

Zastosowanie zmodyfikowanej metody różnicowej w obliczeniowej identyfikacji rozkładu pola elektrycznego

Streszczenie. Linie elektroenergetyczne są obecnie nieodłącznym elementem infrastruktury technicznej na terenach zurbanizowanych. Wraz ze zjawiskiem tzw. „rozlewania się miast” towarzyszącym rozwojowi dzisiejszych aglomeracji miejskich wiele obiektów użytkowanych przez ludzi może być w mniejszym lub większym stopniu narażonych na oddziaływanie pól elektromagnetycznych generowanych przez napowietrzne linie elektroenergetyczne. We właściwych aktach prawnych określone są graniczne maksymalne wartości natężenia zarówno dla składowej elektrycznej jak i magnetycznej pola elektromagnetycznego.

Abstract. This paper presents the method for determining the electromagnetic field with a frequency of 50 Hz generated by high voltage power lines. The problem of calculation to determine the intensity of the electric components of fields is important at the stage of project implementation or upgrading existing power lines to determine the level of its impact on the environment as well as to take the necessary steps to limit occupancy of the land designated for the location of the overhead power lines. (The modified numerical method for digital simulations of electrical fields distribution).

Słowa kluczowe: Pole elektromagnetyczne, symulacje cyfrowe, metoda elementów skończonych, linie elektroenergetyczne.

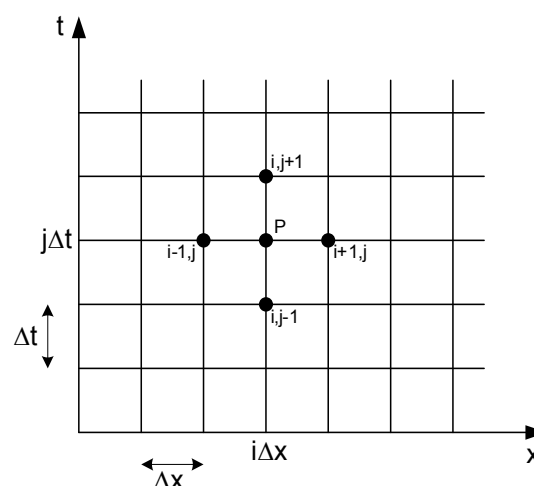
Keywords: Electromagnetical field, digital simulations, finite elements method, power lines.

Wstęp

Powszechna obecność linii oraz urządzeń elektroenergetycznych w środowisku, w którym żyją ludzie wymusiła opracowanie aktów prawnych (przepisy BHP) określających dopuszczalne natężenia pól elektromagnetycznych w miejscach, w których ludzie mogą przebywać tylko czasowo lub stale tam zamieszkiwać.

W przypadku wolnozmiennych pól elektromagnetycznych występujących w otoczeniu elektroenergetycznych obiektów liniowych wartościami granicznymi natężenia są odpowiednio: 1 kV/m dla składowej elektrycznej oraz 60 A/m dla składowej magnetycznej [1]. Podczas procesu projektowania nowych obiektów elektroenergetycznych należy sprawdzić czy występujące w miejscu lokalizacji sąsiadujących budynków mieszkalnych oraz użyteczności publicznej natężenie poszczególnych składowych pola nie przekracza dopuszczalnych wartości [2]. Aby określić rozkład pola elektromagnetycznego w przestrzeni wokół linii elektroenergetycznej można posłużyć się jedną z wielu dostępnych metod obliczeniowych. Z powodu znacznej złożoności aparatu matematycznego stosowanego do rozwiązywania zagadnień polowych obecnie proces ten jest wspomagany komputerowo. Dla pewnych klas problemów wskazane jest zastosowanie pewnych konkretnych metod obliczeniowych [3,4]. Spośród najważniejszych sposobów obliczeniowej symulacji rozkładu pól elektromagnetycznych na szczególną uwagę zasługują metody analityczne oraz metody numeryczne [5,6]. Metody analityczne z zasady dają rozwiązanie dokładne, lecz implementacja ich jest możliwa jedynie dla ograniczonego zbioru zagadnień, dla których wprowadza się pewne założenia upraszczające, takie jak np. zastąpienie rzeczywistego przewodu linii nieskończenie długą naładowaną osią. Jak wiadomo przewody linii elektroenergetycznych pomiędzy przęsłami pod wpływem działających sił układają się w kształcie krzywej łańcuchowej, której parametry są uzależnione przede wszystkim od naciągu przewodów i ich własności mechanicznych, temperatury oraz wielu innych czynników. Niektóre modele matematyczne uwzględniają rzeczywistą wielkość zwisu przewodu w danych warunkach i dalsze obliczenia wykonywane są dla prostoliniowych nieskończenie długich naładowanych osi zawieszonych na tej właśnie wyznaczonej z modelu wysokości [3,4]. Ponadto obecność dodatkowych obiektów takich jak np. drzewa,

