

Pomiar szumu w szumie metodą korelacyjną

Streszczenie. Celem artykułu jest przedstawienie korelacyjnych procedur pomiaru sygnałów losowych. Procedury te muszą sprostać wymaganiom pomiaru słabych sygnałów (np. w radioastronomii lub termometrii szumowej) występujących na tle zakłóceń lub umożliwić pomiar opóźnienia między zakłóconymi sygnałami.

Abstract. In the article correlation procedures for measuring random signals are considered. These procedures must fulfill requirements for measurement of weak signals (e.g. in radio astronomy or noise thermometry) appearing against the background of noises or enable measurement of the delay between noised signals (**Noise in noise measurement by means of correlation method**).

Słowa kluczowe: funkcja korelacji wzajemnej, termometria szumowa, radioastronomia, pomiar czasu opóźnienia

Keywords: cross-correlation function, noise thermometry, radio astronomy, time-delay measurement

Wstęp

Metody korelacyjne znajdują szereg zastosowań pomiarowych. Główne z nich to analiza sygnałów z zakłóceniami oraz pomiary prędkości i opóźnień transportowych [1]. Stosowane są w detekcji fal grawitacyjnych, kosmicznej technice radarowej, komunikacji z odległymi sondami, czy radioastronomii [2 - 5]. Powodem tak szerokiego wykorzystania korelacji w dziedzinach astronomicznych i astrofizycznych są specyficzne rodzaje sygnałów poddawanych analizie. Są to często sygnały o małej mocy (ok. 10^{-20} – 10^{-15} W) odbierane wraz z szumem pochodzącym z tła kosmicznego, zakłóceń atmosferycznych lub urządzeń odbiorczych. Dodatkowym utrudnieniem jest szumowy charakter poszukiwanych sygnałów, których charakterystyki statystyczne nie różnią się od charakterystyk zakłóceń. Korelatory stosowane w radioastronomii zostały szczegółowo opisane w [2 - 5].

Pomiar wartości średniokwadratowej sygnału losowego występującego na tle szumu o takich samych charakterystykach statystycznych co sygnał jest podstawą konstruowania korelacyjnych termometrów szumowych [1,6].

W przemyśle niejednokrotnie zachodzi potrzeba bezkontaktowych pomiarów parametrów transportu, np. materiałów sypkich, mediów ciekłych przesyłanych rurociągami czy miejsc uszkodzeń rurociągów. W wielu przypadkach jedynymi metodami, które można zastosować w takich pomiarach są metody statystyczne, wykorzystujące cechy obiektu (np. zmiany gęstości, przeźroczystości, faktury powierzchni) lub generowane przez obiekt sygnały akustyczne (tzw. szmery). Często stosuje się metody wykorzystujące dwa sygnały pomiarowe i poddaje się je korelacji wzajemnej [7 - 11].

Funkcję korelacji wzajemnej dwóch stacjonarnych sygnałów losowych $x(t)$ i $y(t)$ można wyrazić wzorem [12]¹:

$$(1) \quad R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) y^*(t + \tau) dt$$

gdzie: T - czas obserwacji, τ - przesunięcie czasowe.

Funkcja (1) wydobywa podobieństwa między sygnałami $x(t)$ i $y(t)$. Jeżeli jednak sygnały $x(t)$ i $y(t)$ są niezależne, to dla każdej wartości τ funkcja $R_{xy}(\tau)$ przyjmuje wartość równą zero, pod warunkiem, że $x(t)$ lub $y(t)$ ma wartość

średnią równą zero. Ta własność funkcji umożliwia pomiar sygnałów losowych występujących na tle losowych niezależnych zakłóceń.

