010)
- [8] Elsherbeni A. Z., Demir V., The Finite-Difference Time-Domain Method for Electromagnetics with MATLAB Simulations. SciTech Publishing, Inc, USA, (2009)