budynki czy inne elementy infrastruktury znacząco komplikują rozważania metodami analitycznymi do tego stopnia, że po przekroczeniu pewnego poziomu złożoności uniemożliwia to prostą implementację modelu matematycznego na potrzeby obliczeń numerycznych. Z opisanych wyżej powodów uwaga twórców aplikacji wspomagających cyfrową symulację rozkładu pól elektromagnetycznych zwróciła się ku metodom elementów skończonych. Istota tych metod polega na podziale obszaru rozwiązania zagadnienia na mniejsze elementarne podobszary w sposób umożliwiający opisanie każdego z nich tzw. funkcjami kształtu, które opisują wielkości charakteryzujące rozkład pola za pomocą zależności różnicowych pochodzących wprost z równań różniczkowych [7,8]. Metody numeryczne obejmują szeroką klasę zagadnień związanych z uzyskiwaniem rozwiązań modeli matematyczno-fizycznych opisujących pewne zjawiska przy pomocy równań różniczkowych. Jako przykład zastosowania metody numerycznej posłużono się tutaj jedną z podstawowych jej odmian tzw. metodą różnicową [8,9].



Rys.1. Siatka elementów różnicowych z zaznaczonymi węzłami

Przed przystąpieniem do analizy badanego obszaru, na którym poszukujemy wartości natężenia pola elektrycznego E i/lub potencjału elektrycznego V należy podzielić ten region w płaszczyźnie $x-t$ na elementarne prostokąty o wymiarach Δx i Δt (Rys. 1).

W każdym z analizowanych punktów P funkcja $\Phi(x,t)$ jest określona następującą zależnością:

$$(1) \quad \Phi_p = \Phi(i \cdot \Delta x, j \cdot \Delta t) = \Phi(i, j)$$

dla każdego

$$\begin{array}{ll} x=i \cdot \Delta x & \text{gdzie } i=0,1,2,\dots \\ t=j \cdot \Delta t & \text{gdzie } j=0,1,2,\dots \end{array}$$

Natomiast pochodne funkcji $\Phi(x,t)$ w każdym z węzłów są wyznaczane jako centralna różnica funkcji:

(2)

$$\left. \frac{\partial \Phi(x,t)}{\partial x} \right|_{i,j} \cong \frac{\Phi(i+1, j) - \Phi(i-1, j)}{2 \cdot \Delta x}$$

$$\left. \frac{\partial \Phi(x,t)}{\partial t} \right|_{i,j} \cong \frac{\Phi(i, j+1) - \Phi(i, j-1)}{2 \cdot \Delta t}$$

$$\left. \frac{\partial^2 \Phi(x,t)}{\partial x^2} \right|_{i,j} \cong \frac{\Phi(i+1, j) - 2\Phi(i, j) + \Phi(i-1, j)}{(\Delta x)^2}$$

$$\left. \frac{\partial^2 \Phi(x,t)}{\partial t^2} \right|_{i,j} \cong \frac{\Phi(i, j+1) - 2\Phi(i, j) + \Phi(i, j-1)}{(\Delta t)^2}$$

