

doi:10.15199/48.2016.12.56

## Badanie związków między błędami opóźnień a innymi błędami w systemie pomiarowo-sterującym w oparciu o definicję współczynnika korelacji

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono wstępne wyniki badań dotyczących korelacji między błędami powodowanymi opóźnieniami a innymi błędami występującymi w systemie pomiarowo-sterującym. Współczynnik korelacji jest istotnym parametrem probabilistycznego opisu błędów, który musi być uwzględniany w procesie ich składania dla celów określania niedokładności danych w systemie.

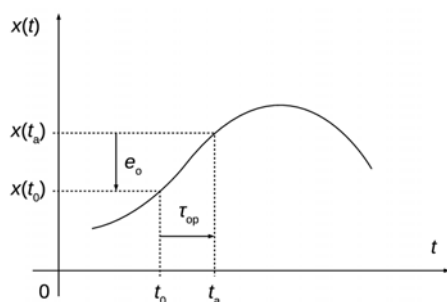
**Abstract.** Preliminary results of investigations on correlation between errors caused by delays and other errors in a measuring and control system has been presented in the paper. The correlation coefficient is an important parameter of errors which has to be taken into account in the process of their composition for data inaccuracy determination in the system. (Investigations of relationship between errors caused by delays and other errors in measuring and control system based on correlation coefficient)

**Słowa kluczowe:** błąd powodowany opóźnieniem, system pomiarowo-sterujący, współczynnik korelacji

**Keywords:** error caused by delay, measuring and control system, correlation coefficient

### Wprowadzenie

Błąd spowodowany opóźnieniem (w skrócie: błąd opóźnienia)  $e_o$  stanowi różnicę między wartością sygnału w chwili próbkowania  $x(t_0)$  a jego wartością  $x(t_a)$  w chwili wykorzystywania wyniku pomiaru przez aktuator systemu pomiarowo-sterującego. Zgodnie z rysunkiem 1 błąd ten zależy zarówno od zmienności samego sygnału, jak i od wartości opóźnienia  $\tau_{op}$  będącego różnicą momentów próbkowania  $t_0$  i wykorzystania wyniku  $t_a$ . W systemie występuje wiele tego rodzaju błędów, co wynika z faktu, że elementy systemu, takie jak kwantyzator, procesor, układy transmisji, realizujące działania na sygnale na drodze od układu próbkującego do aktuatora wymagają czasu na wykonanie swoich działań. Różnicę wartości chwilowych sygnału spowodowaną opóźnieniem można rozpatrywać oddzielnie od różnic tych wartości spowodowanych pozostałymi wieloma źródłami błędów innymi niż wynikających z opóźnienia.



Rys. 1. Graficzna interpretacja błędu powodowanego opóźnieniem

W typowym torze pomiarowym w systemie najpierw realizowane jest analogowe przetwarzanie sygnału, następnie przetwarzanie analogowo-cyfrowe, a na końcu programowe, po czym tak uzyskany wynik pomiaru przesyłany jest do aktuatorów w celu wypracowania sygnału sterującego oraz do komputerów celem wizualizacji [8, 12]. W tak zbudowanym torze występuje wiele różnego rodzaju błędów [2]. W części analogowej powstają błędy statyczne, takie jak błędy liniowości, błędy dynamiczne, generowane są szумы i zaburzenia, w kolejnym elemencie błędy próbkowania i kwantowania, a na koniec błędy przetwarzania programowego. Dodatkowym czynnikiem

powodującym powstawanie błędów pomiaru wartości chwilowych sygnałów zmiennych w czasie są opóźnienia występujące w wielu elementach systemu i związane z czasem realizacji ich działań. Można tu wymienić czas niezbędny na wykonanie kwantowania, czas przetwarzania programowego w połączeniu z czasem niezbędnym do uzyskania procesora w systemach wielozadaniowych oraz czas transmisji w połączeniu z czasem uzyskania dostępu do medium komunikacyjnego. Wszystkie wymienione błędy wpływają na niedokładność wyniku pomiaru wartości chwilowej sygnału i muszą być uwzględnione w procedurze jej wyznaczania.

