

## Nieliniowe modele matematyczne łuku elektrycznego

**Streszczenie.** Podano ograniczenia w stosowaniu wybranych prostych jednowymiarowych modeli matematycznych łuku elektrycznego. Szczególną uwagę zwrócono na wpływ zmian temperatury plazmy na nieliniowości charakterystyk statycznych i dynamicznych łuku. Opisano wybrane modele nieliniowe łuku o różnym stopniu uogólnienia. Wskazano na największą uniwersalność uogólnionego modelu Pentegowa ze zmienną funkcją tłumienia, którego szczególnymi przypadkami są modele Pentegowa i Bielkina. Zbadano efektywność wykorzystania uogólnionego modelu Pentegowa do odwzorowania procesów w obwodzie z łukiem elektrycznym.

**Abstract.** Limits of applications of chosen one-dimensional mathematical electric arc models have been presented. The influence of plasma temperature variations on nonlinearity of static and dynamic arc characteristics have been highlighted. There have been described chosen nonlinear electric arc models with varying degrees of generalization. The high universality of the generalized Pentegov arc model with variable damping function which special cases are Pentegov and Bielkin models were pointed out. The output use of the generalized Pentegov arc model applied to simulate processes in a circuit with an electrical arc has been investigated. (**Nonlinear mathematical models of the electric arc**).

**Słowa kluczowe:** łuk elektryczny, model Pentegowa, charakterystyki statyczne, modele nieliniowe, temperatura plazmy.

**Keywords:** electric arc, Pentegov model, static characteristics, nonlinear models, plasma temperature.

### Wstęp

Rozwój metod numerycznych doprowadził do upowszechnienia programów polowych umożliwiających szczegółową analizę procesów w czasie i w obszarze kanału wyładowczego urządzenia elektrotechnologicznego podczas płonienia łuku elektrycznego. Jednakże zgodnie z zasadą Pareto nie zawsze bardzo duże wysiłki obliczeniowe i pomiarowe uzasadniają takie szczegółowe podejście do rozwiązywania zagadnień inżynierskich. Z tego powodu nadal powszechnie używane są modele jednowymiarowe „czarnej skrzynki” do symulacji oddziaływań łuku elektrycznego z systemami zasilania i sterowania. Jednocześnie należy mieć na uwadze ograniczenia spowodowane przez przyjmowanie jako uzasadnione wielu założeń upraszczających. Tak więc dokładność wyników symulacji z użyciem uproszczonych modeli silnie zależy od dokładności opisu funkcji i parametrów łuku, które są bardzo trudne do ustalenia. Ponadto znaczną trudność może sprawiać przeniesienie zmierzonych zestawu parametrów do innych warunków fizycznych płonienia łuku. Wybór modelu zależy od zakresu zmian warunków fizycznych (także chemicznych) i dostępności zestawu parametrów wyznaczonych eksperymentalnie. Zwykle do zasilania łuku wykorzystywany jest prąd testowy-sinusoidalny o odpowiednim natężeniu. Jednakże coraz częściej w nowoczesnych technologiach spawalniczych używane są prądy niesinusoidalne wytwarzane przez odpowiednie źródła prądowe. Może to wpływać na zmianę warunków płonienia łuku i wiarygodność wyników diagnostyki.

Ze względu na niejednorodną strukturę łuku elektrycznego dokładność uzyskiwanych wyników symulowania zależy od dokładności odwzorowania procesów w dwóch obszarach przyelektrodowych i w kolumnie łuku. Zwykle zakłada się, że w tych trzech obszarach występuje jednorodność charakterystyk plazmy. Przyelektrodowe obszary stanowią płaskie źródła ciepła, w dużej mierze przejmowanego przez elektrody. Natomiast kolumna łuku stanowi inercyjne i mniej skoncentrowane źródło ciepła rozpraszanego do otoczenia i elektrod. Ze względu na pomijalnie małą inercyjność procesów w obszarach przyelektrodowych zwykle stosuje się bardzo proste modelowanie spadków napięć katodowego i anodowego za pomocą odpowiednio spolaryzowanych źródeł napięciowych.

### Temperatura kolumny łukowej

Temperatura plazmy w kolumnie łukowej zmienia się w szerokim zakresie od 5000 K do 50 000 K. Zależy to od wielu czynników wewnętrznych (natężenia prądu, składu chemicznego gazu plazmotwórczego) i zewnętrznych (temperatury i ciśnienia środowiska gazowego, sposobu i intensywności rozpraszania ciepła z łuku, oddziaływania na plazmę dodatkowych zewnętrznych źródeł ciepła). Jakiegokolwiek zmiany, nawet niewielkie, parametrów tych oddziaływań prowadzą do zmian warunków płonienia łuku, co z kolei wywołuje samoregulacyjne reakcje w plazmie zmieniające strukturę łuku i jej charakterystyki zewnętrzne.