Funkcja korelacji wzajemnej dwóch wersji zakłóconego sygnału losowego

Założmy, że dysponujemy dwoma sygnałami $z_1(t)$ oraz $z_2(t)$ zawierającymi losowy sygnał użyteczny $x(t)$:

$$(2a) \quad z_1(t) = x(t) + n_1(t)$$

$$(2b) \quad z_2(t) = x(t) + n_2(t)$$

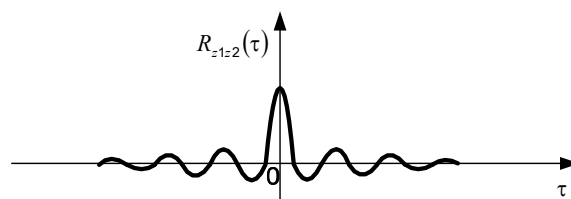
gdzie $n_1(t)$ ($n_2(t)$) jest zakłóceniem losowym występującym w sygnale $z_1(t)$ ($z_2(t)$).

Jeżeli sygnały $x(t)$ i $n_1(t)$, $x(t)$ i $n_2(t)$ oraz $n_1(t)$ i $n_2(t)$ są niezależne, to:

$$(3) \quad R_{z_1 z_2}(\tau) = R_{xx}(\tau)$$

gdzie $R_{xx}(\tau)$ jest funkcją autokorelacji sygnału użytecznego.

W przypadku sygnału losowego funkcja $R_{z_1 z_2}(\tau)$ osiąga w zerze maksimum równe wartości średniokwadratowej $\overline{x^2(t)}$ sygnału użytecznego. Typowy przebieg funkcji (3) przedstawiono na rysunku 1.

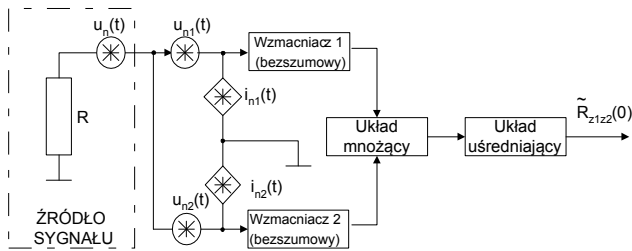


Rys. 1. Typowy przebieg funkcji korelacji wzajemnej (3)

Opisana wzorami (2 a, b) oraz (3) procedura pomiarowa polega na określeniu funkcji korelacji wzajemnej między dwiema wersjami sygnału zakłóconego uzyskanymi przykładowo w wyniku wzmocnienia w dwóch różnych torach układu pomiarowego [1,6].

Metoda ta jest stosowana w korelacyjnym termometrze szumowym, w którym $x(t)$ jest cieplnym szumem użytecznym wygenerowanym w rezystancyjnym czujniku, natomiast $n_1(t)$ i $n_2(t)$ są szumami samoistnymi pochodzącymi od torów pomiarowych. Termometr korelacyjny jest miernikiem wartości średniokwadratowej (rys. 2).

¹ Zależność obowiązuje dla sygnałów o nieskończonym czasie trwania (sygnałów mocy). Dla sygnałów o skończonym czasie trwania funkcja wyznaczana jest ze wzoru $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) y^*(t + \tau) dt$.



Rys. 2. Schemat blokowy korelacyjnego termometru szumowego z uwzględnionymi szumami własnymi torów układu: R - rezystancja źródła sygnału, $u_n(t)$ - napięcie źródła sygnału, $u_{n1}(t)$ ($u_{n2}(t)$) - napięcie szumów pierwszego (drugiego) toru miernika, $i_{n1}(t)$ ($i_{n2}(t)$) - prąd szumów pierwszego (drugiego) toru miernika

Wartości chwilowe napięć na wejściach układów wzmacniających są równe:

$$(4a) \quad u_1(t) = u_n(t) + [i_{n1}(t) + i_{n2}(t)]R + u_{n1}(t)$$

$$(4b) \quad u_2(t) = u_n(t) + [i_{n1}(t) + i_{n2}(t)]R + u_{n2}(t)$$

Uogólniając układ równań (4 a,b) można zauważyć, że dysponujemy dwoma sygnałami $z_1(t)$ oraz $z_2(t)$ zawierającymi losowy sygnał użyteczny $x(t)$:

$$(5a) \quad z_1(t) = x(t) + n_0(t) + n_1(t)$$

$$(5b) \quad z_2(t) = x(t) + n_0(t) + n_2(t)$$

gdzie: $x(t)$ - użyteczny sygnał losowy, $n_0(t)$ - zakłócenie losowe obecne w sygnale $z_1(t)$ oraz $z_2(t)$, $n_1(t)$ ($n_2(t)$) - zakłócenie losowe występujące w sygnale $z_1(t)$ ($z_2(t)$).