Błędy w systemie pomiarowo-sterującym mogą być opisywane w sposób deterministyczny lub probabilistyczny, a w tym drugim przypadku istotnym parametrem opisu jest współczynnik korelacji, którego wartość w istotnym stopniu wpływa na sposób wyznaczania niepewności wyniku pomiaru [2]. Celem pracy jest wstępna prezentacja wyników badań dotyczących skorelowania błędów, w szczególności błędów powodowanych opóźnieniami z innymi wybranymi błędami w systemie.

W przypadku użycia opisu probabilistycznego, błąd wypadkowy można określić jako sumę błędów cząstkowych o znanych rozkładach [9], przy czym związki między błędami cząstkowymi dają się opisywać za pomocą współczynnika korelacji [2]

$$(1) \quad r(e_1, e_2) = \frac{E[e_1 - E(e_1)] \cdot E[e_2 - E(e_2)]}{\sigma(e_1) \cdot \sigma(e_2)},$$

gdzie  $e_1$ ,  $e_2$  oznaczają błędy cząstkowe opisane jako zmienne losowe,  $E$  jest symbolem wartości oczekiwanej, a  $\sigma$  oznacza odchylenie standardowe zmiennej losowej. Licznik wyrażenia (1) stanowi kowariancję zmiennych losowych  $e_1$  i  $e_2$ . Współczynnik korelacji przyjmuje wartości z zakresu od -1 do 1. W przypadku, gdy  $r(e_1, e_2) = 0$  występuje brak korelacji między zmiennymi losowymi  $e_1$  i  $e_2$ , a rozkład ich sumy można uzyskać jako wynik operacji splotu funkcji gęstości prawdopodobieństwa zmiennych losowych [1]

$$(2) \quad f_{12}(e_{12}) = f_1(e_1) * f_2(e_2),$$

gdzie  $*$  jest operatorem splotu. Dla  $r(e_1, e_2) = -1$  lub  $r(e_1, e_2) = 1$  zmienne te są ze sobą całkowicie ujemnie lub dodatnio skorelowane [1, 2], a zależność między nimi jest funkcją liniową [5]

$$(3) \quad e_2 = ae_1 + b,$$

gdzie  $a$  jest współczynnikiem kierunkowym prostej, opisującej zależność między zmiennymi, przy czym  $a \geq 0$  dla  $r(e_1, e_2) = 1$  (całkowita dodatnia korelacja) i  $a < 0$  dla  $r(e_1, e_2) = -1$  (całkowita ujemna korelacja), a  $b$  jest rzędną punktu, w którym prosta przecina oś rzędnych. W szczególnym przypadku, przy całkowitej dodatniej korelacji, gdy  $b = 0$ , zmienne losowe stają się ortogonalne, a współczynnik kierunkowy prostej otrzymuje się z zależności [5]

$$(4) \quad a = \frac{E(e_1 e_2)}{E(e_1^2)}.$$

### Korelacja błędu powodowanego opóźnieniem stałym i losowym

W przypadku sygnałów zmiennych w czasie istotnym czynnikiem wpływającym na błąd pomiaru są opóźnienia komunikacyjne. Wstępne zbadanie związków zachodzących między błędami powodowanymi stałym oraz losowym opóźnieniem transmisji wykonano dla modułów bezprzewodowych komunikujących się zgodnie ze standardem IEEE 802.15.4. Rozkład opóźnień spowodowanych transmisją przez medium w przypadku tego standardu można opisać losowym szeregiem funkcyjnym danym wzorem [6]