Temperatura  $T_a$  plazmy kolumny łuku jest wprost proporcjonalna do natężenia pola elektrycznego  $E$  i dlatego może być wyrażona wzorem

$$(1) \quad T_a = C_T E$$

gdzie  $C_T$  – współczynnik wymiarowy, K·m/V. Łuk swobodny płonący w powietrzu ma temperaturę  $T_a = 5000 \dots 6000$  K z natężeniem pola  $E = 25 \dots 30$  V/cm. Łuk Gerdiena (np. w plazmotronach z cieczą stabilizacją wyładowania) osiąga najwyższą temperaturę  $T_a = 50\,000$  K, z  $E = 300$  V/cm. Na podstawie aproksymacji danych można uzyskać wartość współczynnika  $C_T = 166 \dots 200$  K·cm/V [1].

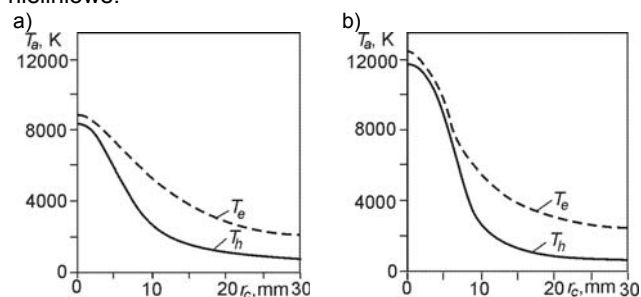
Temperaturę łuku swobodnego większości urządzeń spawalniczych można określić według przybliżonego wzoru

$$(2) \quad T_a = 800 U_i$$

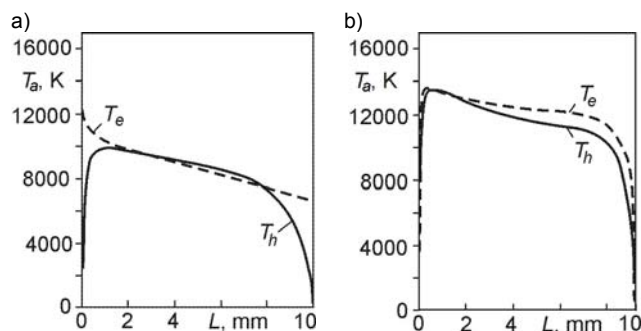
gdzie  $U_i$  – potencjał jonizacji gazu w którym płonie łuk. Jeśli gaz stanowi mieszaninę kilku składników, to składnik o niższym potencjale jonizacji jonizuje się silniej, a gaz o wyższym potencjale jonizacji jonizuje się słabiej. Najwyższą energię jonizacji mają lekkie gazy inercyjne: He (24,58 eV), neon Ne (21,56 eV). Mniejszą ma argon Ar (15,76 eV). W takich gazach można uzyskiwać temperaturę łuku ponad 14 700 °C. Jeśli w czasie procesu technologicznego następuje obniżenie natężenia pola elektrycznego, a więc i temperatury, to może być to wywołane wzrostem zawartości par metali. Ich energia jonizacji najczęściej waha się w granicach od 6 do 8 eV. Szczególnie niską energię jonizacji mają metale alkaliczne: sód Na (5,14 eV), potas K (4,34 eV) i cez Cs (3,89 eV). Średnia temperatura łuku płonącego w parach metali waha się w granicach 4700-6200 °C. Często stosuje się wymuszone wprowadzanie par metali do kolumny łuku, które skutkuje obniżeniem temperatury, ale jednocześnie możliwością uzyskania

dłuższego łuku z zachowaną stałą wartością napięcia. Materiały łatwo jonizujące się dodaje się do żużli, otulin, elektrod itd. Jednocześnie materiały te mogą spełniać rolę: ekranu ochronnego przed promieniowaniem łuku, ochronną jeziora lub kąpieli metalowej przed utlenianiem lub naazotowaniem, rafinatu oczyszczającego kapiel itd. Wzór (2) nie uwzględnia wpływu natężenia prądu, ciśnienia gazu, sposobu chłodzenia kolumny i wielu innych czynników na temperaturę łuku.

Rozkład temperatury plazmy w kolumnie łuku jest nierównomierny, zarówno względem przekroju poprzecznego (rys. 1), jak i wzdłuż osi (rys. 2). Najwyższą temperaturę plazma osiąga na osi kolumny i w pobliżu katody. Natomiast najniższą przy powierzchni elektrod, często poniżej ich temperatury topienia lub parowania. Temperatura plazmy i gazu maleje również w miarę oddalania się od osi łuku. Ogólnie różnice temperatur  $T_e$  i  $T_h$  w łukach wysokiego ciśnienia nie są duże. Stosunkowo największe są w łukach słaboprądowych i w pobliżu elektrod. Zarówno wartości maksymalne temperatury, jak i jej rozkłady przestrzenne zależą od wielu czynników, w tym od natężenia prądu, ciśnienia gazu, sposobu i intensywności rozpraszania ciepła. Pomimo takiego nierównomiernego rozkładu, w jednowymiarowych modelach przyjmuje się, że temperatura plazmy wzdłuż osi łuku jest stała. Odpowiada to modelom cylindrycznym kolumny, a więc zawierającym nieruchomą plazmę. W niektórych modelach (np. Cassiego) w sposób uzasadniony zakłada się, że i rozkład temperatury w przekroju poprzecznym jest na stałym poziomie. Wartość temperatury plazmy wpływa na pozostałe parametry cieplne i elektryczne łuku, które są wyrażone przez charakterystyki nieliniowe.