W praktyce zakłócenie $n_0(t)$ pochodzące od szumów prądowych wzmacniaczy nie może być wyeliminowane metodą korelacyjną i sygnał wyjściowy przyjmuje postać:

$$(6) \quad \tilde{R}_{z_1 z_2}(0) = R_{xx}(0) + R_{nono}(0)$$

Zastosowanie funkcji korelacji wzajemnej sygnałów miało na celu ograniczenie wpływu szumów własnych toru pomiarowego na wynik pomiaru temperatury w zakresie kriogenicznym [1,13]. Pod koniec ubiegłego wieku wydawało się, że dalszy rozwój tej metody nie jest możliwy. Okazało się jednak, że wciąż jest przedmiotem badań a liczną literaturę można znaleźć w [6].

Funkcja korelacji wzajemnej sygnałów ukrytych w szumie i opóźnionych względem siebie

Przyjmijmy, że nadawany sygnał $x(t)$ jest stacjonarnym losowym sygnałem o zerowej wartości średniej. Niech sygnał odbierany będzie stacjonarnym losowym sygnałem $y(t)$ o zerowej wartości średniej, takim że:

$$(7) \quad y(t) = \alpha x(t - \tau_0) + n(t)$$

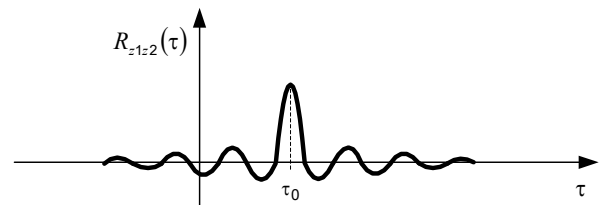
gdzie: α - współczynnik tłumienia, τ_0 - opóźnienie, $n(t)$ - niezależny szum (zakłócenie) o zerowej wartości średniej.

Funkcja korelacji wzajemnej sygnałów $x(t)$ i $y(t)$ jest równa [12]:

$$(8) \quad R_{xy}(\tau) = \alpha R_{xx}(\tau - \tau_0)$$

Pik wartości $R_{xy}(\tau)$ występuje dla $\tau = \tau_0$ (rys. 3) i jest równy $\alpha x^2(t)$.

Zależność (8) jest podstawą pomiaru czasu opóźnienia.



Rys. 3. Typowa funkcja korelacji wzajemnej dla zagadnienia opóźnienia czasowego (8)

Zagadnienie to można rozszerzyć do sytuacji, gdy każdy z dwóch sygnałów jest opóźniony, słabiony i zakłócony, przy czym zakłócenia $n_1(t)$ i $n_2(t)$ są niezależne od sygnału użytecznego $x(t)$ oraz jeden od drugiego:

$$(9a) \quad z_1(t) = \alpha_1 x(t - \tau_1) + n_1(t)$$

$$(9b) \quad z_2(t) = \alpha_2 x(t - \tau_2) + n_2(t)$$

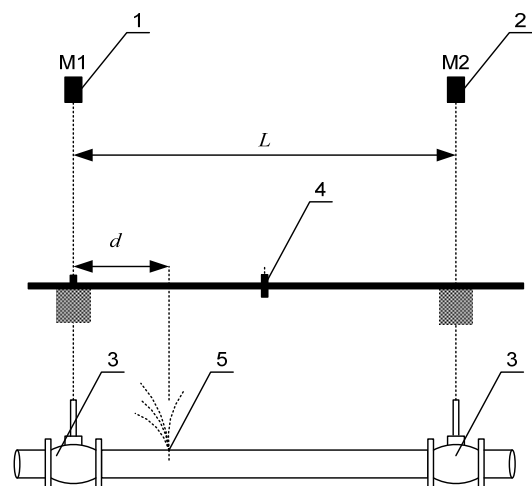
Wówczas funkcja korelacji wzajemnej przyjmuje postać:

$$(10) \quad R_{z_1 z_2}(\tau) = \alpha_1 \alpha_2 R_{xx}(\tau - (\tau_2 - \tau_1))$$

Pik wartości $R_{z_1 z_2}(\tau)$ występuje dla $\tau_0 = \tau_2 - \tau_1$ i jest równy $\alpha_1 \alpha_2 x^2(t)$.