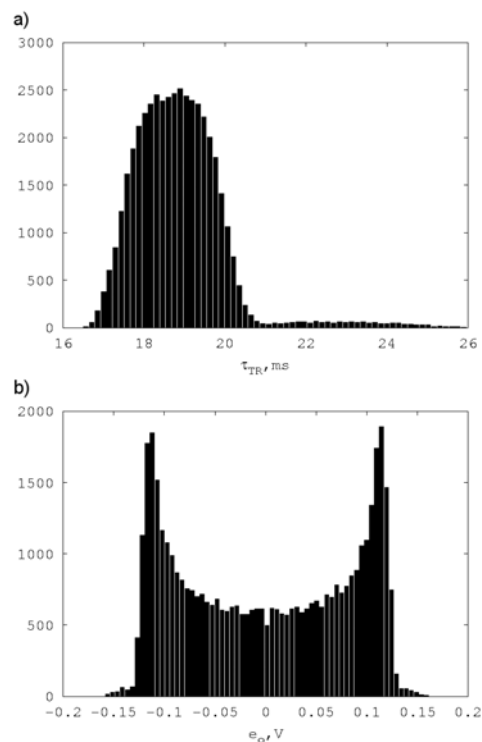
$$(5) \quad f_{TR}(\tau_{TR}) = a_0 f_T(\tau_{TR} - \tau_0) + a_1 f_T(\tau_{TR} - \tau_1) + \dots + a_k f_T(\tau_{TR} - \tau_k).$$

Funkcja gęstości prawdopodobieństwa  $f_{TR}(\cdot)$  opóźnienia całkowitego  $\tau_{TR}$  jest sumą iloczynów, z których każdy składa się z dwóch czynników. Pierwszym jest funkcja gęstości prawdopodobieństwa  $f_T(\cdot)$  opóźnienia powstającego w węzle nadawczym podczas uzyskiwania dostępu do medium, przesunięta o wartość  $\tau_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, k$ , drugim współczynnik wagowy  $a_i$ , określający prawdopodobieństwo wystąpienia powtórzenia transmisji o numerze  $i$ . Ta sama funkcja gęstości  $f_T(\cdot)$  występuje w każdym z wyrazów szeregu (5), przy czym ma ona różne współczynniki  $a_i$  i jest przesunięta o  $\tau_i$ . Funkcja  $f_T(\cdot)$  stanowi zatem pewnego rodzaju szablon odwzorowywany w różnej skali przez kolejne wyrazy ciągu (5) [6].

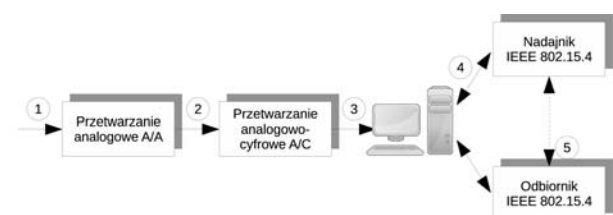
Opóźnienia bezprzewodowej transmisji danych uzyskane na drodze doświadczalnej dla modułów MaxStream Xbee Series 2 pokazano na rysunku 2a w postaci histogramu. W histogramie widoczne są dwa elementy, z których każdy jest kopią szablonu o kształcie przypominającym rozkład normalny, przy czym prawdopodobieństwo wystąpienia pierwszego elementu jest zdecydowanie większe. Oznacza to, że w warunkach przeprowadzania eksperymentu komunikacja między modułami bezprzewodowymi odbywała się bez większych problemów, w związku z czym bardzo rzadko zachodziła konieczność powtórzenia transmisji informacji.

Eksperyment przeprowadzono w warunkach, w których błędy powodowane innymi czynnikami aniżeli opóźnienia transmisji były pomijalnie małe. W przeprowadzonych badaniach wykorzystane moduły posłużyły do transmisji informacji o aktualnej wartości napięcia wejściowego systemu pomiarowo-sterującego. Za część pomiarową systemu odpowiadał komputer przemysłowy z magistralą VME, który mierzył napięcie za pośrednictwem karty 12-bitowego przetwornika analogowo-cyfrowego VADC32 o zakresie od -5 V do 5 V. Różnicę między wartością napięcia przesłaną za pośrednictwem medium