Równanie eliptyczne (Poissona) w postaci:

$$(3) \quad \nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = g(x, t)$$

Można przekształcić w równania dla węzła i,j, a jeśli $\Delta x = \Delta t = h$ to wtedy można zapisać to następująco:

$$(4) \quad \begin{aligned} & [\Phi(i+1, j) + \Phi(i-1, j) + \Phi(i, j+1) + \Phi(i, j-1)] \\ & - 4\Phi(i, j) = h^2 g(i, j) \end{aligned}$$

Gdy prawa strona $g(x,t)=0$ wtedy mamy do czynienia z równaniem Laplace'a, które jest szczególnym przypadkiem równania Poissona'a:

$$(5) \quad \Phi(i, j) = \frac{1}{4} \cdot \left(\begin{aligned} & \Phi(i+1, j) + \Phi(i-1, j) + \\ & \Phi(i, j+1) + \Phi(i, j-1) \end{aligned} \right)$$

Działając w opisany powyżej sposób uzyskuje się dokładnie tyle równań ile jest węzłów siatki. Dla uzyskania zadowalających efektów symulacji rozkładu składowej elektrycznej pola konieczne jest zastosowanie siatki o dużej liczbie węzłów a w konsekwencji układu o dużej liczbie równań. Rozwiązując zagadnienie przy użyciu metody iteracyjnej w każdym punkcie P analizowanego obszaru przypisuje się początkowo znane wartości graniczne, natomiast wszystkim pozostałym punktom przypisuje się wartości dowolne (najczęściej zerowe lub oszacowane w inny sposób). W dalszej kolejności korzystając z przedstawionych wcześniej zależności oblicza się wartość potencjału V w każdym węźle używając do tego wartości potencjału w węzłach sąsiednich. W ten sposób uzyskuje się tzw. pierwsze przybliżenie. Następnie powtarza się operację aż do uzyskania zadanej dokładności dla funkcji siatkowej potencjału V

$$(6) \quad \max |V_h^{(j+1)} - V_h^j| \leq \varepsilon$$

gdzie $j=1,2,3,\dots$ kolejny numer iteracji [8].

Natężenie pola elektrycznego E w każdym punkcie badanego przekroju poprzecznego linii elektroenergetycznej wyznacza się z zależności:

$$(7) \quad E = -grad(V)$$

Dla dyskretnej siatki elementów różnicowych powyższa zależność wygląda następująco:

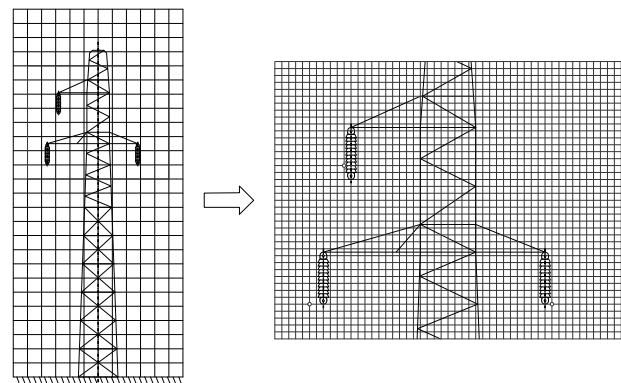
$$(8) \quad E = \frac{\max(\Delta V)_{i,j}}{h}$$

Opisaną powyżej procedurę należy wykonać osobno dla składowej rzeczywistej potencjału V_{Re} i natężenia pola elektrycznego E_{Re} oraz analogicznie dla składowej urojonej V_{Im} oraz E_{Im} po czym w celu wyznaczenia wypadkowego natężenia pola elektrycznego E w każdym z badanych punktów stosuje się wzór pozwalający na obliczenie modułu liczby zespolonej przedstawionej w postaci algebraicznej:

$$(9) \quad E = \sqrt{E_{Re}^2 + E_{Im}^2}$$

Modyfikacja metody różnicowej na potrzeby wyznaczania rozkładu potencjału elektrycznego generowanego przez linie elektroenergetyczne