Zależność (10) wykorzystywana jest w pomiarze miejsca wycieku z rurociągu. Każda z nich ((8) oraz (10)) może być zastosowana do wyznaczenia wartości średniokwadratowej sygnału $x(t)$.

Estymując zależność (10) opracowano korelator służący do lokalizacji wycieków w przewodach ciśnieniowych ułożonych w ziemi. Podstawowym zjawiskiem fizycznym analizowanym przez przyrząd jest szum wywołany przez wyciek. Szum od miejsca wycieku rozprzestrzenia się w obu kierunkach przewodu z określoną prędkością. Mikrofony go odbierają i drogą radiową przekazują do korelatora. Komputer ustala miejsce wycieku na podstawie odległości punktów pomiarowych od miejsca generującego szum (rys. 4).



Rys. 4. Schemat układu do lokalizacji wycieków za pomocą korelatora 1,2 - czujniki dźwięku materiałowego, 3 - punkty pomiarowe (hydranty przeciwpożarowe), d - poszukiwana odległość wycieku od punktu pomiarowego, v - prędkość rozchodzenia się dźwięku, 5 - wyciek

Wartość τ_0 wyznaczana jest na podstawie zależności (10), a poszukiwana odległość d na podstawie wzoru:

$$(11) \quad d = \frac{L - v \cdot \tau_0}{2}$$

Niepewność pomiaru odległości d wynika głównie z błędów pomiaru prędkości v oraz długości L , wpływ błędu pomiaru opóźnienia τ_0 jest zwykle do pominięcia [7].

Sieć wodociągowa przenosi różne dźwięki występujące w jej otoczeniu. Metoda umożliwia ograniczenie wpływu sygnałów zakłócających od sieci wodociągowej, pracy pomp, ruchu ulicznego i innych instalacji podziemnych [7].

Funkcja korelacji wzajemnej w zastosowaniach radioastronomicznych

Metody korelacyjne znajdują zastosowanie w detekcji fal grawitacyjnych, kosmicznej technice radarowej czy komunikacji z odległymi sondami. Jednak główną dziedziną ich wykorzystania jest radioastronomia [3-5]. Szerokie wykorzystanie korelacji w dziedzinach astronomicznych i astrofizycznych wynika z charakteru sygnałów: są to sygnały losowe o charakterze szumu i małej mocy odbierane wraz z szumem pochodzącym z tła kosmicznego, zakłóceń atmosferycznych lub urządzeń odbiorczych. Charakterystyki statystyczne sygnałów nie różnią się od charakterystyk zakłóceń [2-5].

Okazuje się, że technika korelacyjna stanowi względnie prostą i skuteczną metodę detekcji tak słabych i specyficznych sygnałów.

Opracowany w latach 70-tych XX wieku system VLBI (interferometria wielko bazowa), w którym technika korelacyjna stała się podstawą działania, pozwala na badania promieniowania nawet z najdalszych, a więc najślabszych radioźródeł. W systemie tym korelatory przetwarzające dane pochodzące z kilku lub kilkunastu radioteleskopów umożliwiają wyznaczenie funkcji korelacji wzajemnej oraz jej widma i dostarczenie astronomom danych do dalszych badań. Technika VLBI (obecnie e-VLBI) jest nadal usprawniana w coraz dokładniejsze i szybsze metody analizy danych, jednak analiza korelacyjna odbieranych sygnałów okazała się niezastąpiona. W europejskiej sieci EVN przetwarzanie danych następuje w korelatorze sprzętowym w instytucie JIVE w Holandii, dokąd za pomocą superszybkich łącz internetowych są one przekazywane z wielu radioteleskopów.