transmisyjnego do odbiornika a wartością na wyjściu przetwornika A/C w chwili odebrania danych przez odbiornik (punkty 5 i 3 na rysunku 3) dla sinusoidalnego sygnału wejściowego o amplitudzie 4 V i częstotliwości 0,25 Hz przedstawiono na rysunku 2b. Z uwagi na fakt, że czas przesłania danych przez interfejs szeregowy do modułu nadajnika jest znikomy w porównaniu z czasem transmisji przez medium bezprzewodowe rozpatrywana różnica zależy praktycznie wyłącznie od opóźnień wprowadzanych przez bezprzewodową transmisję danych, w związku z czym można ją zdefiniować jako błąd powodowany opóźnieniem transmisji. Na wypadkowy błąd wpływają zarówno stałe, jak i losowe opóźnienia transmisji danych, dlatego jego rozkład jest dość skomplikowany i trudny do opisu. Analityczny opis błędu powodowanego opóźnieniem transmisji można uprościć opisując oddzielnie funkcje gęstości prawdopodobieństwa błędów powodowanych opóźnieniem stałym i losowym. Funkcja gęstości prawdopodobieństwa błędu wypadkowego powstaje w wyniku złożenia funkcji gęstości błędów cząstkowych, przy czym operacja ta wymaga zbadania związków między błędami cząstkowymi.

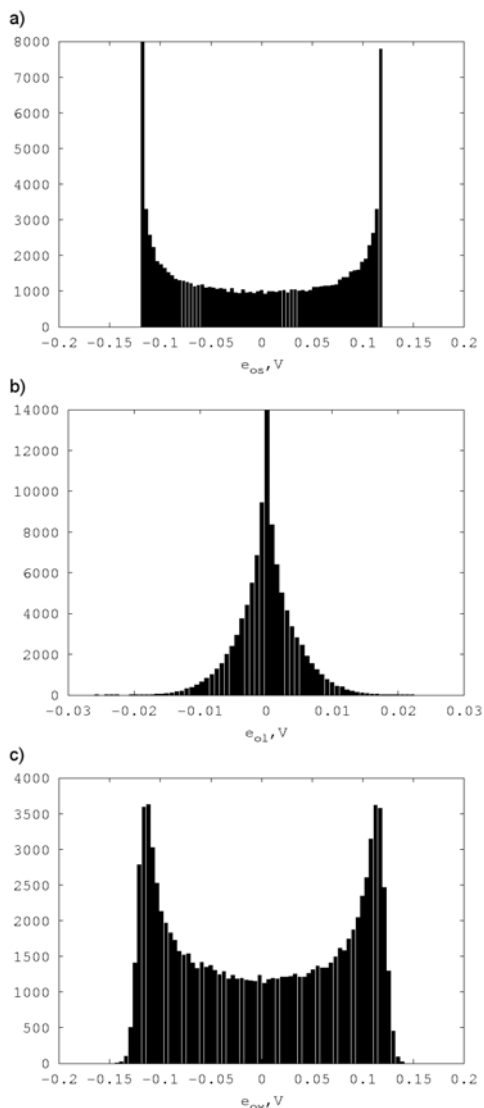


Rys.2. Histogramy uzyskane na drodze doświadczalnej dla modułów MaxStream Xbee Series 2: a) opóźnień; b) błędów powodowanych opóźnieniami dla sinusoidalnego sygnału wejściowego o amplitudzie 4 V i częstotliwości 0,25 Hz



Rys.3. Struktura toru przetwarzania w eksperymencie pomiarowo-sterującym

W celu zbadania związków między błędem powodowanym opóźnieniem stałym i losowym wykonano eksperyment symulacyjny składający się z 100 000 kroków, z których każdy polega na losowym wyborze chwili próbkowania sinusoidalnego sygnału wejściowego o amplitudzie 4 V i częstotliwości 0,25 Hz zgodnie z rozkładem jednostajnym w oknie o szerokości równej okresowi sinusoidy. W doświadczeniu błędy wyznaczono oddzielnie dla opóźnień stałych oraz losowych. Błąd powodowany stałym opóźnieniem transmisji o wartości 19 ms wyznacza się jako różnicę między wartościami napięcia w chwili próbkowania oraz w chwili opóźnionej o 19 ms w stosunku do chwili próbkowania, a następnie w podobny sposób wyznaczany jest błąd powodowany opóźnieniem losowym o rozkładzie normalnym z odchyleniem standardowym 1 ms. Z wartości obu błędów tworzone są zbiory, których histogramy licznosci pokazano na rysunkach 4a i 4b.