W celu poprawy dokładności odwzorowania geometrii oraz wyników symulacji korzystne jest zastosowanie siatki o jak największej ilości węzłów. Ilość węzłów przekłada się bezpośrednio na czas wykonywania obliczeń. Uzyskanie zadowalającej dokładności wymaga przeprowadzenia znacznej ilości iteracji. W celu skrócenia czasu wykonania obliczeń dla zagadnień symulacyjnych zaproponowano implementację metody „dziel i zwyciężaj”. W każdym z etapów symulacji siatka składa się ze stałej liczby węzłów przy czym po uzyskaniu założonej dokładności dla danego etapu obliczeń następuje powtórne przeliczenie przy wykorzystaniu wyników poprzedniego etapu dla tej samej liczby węzłów jednak w zawężonym, wybranym regionie rozwiązania. Podział regionu siatką o stałej liczbie węzłów zastosowanych dla zawężonego obszaru powoduje zagęszczenie siatki elementów skończonych w analizowanym obszarze (Rys. 2).



Rys.2. Siatka elementów różnicowych w kolejnych etapach obliczeń

Istotnym problemem podczas pierwszego etapu aplikacji metody różnicowej może być konieczność jak najdokładniejszego dopasowania siatki (o stosunkowo dużych oczkach) do geometrii analizowanego układu przewodów linii elektroenergetycznej.

Przy dużych odległościach pomiędzy węzłami siatki błąd odwzorowania rozmieszczenia przewodów może być znaczny. Podczas procesu budowy siatki elementów

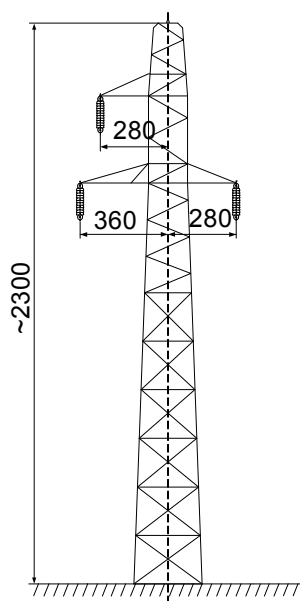
różnicowych należy mieć na uwadze minimalizację tego błędu.

Po przeprowadzeniu określonej ilości iteracji niezbędnej do uzyskania założonej dokładności obliczeń można przejść do kolejnego etapu, w którym dokonuje się obliczeń w wybranym obszarze rozwiązania jednak dla zagęszczonej siatki elementów różnicowych.

W kolejnych etapach powtarza się tę procedurę do uzyskania założonej dokładności obliczeń i wymaganej gęstości siatki.

Przykład praktycznego zastosowania zmodyfikowanej metody różnicowej

Dla zobrazowania działania opisanej zmodyfikowanej metody różnicowej posłużono się przykładem jednotorowej linii elektroenergetycznej o napięciu 110 kV zbudowanej w oparciu o słupy kratowe typu B2 (Rys. 3).



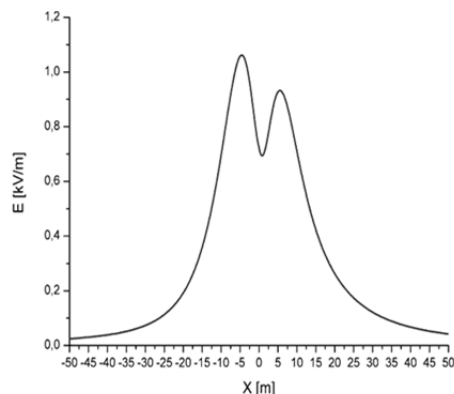
Rys.3. Sylwetka słupa typu B2 napowietrznej linii elektroenergetycznej o napięciu 110 kV

Omawianą metodę zastosowano do analizy rozkładu natężenia pola elektrycznego na wysokości 2 m dla wybranego przekroju poprzecznego linii. W zależności od przyjętej metody obliczeniowej oraz parametrów symulacji numerycznej czas rozwiązania takiego zagadnienia przy użyciu typowego komputera osobistego może wynosić od kilkunastu sekund aż do kilkadziesiąt godzin. Analizie poddano obszar stanowiący pole przekroju poprzecznego przęsła napowietrznej linii elektroenergetycznej o szerokości 100 m (tzn. po 50 m licząc od osi linii w obie strony) oraz o wysokości 50 m.