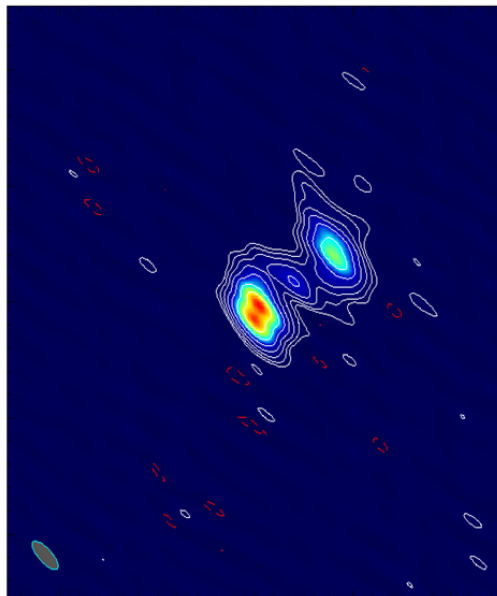
W radioastronomii pod pojęciem korelatora rozumiane jest urządzenie, które na podstawie sygnałów pochodzących z jednej lub kilku anten wytwarza widmo, które jest podstawowym materiałem badawczym [2-5,14].² Stosowane w radioastronomii korelatory można podzielić na dwie grupy: korelatory FX oraz korelatory XF. W przypadku korelatora FX (ang. *cross-spectrum via Fourier transforms*) na każdym z sygnałów wykonywana jest transformata Fouriera. Następnie wyniki są wymnażane dla każdej częstotliwości oraz uśredniane [2].

Zasada działania korelatora XF wynika ze związku między wzajemną gęstością widmową mocy a funkcją korelacji wzajemnej (ang. *cross-spectrum via correlation function*) [2]:

$$(12) \quad S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

² Twórcy urządzenia opracowanego w Piwnicach k. Torunia posługują się bardziej precyzyjną nazwą – spektrograf [15]

W cyfrowych korelatorach XF najpierw wyznaczane są estymatory funkcji korelacyjnych, następnie przeprowadzana jest szybka transformata Fouriera i ostatecznie uzyskiwany jest estymator widma wzajemnego badanych sygnałów. Uzyskana w ten sposób gęstość widmowa mocy jest stosowana do tworzenia map radiowych lub wyznaczania opóźnień w kosmicznej technice radarowej [14,16]. Na rysunku 5 przedstawiono mapę kwazara uzyskaną techniką korelacyjną [14].



Rys. 5. Mapa kwazara uzyskana techniką korelacyjną [14]

Wykrywanie i śledzenie małych obiektów krążących na orbicie okołoziemskiej, w szczególności coraz większej ilości kosmicznych śmieci oraz meteoroidów, opisano w [16].

Wymagania stawiane korelatorom w pomiarach „szumu w szumie”

W zależności od zastosowań wymagania stawiane korelatorom różnią się. Nowoczesne korelatory w zastosowaniach radioastronomicznych muszą spełniać następujące oczekiwania:

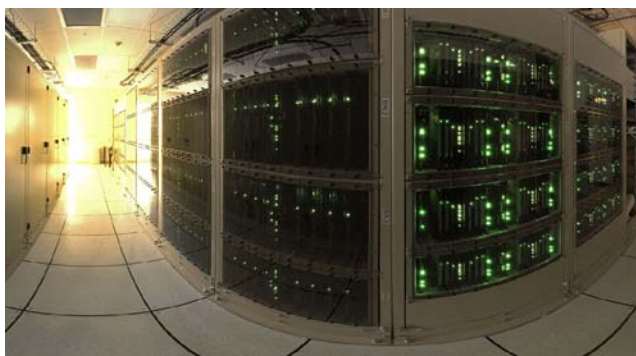
- przetwarzać sygnały użyteczne o mocy 10^{-20} do 10^{-15} W przy stosunku sygnału do szumu rzędu -60 do -30 dB,
- ograniczać zakłócenia kosmiczne, atmosferyczne oraz radiowe, których charakterystyki statystyczne nie różnią się od charakterystyk sygnałów użytecznych,
- przetwarzać ilość danych sięgającą petabajtów (10^{15} bajtów) w możliwie krótkim - najlepiej rzeczywistym – czasie.