Rys. 1. Obliczone rozkłady temperatur elektronów  $T_e$  i ciężkich cząstek  $T_h$  w płaszczyźnie środkowej łuku: a) natężenie prądu 40 A; b) natężenie prądu 160 A [wg 2]



Rys. 2. Obliczone rozkłady temperatur elektronów  $T_e$  i ciężkich cząstek  $T_h$  wzdłuż osi łuku: a) natężenie prądu 40 A; b) natężenie prądu 160 A [wg 2]

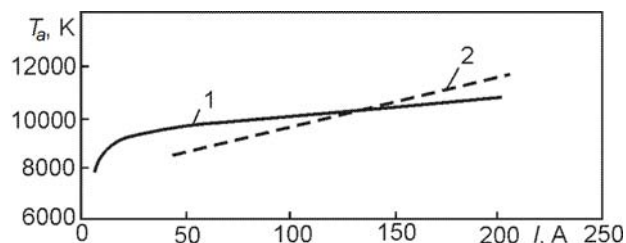
### Wpływ temperatury na nieliniowości charakterystyk łuku elektrycznego

Wyniki badań eksperymentalnych temperatury łuku zarówno pod względem rozkładów przestrzennych, jak i jej wartości średnich charakteryzują się dużymi rozrzutami, a w związku z tym niską dokładnością. W zakresie silnych

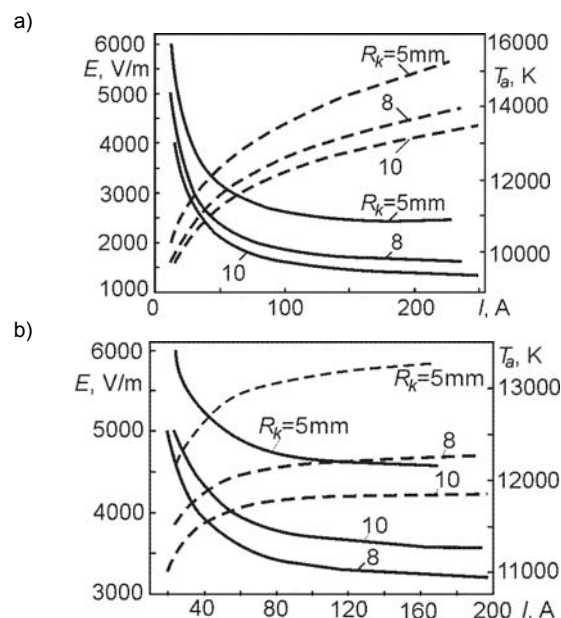
prądów temperatura łuku elektrycznego ulega małym zmianom (rys. 3). Znaczny spadek temperatury obserwuje się dopiero w zakresie słabszych prądów, tj. poniżej 50 A. Jest to szczególnie widoczne w gazach o wysokim ciśnieniu (rys. 4). W [3] zaproponowano aproksymację danych pomiarowych łagodnie wznoszącej się części charakterystyk wyrażeniem liniowym w postaci

$$(3) \quad T_a = 7643 + 18,8I$$

gdzie prąd  $I > 50$  A. Dokładniejsze aproksymacje w zakresie słaboprądowym powinny uwzględniać nieliniowości charakterystyk (rys. 4).



Rys. 3. Zależność temperatury plazmy od prądu łuku spawalniczego stosowanego do technologii TIG (1 – aproksymacja funkcją nieliniową; 2 – aproksymacja funkcją liniową) [wg 3]



Rys. 4. Rozkłady natężenia pola elektrycznego (linie ciągłe) i temperatury (linie przerywane) wzdłuż osi kolumny jako funkcje prądu łuku stabilizowanego w plazmotronie pracującym z wodorem: a) o ciśnieniu 1 bar; b) o ciśnieniu 20 bar ( $R_k$  – promień konstryktora) [wg 4]

Temperatura plazmy silnie wpływa na kształty charakterystyk statycznych i dynamicznych łuku. Jej wzrost powoduje obniżenie napięcia zapłonu, co zmniejsza stromość krzywych  $U(I)$  i zawartość wyższych harmonicznych w przebiegach czasowych prądu i napięcia. Ponieważ charakterystyki fizyczne gazów zależą od temperatury i ciśnienia, a rozmiary geometryczne kolumny jawnie od natężenia prądu, to także od nich zależy funkcja tłumienia procesów przejściowych w łuku elektrycznym [5]. Można to wyrazić zależnością

$$(4) \quad \theta(T_a(i), |i|) \propto \frac{\rho(T_a(i)) \cdot c_p(T_a(i))}{\lambda(T_a(i))} r_c^2(T_a(i), |i|) \propto \frac{1}{T_a(i)}$$

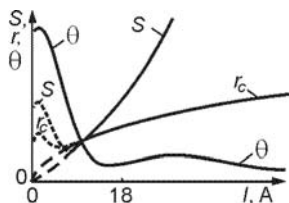
gdzie funkcje nieliniowe:  $\rho$  - gęstość gazu ( $\rho \propto 1/T_a$ );  $c_p$  - ciepło właściwe gazu o ciśnieniu  $p$  (gazy szlachetne  $c_p \approx \text{const}$ , gazy wieloatomowe  $c_p \propto T_a$ );  $\lambda$  - współczynnik przewodzenia ciepła gazu (niemonotonicznie zmienny  $\lambda \propto T_a$ );  $r_c$  - promień kolumny łukowej ( $r_c \propto T_a$ ).