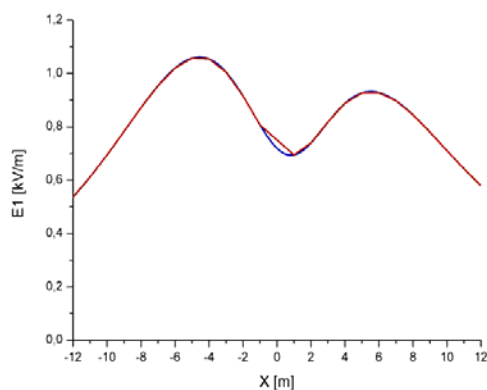
W pierwszym etapie ten region rozwiązania podzielono regularną siatką elementów różnicowych o odległości pomiędzy węzłami równej 1 m. Następnie dokonano symulacji cyfrowej dla przekroju poprzecznego przykładowej linii elektroenergetycznej w środku przęsła płaskiego czyli tam gdzie odległość przewodu od ziemi jest najmniejsza. Dla takiego przekroju należy spodziewać się maksymalnych wartości natężenia składowej elektrycznej pola elektromagnetycznego. Wynik symulacji cyfrowej rozkładu pola elektrycznego na wysokości pomiarowej $h=2$ m w otoczeniu badanej linii przedstawiono w formie graficznej na rysunku (Rys. 4)

Na wykresie z rys. 4 można zauważyć, że maksymalna wartość natężenia pola elektrycznego pod badaną linią 110 kV wyniosła $E_{max}=1,06$ [kV/m] dla odległości od osi linii

wynoszącej $x_m=-4,6$ [m]. Wartość 1 [kV/m], która wg [1] uznana jest za graniczną lecz dopuszczalną została przekroczona w pasie o szerokości 3,2 [m] w zakresie od $x_1=-6,2$ [m] do $x_2=-3,0$ [m] licząc od osi linii napowietrznej.



Rys.4. Rozkład natężenia pola elektrycznego pod linią 110 kV na wysokości $h=2$ m w odległości od -50 m do +50 m od osi linii



Rys.5. Rozkład natężenia pola elektrycznego pod linią 110 kV na wysokości $h=2$ m odległości od -12 m do +12 m od osi linii (czerwoną krzywą przedstawiono wyniki dla siatki o rzadkich oczkach natomiast niebieską krzywą dla siatki o oczkach zagęszczonych)

Kolejny wykres (Rys. 5) przedstawia rozkład natężenia pola elektrycznego w tym samym przekroju poprzecznym linii elektroenergetycznej w zawężonym zakresie odległości od osi linii od -12,0 m do +12,0 m. Gładka krzywa reprezentuje natężenie pola elektrycznego obliczonego po zagęszczeniu siatki elementów różnicowych, natomiast krzywa składająca się z prostych odcinków reprezentuje natężenie pola elektrycznego wyznaczone na bazie siatki o większych oczkach a zatem mniej dokładnej. Dopiero dwudziestopięciokrotne zagęszczenie siatki w drugim kroku symulacji cyfrowej pozwala na dokładniejszą identyfikację natężenia składowej elektrycznej generowanej przez linię napowietrzną o napięciu 110 kV.

Łatwość i szybkość przeprowadzania obliczeń numerycznych pozwala na obliczanie natężenia pola elektrycznego dla kilku przekrojów poprzecznych linii w celu sporządzenia na tej podstawie trójwymiarowych wykresów obrazujących natężenie składowej elektrycznej pola praktycznie w dowolnym miejscu objętym wpływem oddziaływania linii elektroenergetycznej. Ma to szczególne znaczenie w procesie projektowania obiektów budowlanych zlokalizowanych w bezpośrednim sąsiedztwie linii i urządzeń elektroenergetycznych, które mogłyby być narażone na takie oddziaływania.