Aby sprostać tym wymaganiom, w układach wejściowych korelatorów stosowane jest kwantowanie zgrubne, najczęściej 1, 2, rzadziej 3 bitowe.

W ostatnich latach podjęto ogromny wysiłek opracowania korelatora programowego. Rozwój technologiczny umożliwił w grudniu 2012 roku w Andach zainstalowanie i przetestowanie programowego korelatora ALMA (rys. 6). Ma on architekturę XF, ponad 134 miliony procesorów i wykonuje 17 miliardów (10^{15}) operacji na sekundę. W jego układach wejściowych zastosowano 3 bitowe kwantowanie [17].

Niestety, w opracowaniach z dziedziny radioastronomii trudno znaleźć informacje o dokładności przeprowadzonych pomiarów. Jeśli już są, to dotyczą one techniki radarowej [16]. Można jednak odnaleźć pewne wspólne cechy przetwarzania a-c właściwego dla sygnałów losowych. Sygnały te wymagają długiego czasu obserwacji (lub dużej

liczby pobranych próbek, najlepiej nieskorelowanych), gdyż błędy standardowe estymacji funkcji korelacji wzajemnej są odwrotnie proporcjonalne do pierwiastka z czasu pomiaru (lub z liczby pobranych próbek).



Rys. 6. Korelator ALMA [17]

Na przykład w korelacyjnym termometrze szumowym, względny standardowy błąd estymacji można oszacować na podstawie wzoru [13]:

$$(13) \quad \xi = \left\{ M_n^{-1} \left[I + (I + SNR^{-1})^2 \right] \right\}^{0,5}$$

gdzie: SNR – stosunek sygnału do szumu, M_n – liczba pobranych próbek.

Zależność jest słuszną przy założeniu, że wpływ szumów prądowych jest pomijalnie mały w porównaniu z wpływem szumów napięciowych, szumy napięciowe w każdym z dwóch torów miernika mają porównywalną moc, natomiast pobrane próbki są nieskorelowane [13].

Sygnały szumowe w przeciwieństwie do zdeterminowanych nie są wymagające pod względem kwantowania, dlatego już w latach 60. XX wieku konstruowano sprzętowe korelatory cyfrowe przeznaczone do ich analizy. Na przykładzie zastosowań radioastronomicznych widać, że w układach wejściowych nowoczesnych korelatorów stosowane jest kwantowanie zgrubne, nawet 1 lub 2 bitowe. W przyrządach do pomiaru opóźnień transportowych równie chętnie korzysta się z małowartościowej kwantyzacji. Szczegółowe analizy błędów estymacji funkcji korelacji wzajemnej przeprowadzono w [1, 2, 13, 18].

Podsumowanie

Zastosowanie funkcji korelacyjnych w technice nastąpiło po II wojnie światowej. W okresie wojennym na Uniwersytecie Harvarda opracowano korelacyjny radarowy system ostrzegania, ale wyniki prac były tajne i zostały opublikowane dopiero w 1966 roku. Rozszerzeniem pomiaru odległości jest metoda lokalizacji miejsca wycieku z rurociągu. Rozpoczęta w latach 90. instrumentacja metody trwa nadal. W latach 80. konstruowano korelacyjne termometry szumowe, które wciąż są rozwijane. Początek prac nad stosowaniem korelatorów w radioastronomii przypada na lata 60. i ich obecny rozwój jest wyjątkowo dynamiczny.