Jeśli prądy są słabe, to stałe czasowe modeli łuku są nie tylko duże, ale i silnie zależą od rodzaju gazu (np. w elgazie SF<sub>6</sub>,  $\theta = 1\text{--}2 \mu\text{s}$ , w powietrzu  $\theta = 100\text{--}200 \mu\text{s}$ , w argonie  $\theta > 200 \mu\text{s}$ ). W zakresie silnych prądów tendencje zmian funkcji tłumienia są przeciwne do zmian średnicy (poła przekroju) kolumny (rys. 5). Wzrostowi natężenia prądu i wzrostowi (z bardzo słabym nasyceniem się) funkcji średnicy kolumny towarzyszy zmniejszanie się funkcji tłumienia, która ustala się na najniższym poziomie. Prądom rzędu setek i tysiące amperów płynącym przez łuki w różnych gazach odpowiadają wartości funkcji tłumienia zbliżające się do siebie i stanowiące około  $10^{-5}\text{--}10^{-4}$  s.

Oprócz temperatury i ciśnienia gazów na rozmiary kolumny wpływa efekt skurczu kolumny, wywołany własnym polem magnetycznym. Zanikowi natężenia prądu towarzyszy zanik działania sił ściskających, co może być przyczyną ekspansji plazmy i dużego wzrostu wartości funkcji tłumienia. Z tej przyczyny można uznać, że funkcja ta zależy nieliniowo od prądu

$$(5) \quad \theta(T_a(i), r_c^2(T_a(i), |i|)) \approx \theta(T_a(i), |i|)$$

Wykresy zmian promienia  $r_c$ , powierzchni przekroju poprzecznego  $S$  i funkcji tłumienia łuku pokazano na rysunku 5. Aproxymację funkcją nieliniową  $\theta(|i|)$  wykorzystano w tworzeniu modelu hybrydowego łuku [6].



Rys. 5. Charakterystyki kolumny łukowej jako funkcje natężenia prądu

Postać funkcji (5) zależy od przyjętych założeń upraszczających w tworzeniu modelu matematycznym łuku. W przypadku modelu Woronina [7] zależy ona od średnicy kolumny łuku  $d_c(T_a(i), |i|) = 2r_c(T_a(i), |i|)$

$$(6) \quad \theta(T_a(i), d_c(T_a(i), |i|)) \approx \theta(T_a(i), |i|)$$

W najprostszych liniowych modelach (Mayra, Cassiego, Zarudiego i Pentegowa) ma ona stałą wartość.

### Modele nieliniowe łuku elektrycznego

W modelowaniu matematycznym łuku elektrycznego urządzeń elektrotechnologicznych duże rozpowszechnienie uzyskały modele jednowymiarowe Mayra, Cassiego, Zarudiego i Pentegowa [8]. Dwa pierwsze powstały najwcześniej, są najprostsze i wyróżniają się ograniczonym zakresem zastosowań, a więc specjalistycznym zastosowaniem do łuków z prądami słabym i silnym. W związku z potrzebami modelowania urządzeń pracujących z szerokimi zakresami zmian prądu łuku, podejmowane są próby kojarzenia tych modeli w postaci ich połączeń szeregowych bądź równoległych [6, 9]. Trudniejszym, lecz bardziej uniwersalnym podejściem, jest tworzenie modeli uogólnionych, które są w stanie dokładniej aproksymować charakterystyki dynamiczne napięciowo-prądowe i przebiegi czasowe. Obserwuje się narastający stopień uogólniania modeli, któremu towarzyszy delinearizacja równań

różniczkowych lub nawet zwiększenie ich wymiarowości. Szczególnymi przypadkami jednowymiarowego modelu Pentegowa są modele Mayra, Cassiego i Zarudiego [8].