Rys.4. Histogramy błędów powodowanych opóźnieniami uzyskane w wyniku symulacji dla sinusoidalnego sygnału wejściowego o amplitudzie 4 V i częstotliwości 0,25 Hz: a) powodowanego opóźnieniem stałym; b) powodowanego opóźnieniem losowym; c) wypadkowego a i b

Odchylenia standardowe błędów powodowanych opóźnieniem stałym i losowym wynoszą odpowiednio

$8,44 \cdot 10^{-2}$  V i  $0,45 \cdot 10^{-2}$  V, a ich kowariancja  $1,42 \cdot 10^{-6}$  V<sup>2</sup>. Współczynnik korelacji obu błędów cząstkowych, wyznaczony na podstawie zależności (1), jest bliski zeru ( $3,77 \cdot 10^{-3}$ ), co oznacza, że błędy te praktycznie nie są ze sobą skorelowane. Zatem otrzymany w wyniku eksperymentu rozkład błędu wypadkowego, przedstawiony na rysunku 4c, może być uzyskany w wyniku splotu znanych funkcji gęstości prawdopodobieństwa obu błędów cząstkowych.

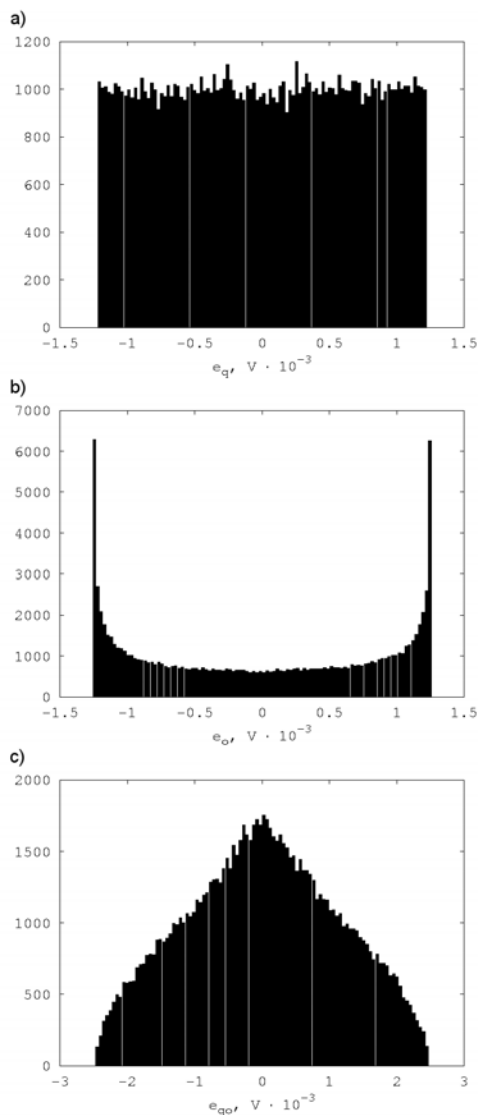
#### Korelacja błędu powodowanego opóźnieniem stałym i błędu kwantowania

Błąd kwantowania jest nieodłącznie związany z przetwarzaniem analogowo-cyfrowym, w związku z czym jest charakterystyczny dla systemów pomiarowo-sterujących. Błąd ten opisywany probabilistycznie ma rozkład jednostajny w zakresie od  $-q/2$  do  $q/2$ , gdzie  $q$  jest wartością kwantu. Wykonano kolejny eksperyment symulacyjny, w którym przyjęto, że do pomiaru próbek sygnału używany jest 12-bitowy przetwornik A/C o zakresie od -5 V do 5 V, a sygnał wejściowy przetwornika zmienia się sinusoidalnie z amplitudą 4 V i częstotliwością 0,25 Hz. Eksperyment zrealizowano przy założeniu, że jedynymi błędami występującymi w rozpatrywanej części toru przetwarzania są błędy kwantowania oraz błędy powodowane opóźnieniami stałymi. Błąd uwzględniający stałe opóźnienie realizacji algorytmu przetwarzania cyfrowego o wartości 200  $\mu$ s oraz kwantowania sygnału oblicza się jako różnicę wartości skwantowanego sygnału na wyjściu komputera, odpowiadającego za przetwarzanie cyfrowe, opóźnionego w stosunku do chwili próbkowania oraz sygnału wejściowego przetwornika A/C w chwili próbkowania (punkty 4 i 2 na rysunku 3). Histogramy błędu kwantowania, błędu powodowanego opóźnieniem oraz ich błędu wypadkowego, uzyskane dla 100 000 realizacji błędów, zamieszczono na rysunku 5.