W podsumowaniu warto podkreślić, że korelator mierzący „szum w szumie” powinien:

- umożliwiać pomiar w długim czasie (nawet kilkunastu godzin), gdy stosunek sygnału do szumu tego wymaga,
- kwantować sygnał na kilku poziomach, ponieważ taka degradacja sygnału losowego nie wpływa w praktyce na jakość wyniku a skraca czas jego uzyskania.

W niniejszej pracy ostrożnie wypowiedziano się o uzyskiwanych dokładnościach. W praktyce celem tego rodzaju pomiarów nie jest bowiem minimalizacja niepewności, ale osiągnięcie kompromisu między uzyskaną niepewnością a wymaganym czasem pomiaru.

dr hab. inż. Jadwiga Lal-Jadziak, Uniwersytet Mikołaja Kopernika, Instytut Fizyki, Grudziądzka 5, 87-100 Toruń, E-mail: jjadziak@fizyka.umk.pl.

LITERATURA

- [1] Lal-Jadziak J., Korelacyjne metody pomiarowe i ich dokładność, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Zielonej Górze, Zielona Góra 1995
- [2] Lal-Jadziak J., Korelatory w zastosowaniach radioastronomicznych, *Pomiary Automatyka Kontrola*, 60 (2014), nr.11, 963-965
- [3] Briske W.: Cross Correlators, Tenth Synthesis Imaging Summer School, UNM, June 2006, www.aoc.nrao.edu/events/synthesis2006/lectures/.../Brisken.ppt
- [4] Bock D.: Correlators and back-ends, RAS, September 2011, <http://ebookbrowse.net/ras-correlators-pdf-d251100484>
- [5] Rupen M.P., Cross correlators & new correlators, Eleventh Synthesis Imaging Workshop, Socorro, June 2008, www.aoc.nrao.edu/events/synthesis/2008/.../RupenCorrelator08.ppt
- [6] <https://msl.irl.cri.nz/research/temperature-and-humidity/johnson-noise-thermometry>
- [7] Berger M., Ways M., Poszukiwania przecieków sieci wodociągowych, Wydawnictwo „Seidel-Przywecki” Sp. z o.o., Warszawa 2003
- [8] Sebalog Corr - Multikorelator nowej generacji, www.sebakmt.com/corr
- [9] Cyfrowy korelator Eureka Digital, www.radeton.pl/produkt/eureka-digital-p43.html
- [10] Hanus R., Badanie właściwości korelacyjnej metody estymacji czasu opóźnienia wykorzystującej transformatę Hilberta sygnału pomiarowego, *Przegląd Elektrotechniczny*, 88 (2012), nr 10B, 39-41
- [11] Hanus R., Petyka L., Zych M., Velocity measurement of liquid-solid flow in a vertical pipeline Using gamma-ray absorption and weighted cross-correlation, *Flow Measurement and Instrumentation*, 40 (2014), December, 58-63
- [12] Bendat J.S., Piersol A.G., Random data. Analysis and measurement procedures, Wiley, Hoboken, New Jersey 2010
- [13] Lal-Jadziak J., Kształtowanie dokładności w pomiarach korelacyjnych, Wydawnictwo Politechniki Zielonogórskiej, Zielona Góra 2001
- [14] http://www.astro.uni.torun.pl/~magda/EVLBI/evlbi_1.html
- [15] Borkowski K. M., Kus A.J., 32 m radioteleskop, Opis techniczny i podręcznik obserwatora, CA UMK, Piwnice 2008, <http://www.astro.uni.torun.pl/~kb/HandbRT32/HandbookRT32.htm>
- [16] Masanobu Y., Kazutomo T., Toshiyuki M., Kazuyoshi K., Tadashi T., *Study of a Bistatic Radar System Using VLBI Technologies for Detecting Space Debris and the Experimental Verification of its Validity*. Earth, Moon and Planets, 2006, spring, 57 – 76
- [17] Najwyżej położony superkomputer, www.eso.org/public/poland/news/eso1253/
- [18] Kawecka E., Lal-Jadziak J., Wpływ kwantowania na dokładność estymacji momentów sygnałów o rozkładach normalnych, *Pomiary Automatyka Robotyka*, (2004), nr. 7-8, 154 -158