Do klasy modeli nieliniowych łuku należy model Schwarza-Avdonina, którego warianty tworzą modele Mayra-Schwarza, Cassiego-Schwarza [9] i Biełkina [10]. W tworzeniu tych modeli równaniem wejściowym jest bilans mocy w kolumnie łuku elektrycznego

$$(7) \quad \frac{dQ}{dt} = P_{el} - P_{dys}$$

gdzie:  $Q$  - entalpia plazmy;  $P_{el} = u_{col}i = i^2/g$  - moc elektryczna doprowadzana;  $P_{dys}$  - moc cieplna rozpraszana. W nieliniowych modelach Schwarza-Avdonina stosuje się uzmiennianie stałych parametrów. Model Mayra-Schwarza można zapisać w postaci równania

$$(8) \quad \theta_M(g) \frac{dg}{dt} + g = \frac{i^2}{P_M(g)}$$

a model Cassiego-Schwarza definiuje wzór

$$(9) \quad \theta_C(g) \frac{dg^2}{dt} + g^2 = \frac{i^2}{U_C^2(g)}$$

gdzie stosuje się aproksymacje zmienności parametrów funkcjami potęgowymi:  $P_M(g) = P_{MS}g^\alpha$ ,  $\theta_M(g) = \theta_{MS}g^\beta$ ,

$$U_C(g) = U_{CS}g^\gamma, \quad \theta_C(g) = \theta_{CS}g^\delta.$$

Uogólnieniem liniowego modelu Pentegowa (rozwijanego wspólnie z Sidorcem) jest nieliniowy uogólniony model Pentegowa [11]. Zgodnie z założeniami Pentegowa zamiast rzeczywistego łuku wprowadza się łuk hipotetyczny. Konduktancję łuku określa się z wykorzystaniem hipotetycznego prądu stanu  $i_\theta(t)$ , zmieniającego się z określoną stałą czasową  $\theta$  i będącego swojego rodzaju odwzorowaniem rzeczywistego prądu  $i(t)$ . Związek między kwadratem prądu stanu i kwadratem prądu rzeczywistego łuku opisuje różniczkowe równanie liniowe pierwszego rzędu

$$(10) \quad \theta \frac{di_\theta^2}{dt} + i_\theta^2 = i^2$$

Model Pentegowa odwzorowuje nieliniowy dwójnik obwodu, który jest: energetycznie zbilansowany, cieplnie inercyjny I rzędu, liniowy, stacjonarny i elektrycznie bezinercyjny. Do zalet tego modelu można zaliczyć możliwość wykorzystania dowolnej aproksymacji charakterystyki napięciowo-prądowej statycznej kolumny  $U_{col}(I)$ . Za pomocą zmiennej  $i_\theta$  można określić także parametry i charakterystyki dynamiczne modelu łuku (tab. 1). Uogólniony model Pentegowa dodatkowo uwzględnia nieliniowość funkcji tłumienia  $\theta(i_\theta)$ .

W tabeli 1 wprowadzono oznaczenia:  $u_{col}(t)$  - napięcie chwilowe na kolumnie łuku,  $P_{el}(t)$  - moc elektryczna dostarczana,  $P_{dys}(t)$  - moc cieplna rozpraszana,  $r(t)$  - rezystancja kolumny,  $g(t)$  - konduktancja kolumny,  $Q(t)$  - entalpia plazmy łukowej,  $h$  - entalpia właściwa plazmy,  $\rho$  - gęstość plazmy,  $L$  - długość łuku,  $r_c$  - promień łuku,  $T_a$  - średnia temperatura plazmy,  $I_{rms}$  - wartość skuteczna prądu  $i$ . Przyrost entalpii można wyrazić wzorem  $dh = c_p dT$ , gdzie  $c_p$  - ciepło właściwe gazu o stałym ciśnieniu.

Założmy, że w obwodzie z łukiem o zadanej charakterystyce statycznej działa wymuszenie prądowe sinusoidalnie zmienne o pulsacji  $\omega$

$$(11) \quad i = I_m \cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$$

Wówczas prąd stanu można opisać zależnością

$$(12) \quad i_{\theta}^2 = I_{rms}^2 (1 + \cos \varphi \cos 2\omega t)$$

gdzie  $I_{rms} = I_m / \sqrt{2}$  - wartość skuteczna prądu. W tym przypadku wykres  $i_{\theta}$  jest krzywa przypominająca wyprostowaną dwupołówkowo i nieco przesuniętą w czasie sinusoidę o wartości amplitudy  $I_m$ .

Tabela 1. Definicje wielkości fizycznych chwilowych kolumny łuku rzeczywistego i modelu Pentegowa ( $u(t)$  - napięcie na łuku;  $U_{AK}$  - suma przyelektrodowych spadków napięcia)

| Wielkość fizyczna                           | Kolumna łuku rzeczywistego                                | Uogólniony model Pentegowa   |
|---|---|--|
| $i(t)$                                      | $i(t)$  | $i(t); i_d(t)$   |
| $u_{col}(t) = u(t) - U_{AK}$                | $u_{col}(i)$  | $R_{col}(i_{\theta})i = \frac{U_{col}(i_{\theta})}{i_{\theta}}i$                 |
| $P_{el}(t)$                                 | $P_{el}(i) = u_{col}(i) \cdot i = \frac{i^2}{g}$          | $R_{col}(i_{\theta}) \cdot i^2 = \frac{U_{col}(i_{\theta})}{i_{\theta}} i^2$     |
| $P_{dys}(t) = P_{el}(t) - \frac{dQ(t)}{dt}$ | $P_{dys}(i) = P_{el}(i) - \frac{dQ(i)}{di} \frac{di}{dt}$ | $U_{col}(i_{\theta}) \cdot i_{\theta}$   |
| $r(t) = g^{-1}(t)$                          | $u_{col} / i$   | $U_{col}(i_{\theta}) / i_{\theta}$   |
| $Q(t)$                                      | $Q(i) = h(T_a(i)) L \pi_c^2 (T_a(i),  i ) \rho(T_a(i))$   | $2 \int_0^{i_{\theta}} \theta(i_{\theta}) \cdot U_{col}(i_{\theta}) di_{\theta}$ |