Odchylenia standardowe błędów powodowanych opóźnieniem stałym i kwantowania wynoszą odpowiednio  $8,87 \cdot 10^{-4}$  V i  $7,05 \cdot 10^{-4}$  V, a ich kowariancja  $-4,00 \cdot 10^{-10}$  V<sup>2</sup>. Współczynnik korelacji wyznaczony dla obu zbiorów wartości błędów cząstkowych po raz kolejny jest bliski zeru ( $-6,39 \cdot 10^{-4}$ ), więc błędy te nie są ze sobą skorelowane. Zatem otrzymany w wyniku eksperymentu rozkład błędu wypadkowego, przedstawiony na rysunku 5c, może być uzyskany w wyniku splotu znanych funkcji gęstości prawdopodobieństwa obu błędów cząstkowych.

#### Korelacja błędu powodowanego opóźnieniem stałym i błędu kwantowania

W przypadku sygnałów zmiennych w czasie istotnym czynnikiem wpływającym na niedokładność przetwarzania analogowego jest błąd dynamiczny. W celu opisu związków zachodzących między tym błędem a błędem spowodowanym opóźnieniem dla sinusoidalnego sygnału wejściowego przyjęto, że opóźnienie ma wartość stałą (tak jest w przypadku kwantowania oraz przetwarzania programowego wyniku [11]). W takim przypadku, przy założeniu, że częstotliwość sygnału mierzonego jest o wiele niższa aniżeli częstotliwość graniczna przetwornika pomiarowego, będącego źródłem błędu dynamicznego kształt rozkładu tego błędu jest taki sam jak rozkładu błędu powodowanego opóźnieniem stałym [10]. Współczynnik korelacji obu błędów cząstkowych jest wtedy równy jedności [7], zatem błędy te są ze sobą całkowicie dodatnio skorelowane, a zależność między nimi jest liniowa. Dla sinusoidalnego sygnału wejściowego rozkłady obydwu błędów są symetryczne względem osi rzędnych, w związku z czym prosta opisująca zależność między błędami przechodzi przez początek układu współrzędnych ( $b=0$ ),



Rys.5. Histogramy błędów uzyskane w wyniku symulacji dla sinusoidalnego sygnału wejściowego o amplitudzie 4 V i częstotliwości 0,25 Hz: a) kwantowania, gdzie wartość kwantu  $q=(5/2^{11})$  V; b) powodowanego opóźnieniem stałym; c) wypadkowego a i b

a jej współczynnik kierunkowy  $a$  oblicza się podstawiając wartości błędów do równania (3). Błąd wypadkowy można opisać w takim przypadku zależnością

$$(6) \quad e_{do} = e_d + e_o = ae_o + e_o = e_o(1 + a),$$

gdzie:  $e_{do}$  – błąd wypadkowy,  $e_d$  – błąd dynamiczny,  $e_o$  – błąd powodowany opóźnieniem stałym. Funkcję gęstości prawdopodobieństwa błędu wypadkowego otrzymuje się poprzez przeskalowanie funkcji gęstości błędu cząstkowego [5]

$$(7) \quad f_{do}(e_{do}) = \frac{1}{1+a} f_o\left(\frac{e_{do}}{1+a}\right).$$

W rozpatrywanym przypadku rozkład błędu wypadkowego ma taki sam kształt jak rozkłady cząstkowe, a jego odchylenie standardowe można uzyskać sumując odchylenia standardowe tych rozkładów [2]. Wynika stąd wniosek, że rozkład błędu wypadkowego jest w tym

przypadku określony przez odchylenia standardowe błędów cząstkowych i ich współczynnik korelacji.