Wnioski

1. Metoda różnicowa pozwala na rozwiązanie zagadnienia polowego przy zachowaniu jednakowej wielkości oczek siatki elementów w całym analizowanym obszarze. W przypadku zastosowania zmodyfikowanej metody różnicowej można uzyskać zagęszczenie węzłów w pewnym szczególnie istotnym fragmencie obszaru rozwiązania.

2. W celu zredukowania aliasingu oraz ułatwienia działania procedury podziału obszaru rozwiązania siatką elementów różnicowych istotny jest układ węzłów w kolejnych etapach obliczeń. Korzystnie jest aby sposób podziału stanowił całkowitą wielokrotność rozdzielczości siatki elementów różnicowych z poprzedniego etapu obliczeń.

3. Dzięki zmodyfikowanej metodzie różnicowej wykorzystującej w swojej istocie metodę "dziel i zwyciężaj" możliwe jest skrócenie czasu obliczeń poprzez wykonanie mniejszej ilości prostych operacji arytmetycznych na wybranych węzłach siatki metody różnicowej.

4. W przypadku analizy rozkładu pól elektromagnetycznych wokół linii elektroenergetycznych często istotny jest rozkład potencjału elektrycznego lub natężenia pola elektrycznego jedynie w pewnym zawężonym obszarze rozwiązania jak np. w pobliżu projektowanych bądź istniejących obiektów budowlanych na dowolnej wysokości nad ziemią lub w celu doboru parametrów przegród czy barier umożliwiających ograniczenie generowanego przez linię elektroenergetyczną natężenia pola elektrycznego do wartości dopuszczonych obowiązującymi aktami prawnymi.

Autorzy: mgr inż. Jacek Gumiela, Politechnika Wroclawska, Katedra Energoelektryki, ul. Janiszewskiego 8 (bud. D-20), 50-377 Wrocław, E-mail: jacek.gumiela@pwr.edu.pl, dr Dariusz Sztafrowski, Politechnika Wroclawska, Katedra Energoelektryki, ul. Janiszewskiego 8 (bud. D-20), 50-377 Wrocław, E-mail: dariusz.sztafrowski@pwr.edu.pl;

LITERATURA

- [1] Minister Środowiska, Rozporządzenie Ministra Środowiska w sprawie dopuszczalnych poziomów pól elektromagnetycznych w środowisku oraz sposobów sprawdzania dotrzymania tych poziomów z dnia 30.10.2003, *Dziennik Ustaw nr 192, poz. 1883*, 2003
- [2] Szuba M. [i inni], Linie i stacje elektroenergetyczne w środowisku człowieka (Wydanie 4), *Biuro Konsultingowo-Menadżerskie EKO-MARK*, Warszawa, 2008
- [3] Zeńczak M., Analiza pola elektrycznego i magnetycznego wokół linii elektroenergetycznych i wybranych urządzeń elektroenergetycznych, *Napędy i Sterowanie Nr 9*, 2001
- [4] Zeńczak M., Estimation of electric and magnetic field intensities under Power transmission lines In Real country conditions, *Przegląd Elektrotechniczny Nr 7*, 2008
- [5] Bolkowski S. [i inni], Komputerowe metody analizy pola elektromagnetycznego (Wydanie 2 częściowo zmienione), *Wydawnictwa Naukowo Techniczne*, Warszawa, 1993
- [6] Sikora R., Numeryczne metody rozwiązywania zagadnień brzegowych, *Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej*, Lublin, 2011
- [7] Demenko A., Obwodowe modele układów z polem elektromagnetycznym, *Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej*, Poznań, 2004
- [8] Sadiku M. NO, Numerical Techniques In electromagnetics, Secondo edition, *CRC Press, LLC Boca Raton London, New York, Washington*, 2001
- [9] Zeńczak M., Analiza technicznych problemów związanych z dozymetrią pól elektromagnetycznych o częstotliwości przemysłowej, *Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej, Szczecin*, 1998