W modelu uogólnionym wartość konduktancji zależy od prądu stanu  $i_{\theta}$  (tab. 1). Prąd ten teoretycznie wpływa na temperaturę łuku, gdyż wartości skuteczne spełniają warunek  $I_{rms} = (i_{\theta})_{rms}$ . Dlatego można zapisać  $T_a(I_{rms}) = T_a((i_{\theta})_{rms})$ . Równanie uogólnionego modelu Pentegowa można zapisać względem konduktancji  $g$  kolumny łuku w postaci

$$(13) \quad \frac{2\theta(i_{\theta}(g)) \frac{1}{g} \frac{dg}{dt} + 1}{1 - \frac{g}{G_d(g)}} = \frac{i^2}{g^2 U_{col}^2(g)}$$

gdzie wielkość

$$(14) \quad \theta(g) = \frac{2\theta(i_{\theta}(g))}{1 - \frac{g}{G_d(g)}} = \frac{2\theta(i_{\theta}(g))}{U_{col} \frac{dg}{dt}}$$

stanowi funkcję tłumienia. Konduktancję dynamiczną  $G_d(g)$  określa zależność

$$(15) \quad G_d(g) = \frac{di_{\theta}}{dU_{col}}$$

W wyniku wprowadzania kolejnych uproszczeń można otrzymać szczególne przypadki równania (14) w postaci innych znanych modeli. Tak na przykład można uzyskać model Biełkina, jeśli charakterystyka statyczna kolumny łuku  $U_{col}(I)$  będzie funkcją potęgową  $U_{col} / U_0 = (i_{\theta} / I_0)^{\mu}$ . Wtedy funkcję tłumienia można wyrazić zależnością  $\theta(g) = \vartheta_0 P_0 U_{col}^{-2}(g) = (1+a)\theta(I)$ . Ponadto w tym modelu przyjmuje się dwie aproksymacje liniową  $Q(g) = \vartheta_0 P_0 g$  i nieliniową mocy rozpraszanej  $P(g) = P_0 g^a$ . W pracy [10] opisano metodykę eksperymentalnego wyznaczania parametrów tego modelu. Jeśli założyć  $\theta(g) = \theta = const$ , to z (14) otrzymuje się znany model Pentegowa ze stałą czasową  $\theta$ . W pracy [12] opisano metodę całkową wyznaczania parametrów ( $a, P_0, \vartheta_0$ ) tego modelu na

podstawie danych eksperymentalnych, jeśli zastosowano aproksymację charakterystyki statycznej napięciowo-prądowej funkcją będącą sumą hiperbolicznej i liniowej.

### Wykorzystanie nieliniowego modelu łuku do symulowania procesów w obwodzie elektrycznym

Autorzy artykułu wykonali badania eksperymentalne łuku elektrycznego w komorze wypełnianej gazami o różnym ciśnieniu. Zasilanie prądem stałym odbywało się z prostownika spawalniczego ESAB Origo™ 3000i AC/DC. Na rysunku 6 pokazano przykładowy wykres charakterystyki statycznej łuku w argonie o ciśnieniu 500 mbar, utworzony z punktów oznaczonych na czarno. Wybór tego gazu wynikał z niskiego poziomu generowanych naturalnych zaburzeń losowych. Wartość sumy przyelektrodowych spadków napięcia wyznaczono metodą ekstrapolacji liniowej ( $U_{AK} = 14,5$  V). Linia koloru zielonego oznaczono aproksymację tych danych za pomocą funkcji hiperboliczno-liniowej

$$(16) \quad U_{col}(I) = R_P I + \frac{P_{MR}}{I}$$

gdzie:  $R_P = 0,0395 \Omega$ ;  $P_{MR} = 57$  W. Natomiast linią fioletową oznaczono

charakterystykę statyczną uzyskaną na podstawie obliczeń metodą całkową [12] z wykorzystaniem modelu Pentegowa. Otrzymane wartości parametrów wynoszą:  $R_P = 0,05 \Omega$ ;  $P_{MR} = 29,9$  W. W obwodzie działało wymuszenie prądowe sinusoidalnie zmienne  $I_{rms} = 73,84$  A;  $f = 50$  Hz. Zmierzone parametry kolumny łuku wynosiły  $U_{rms} = 4,77$  V;  $P = 303,49$  W;  $R = 0,25 \Omega$ . Na rysunku 6 widać niedużą rozbieżność wykresów charakterystyk statycznych kolumny wynikającą z nieco różnych warunków fizycznych płonienia łuków prądu stałego i przemiennego oraz z wysokiego poziomu działających zakłóceń losowych. Ponadto łuk prądu przemiennego był zasilany z dwóch transformatorów spawalniczych STB250, których uzwojenia wtórne połączono szeregowo. Oznacza to, że charakterystyki zewnętrzne źródła odbiegały od założonych idealnych prądowych.