### Podsumowanie

Z przedstawionych wstępnych rezultatów badań wynika wniosek, że istotnym parametrem losowego opisu błędów w systemie jest współczynnik korelacji, od wartości którego zależy sposób składania błędów cząstkowych. W przypadku braku korelacji rozkład błędu wypadkowego można uzyskać za pomocą operacji splotu funkcji gęstości prawdopodobieństwa błędów cząstkowych. Dla całkowitej dodatniej korelacji zależność między realizacjami obu błędów jest liniowa, w związku z czym wyznaczenie funkcji gęstości prawdopodobieństwa błędu wypadkowego wymaga znajomości rozkładu jednego z błędów cząstkowych oraz określenia współczynnika proporcjonalności (3) między błędami, a następnie odpowiedniego przeskalowania (7) znanej funkcji gęstości tego błędu.

**Autor:** Mgr. inż. Marek Wymysło, Politechnika Śląska, Wydział Elektryczny, Instytut Metrologii, Elektroniki i Automatyki, ul. Akademicka 10, 44-100 Gliwice, email: Marek.Wymyslo@polsl.pl

### LITERATURA

- [1] Wymysło M.: Badanie związków między błędem powodowanym opóźnieniem a błędami przetwarzania w systemie pomiarowym, *Przegląd Elektrotechniczny*, r. 92 nr 5/2016, 185-187
- [2] Jakubiec J.: Błędy i niepewności danych w systemie pomiarowo-sterującym, *Wydawnictwo Politechniki Śląskiej*, Gliwice 2010
- [3] Jakubiec J., Wymysło M.: Errors caused by delays in measuring and control systems, *Problems and progress in metrology*, PPM'15, Kościelisko 2015, 49-52
- [4] Falie D., David L.: Correlation coefficient based on independent component analysis, *Communications (COMM)*, 2012 9th International Conference on, Bucharest 2012, 59-62
- [5] Papoulis A.: Probability, random variables, and stochastic processes, *McGraw-Hill*, Boston 2002
- [6] Jakubiec J., Krupanek B., Grygiel M.: Probabilistyczne modelowanie opóźnień komunikacyjnych w sieciach komputerowych, *ZN Elektryka*, Zeszyt 4 (216), 2010, 79-91
- [7] Wymysło M.: Badanie korelacji błędów opóźnień z innymi błędami w systemie pomiarowo-sterującym, *Systemy pomiarowe w badaniach naukowych i w przemyśle*, SP'2016, Łagów 2016, 157-160
- [8] Jakubiec J., Roj J.: Pomiarowe przetwarzanie próbkujące, *Wydawnictwo Politechniki Śląskiej*, Gliwice 2010
- [9] Konopka K.: Wpływ korelacji między błędami na współczynnik koherencji w ocenie niepewności za pomocą redukcyjnej arytmetyki interwałowej, *ZN Politechniki Łódzkiej*, z.98, Łódź 2001, 335-344
- [10] Żurkowski R.: Składanie występujących w systemie pomiarowym błędów opóźnień i przetwarzania, *PAK*, vol. 54, nr 6/2008, 368-370
- [11] Al-Raimi H.: Badanie błędów związanych z opóźnieniami w transmisji danych w systemach pomiarowych, *Praca doktorska. Politechnika Śląska*, Gliwice 2003
- [12] Winiecki W.: Organizacja komputerowych systemów pomiarowych, *Oficina Wydawnicza Politechniki Warszawskiej*, Warszawa 2005
- [13] Konopka K.: Modelowanie niepewności w torach przetwarzania analogowo-cyfrowego, *Rozprawa doktorska*, Gliwice 2004
- [14] Luque J., Escudero I., Pérez F.: Analytic Model of the Measurement Errors Caused by Communications Delay, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 17, No. 2, 2002, 334-337
- [15] Huang Y.: Stochastic delay guarantees in ZigBee cluster-tree networks, *Communications (ICC)*, 2012 IEEE International Conference on, 4926-4930
- [16] Tse D., Viswanath P.: Fundamentals of Wireless Communication, *Cambridge University Press*, 2005
- [17] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, *BIPM*, 1993