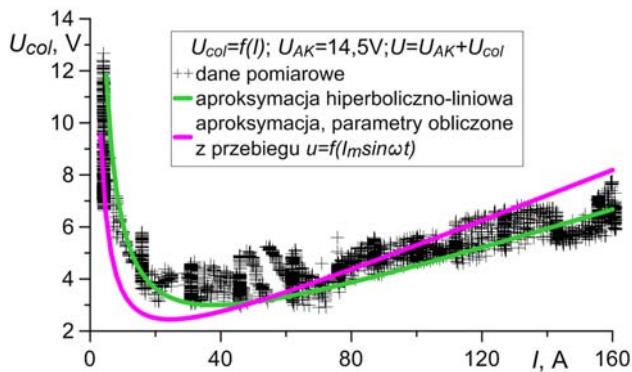
Na rysunku 7 pokazano charakterystyki dynamiczne łuku zasilanego ze źródła prądowego sinusoidalnie zmiennego o wartości skutecznej prądu  $I_{rms} = 73,84$  A. Czarnym kolorem oznaczono punkty wyznaczone eksperymentalnie. Natomiast na ich tle kolorem fioletowym zaznaczono wyniki symulacji modelu Pentegowa o stałym współczynniku tłumienia. Parametry modelu obliczono z wykorzystaniem metody całkowej opisanej w [12]. Widać z nich dużą zbieżność obydwu wykresów.

Na rysunku 8 pokazano charakterystyki dynamiczne łuku zasilanego z takiego samego jak poprzednio źródła prądowego. Czarnym kolorem oznaczono punkty wyznaczone eksperymentalnie. Natomiast na ich tle kolorem zielonym zaznaczono wyniki symulacji uogólnionego modelu Pentegowa łuku o nieliniowej funkcji tłumienia o zadanej postaci

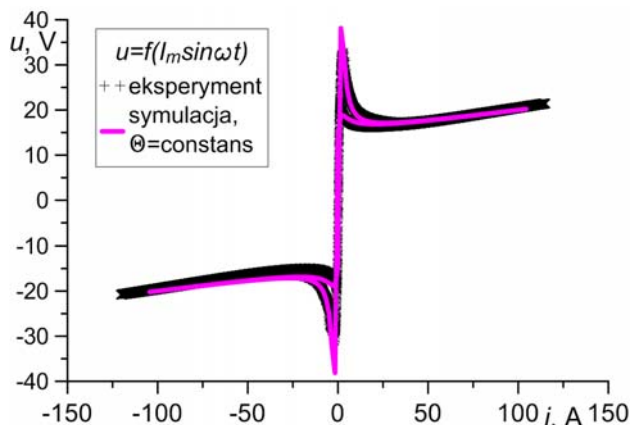
$$(17) \quad \theta(i_{\theta}) = \theta_0 + \theta_1 \exp(-\alpha i_{\theta}) \approx \begin{cases} \theta_1, & \text{if } i_{\theta} \text{ is low} \\ \theta_0, & \text{if } i_{\theta} \text{ is large} \end{cases}$$

gdzie:  $\alpha > 0$ ,  $\theta_1 \gg \theta_0$  - stałe współczynniki aproksymacji. Widać z nich, że uzmiennienie stałej czasowej przez wprowadzenie funkcji tłumienia  $\theta(i_{\theta})$  daje możliwość odwzorowania procesów w obwodzie w zakresie słabych

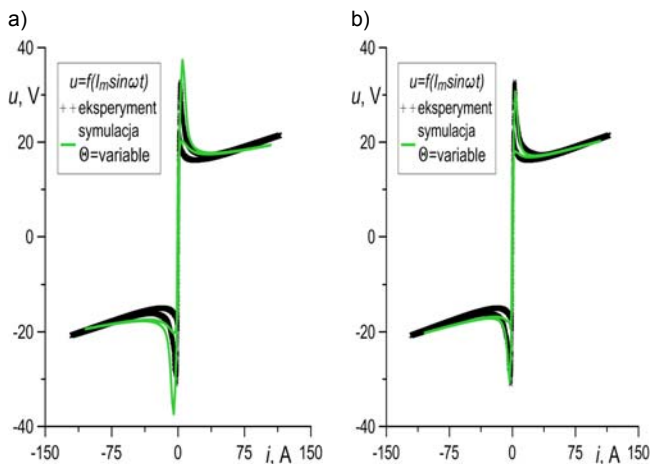
prądów. Nie wpływa natomiast na kształt krzywych w zakresach silnoprądowych.



Rys. 6. Charakterystyki statyczne kolumny łuku elektrycznego w argonie o ciśnieniu  $p = 500$  mbar ( $d = 12,85$  mm - średnica elektrod grafitowych,  $L = 5,4$  mm - odległość między elektrodami)



Rys. 7. Charakterystyki dynamiczne łuku elektrycznego w argonie o ciśnieniu  $p = 500$  mbar ( $R_p = 0,05 \Omega$ ;  $P_{MR} = 29,9$  W;  $\theta = 4,35 \cdot 10^{-5}$  s,  $L = 5,4$  mm,  $d = 12,85$  mm)



Rys. 8. Charakterystyki dynamiczne łuku elektrycznego w argonie o ciśnieniu  $p = 500$  mbar w postaci punktów pomiarowych i aproksymacji funkcjami (16) i (17) o parametrach: a)  $R_p = 0,0395 \Omega$ ;  $P_{MR} = 57$  W;  $\theta_0 = 4,35 \cdot 10^{-5}$  s,  $\theta_1 = 5 \cdot 10^{-4}$  s,  $\alpha = 0,4$ ; b)  $R_p = 0,05 \Omega$ ;  $P_{MR} = 29,9$  W;  $\theta_0 = 4,35 \cdot 10^{-5}$  s,  $\theta_1 = 1 \cdot 10^{-4}$  s,  $\alpha = 0,3$

## Wnioski

1. Szeroki zakres zmian prądów roboczych łuków urządzeń elektrotechnologicznych skłania badaczy do poszukiwania nowych udoskonalonych modeli matematycznych łuku elektrycznego uwzględniających nieliniowości charakterystyk statycznych napięciowo-prądowych i funkcji tłumienia.

2. Wpływ zmian natężenia prądu elektrycznego (w zakresie silnoprądowym) na zmiany temperatury plazmy łuku swobodnego jest nieduży, co w tym zakresie prądu skutkuje niedużymi zmianami funkcji tłumienia.
3. Uwzględnienie dużych zmian funkcji tłumienia w zakresie słaboprądowym umożliwia dokładne odwzorowanie charakterystyk dynamicznych łuku zasilanego prądem przemiennym.
4. Określanie parametrów i charakterystyk statycznych modelu Pentegowa łuku metodą całkową na podstawie danych eksperymentalnych łuku zasilanego prądem przemiennym umożliwia jego lepsze odwzorowanie w porównaniu z wykorzystaniem eksperymentalnych charakterystyk statycznych wyznaczonych podczas zasilania prądem stałym.

**Autorzy:** dr hab. inż. Antoni Sawicki, Politechnika Częstochowska, Instytut Telekomunikacji i Kompatybilności Elektromagnetycznej, Al. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa, E-mail: sawicki.a7@gmail.com; mgr inż. Maciej Haltof, E-mail: maciej@haltof.pl

## LITERATURA

- [1] Носуленко В.И., Высокотемпературная электрическая дуга. 30.10.2015, <http://guidedts.com.ua/content/VED.pdf>
- [2] Baeva M., Uhrlandt D., Benilov M.S., Cunha M.D., Comparing two non-equilibrium approaches to modelling of a free-burning arc, *Plasma Sources Sci. Technol.* (2013), vol. 22, pp. 1-9
- [3] Glickstein S.S., Temperature Measurements in a Free Burning Arc, *Welding Journal*, Welding Research Supplement, August (1976), pp. 222-229
- [4] Gueye P., Cressault Y., Rohani V.-J., Fulcheri L., Channel-Arc Model of DC Hydrogen Arc Plasma: Influence Of Radiation and Very High Pressure, *ISPC 22 - 22nd International Symposium on Plasma Chemistry*, Jul (2015), Antwerp, Belgium
- [5] Edels H., Fenlon F.H., Theory of a filled-tube thermal arc column. *Brit. J. Appl. Phys.* (1965), vol. 16, pp. 219-230
- [6] Tseng K.J., Wang Y., Vilathgamuwa D.M., Development of a dynamic model of electric arc for power electronics simulations, *IEEE Industrial Applications Conference, IAS'96*, (1996), no. 4, pp. 2173-2180
- [7] Воронин А.А., Повышение эффективности контактно-дугогасительных систем сильноточных коммутационных аппаратов с удлиняющейся дугой, Автореферат дис. к.т.н. Самара (2009)
- [8] Пентегов И.В., Сидорев В.Н., Сравнительный анализ моделей динамической сварочной дуги, *Автомат. сварка* (1989), № 2, с. 33-36
- [9] Gimenez W., Hevia O., Metodología para la modelización del arco eléctrico a partir de oscilogramas de ensayos, *III Seminario Argentino de usuarios del EMTP*, 26 y 27 de Noviembre (1998), Buenos Aires.
- [10] Белкин Г.С., О постоянных величинах в обобщенном уравнении Касси-Майра для динамической вольт-амперной характеристики дуги, *Электричество* (2012), №3, 19-22
- [11] Wąsowicz S., Jednowymiarowe modele dynamiczne łuku elektrycznego, Praca niepublikowana, Częstochowa (2015)
- [12] Sawicki A., Haltof M., Metoda wyznaczania parametrów modelu Pentegowa opisującego łuk elektryczny o charakterystyce statycznej hiperboliczno-liniowej, *Biuletyn Instytutu Spawalnictwa* (2015), nr 3, s. 71-75