

# Analiza dwukryterialnego problemu optymalizacji w zastosowaniu do automatycznego sterowania systemem zamówień w magazynie z dużymi opóźnieniami dostaw z wykorzystaniem regulatora feedback-feedforward z predyktorem Smitha

**Abstract.** The paper presents multi-criteria optimization for the supplementary orders automatic control system for the warehouse with large supplies delays and the time-varying market demand. The system is described by dynamic discrete-time warehouse model with variable time delay. Feedback-feedforward controller structure with Smith predictor is employed to meet the control requirements. Improved Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA2) is used to find the optimal two-criteria solution. The work contains problem statement, the results of calculations and computer simulations for the assumed scenario for the market demand.

**Streszczenie.** W pracy dokonano optymalizacji wielokryterialnej dla układu automatycznego sterowania systemem zamówień uzupełniających dla magazynu z dużymi opóźnieniami dostaw i przy zmiennym w czasie zapotrzebowaniu rynku. Na potrzeby analizy przyjęty został dynamiczny dyskretny model magazynu ze zmiennym w czasie opóźnieniem. Jako element sterujący wykorzystana została struktura układu sterowania z predyktorem Smitha oraz pętlami ujemnego sprzężenia zwrotnego i sprzężenia w przód. Do optymalizacji układu wykorzystano algorytm ewolucyjny SPEA2. W pracy zawarto definicję problemu, wyniki obliczeń i symulacji dla przyjętych zmian zapotrzebowania rynku. (**Analysis of two-criteria optimization problem with application to automatic orders control system for inventory with long-delay supply with feedback-feedforward controller and Smith predictor**).

**Słowa kluczowe:** system magazynowy, automatyczny system zamówień, układ sterowania, predyktor Smitha,

**Keywords:** system for the warehouse, Smith predictor, two-criteria solution

## Wprowadzenie

Zarządzanie systemami magazynowymi, dostosowywanie wielkości gromadzonych zapasów do przewidywanego zapotrzebowania jest istotnym zadaniem współczesnej gospodarki magazynowej [1], [2], [4], [8]. Proces zarządzania zamówieniami uzupełniającymi do magazynu może być prowadzony „ręcznie” przez wykwalifikowany personel z uwzględnieniem dostępnych strategii [5], oraz w sposób półautomatyczny bądź w pełni automatyczny, gdzie system sam dokonuje analizy wielkości zapasów, aktualnego bądź prognozowanego zapotrzebowania a rolą obsługi jest nadzór nad działaniem systemu. Niezależnie od typu systemu jego celem jest utrzymanie możliwie niskiego poziomu zapasów w stosunku do przewidywanego zapotrzebowania z uwzględnieniem występujących okresów oczekiwania związanych z realizacją dostaw, tj. czasem niezbędnym na przygotowanie zamówienia, oczekiwaniem na środek na transportu oraz czasem samego transportu. Odpowiednia strategia sterowania przepływem towarów w magazynie pozwala na wyrównanie intensywności przepływów towarów, a co za tym idzie poprawę jakości obsługi, dostępności towarów przy jednoczesnym ograniczeniu kosztów utrzymania zapasów [3], [6], [8], [9].

Obecnie coraz częściej do zagadnień modelowania i sterowania system zamówień uzupełniających wykorzystuje metody zaczerpnięte z teorii sterowania układami dynamicznymi [10], [11], [12], [7] oraz metody optymalizacji [13], [16].

Celem niniejszej pracy jest zbadanie możliwości zastosowania metod optymalizacji wielokryterialnej do jednoczesnej minimalizacji utraconych korzyści związanych z brakiem możliwości wykorzystania zapotrzebowania rynku oraz kosztów logistycznych związanych z gromadzeniem i utrzymaniem zapasów [15]. W pracy przedstawiono wyniki optymalizacji problemu dwukryterialnego dla regulatora ze zmodyfikowanym predyktorem Smitha oraz pętlami ujemnego sprzężenia zwrotnego (z jęz. ang. feedback) oraz

sprzężenia w przód (z jęz. ang. feedforward). Układ ten jest dedykowany dla układów z dużymi opóźnieniami – dużymi czasami oczekiwania na realizację złożonego zamówienia uzupełniającego oraz zmiennego w czasie zapotrzebowania rynku. Do analizy został przyjęty dyskretny dynamiczny model systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem [14]. W pracy zawarto wyniki obliczeń i symulacji komputerowych dla przyjętego scenariusza zmian zapotrzebowania rynku.

## Model matematyczny układu

Rozważania prowadzone w niniejszej pracy opierają się na modelu matematycznym systemu magazynowego podanym w pracy [14]. Przyjmuje się, że zapotrzebowanie rynku  $d(k)$  jest ograniczoną funkcją zależną od czasu, taką, że:

$$(1) \quad 0 \leq h(k) \leq d(k) \leq d_{\max}$$

Zmienna  $h(k)$  opisuje ilość produktów faktycznie wydanych z magazynu, jest ona zależna od zapotrzebowania, dostaw i od dostępnych, ograniczonych zapasów magazynowych  $y(k)$ , spełniających warunek  $0 \leq y(k) \leq y_{\max}$ . Jeżeli ilość produktów w magazynie z uwzględnieniem dostaw jest w dowolnym momencie czasu  $k$  wystarczająca, wówczas ilość produktów wydanych jest równa zapotrzebowaniu  $d(k) = h(k)$ . Jeżeli zgromadzona ilość produktów jest niewystarczająca wówczas  $h(k) < d(k)$  oraz  $y(k) = 0$ .

W modelu przyjęto zmienne w czasie opóźnienia związane z oczekiwaniem produktów na transport do magazynu. W tym celu wprowadzono współczynnik wysyłki w chwili czasu  $k$ , określony następująco:

$$(2) \quad q(k) = \begin{cases} 0 - \text{wysyłka} \\ 1 - \text{oczekiwanie na transport} \end{cases}$$

Ilość produktów oczekujących na wysyłkę jest określona w chwili  $k$  równaniem stanu:

$$(3) \quad x(k) = q(k-1)x(k-1) + u(k - \tau_p)$$

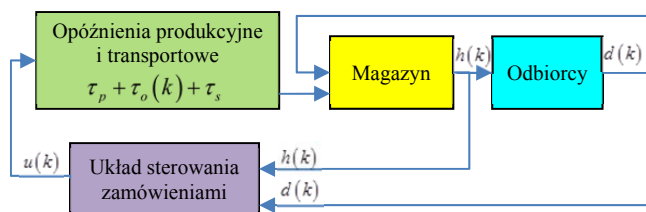
gdzie:  $\tau_p$  – opóźnienie produkcyjne,  $u(k)$  – ilość produktów zamówionych do magazynu w chwili  $k$ .

Stan magazynu w chwili  $k$  można wyznaczyć z bilansu przychodów i rozchodów w następujący sposób:

$$(4) \quad y(k) = y(k-1) + (1 - q(k - \tau_s))x(k - \tau_s) - h(k)$$

gdzie:  $x(k) \geq 0$ ,  $u(k) \geq 0$ ,  $\tau_s$  – opóźnienie spedycyjne.

Schemat systemu przedstawiony na rys.1 składa się z czterech głównych bloków: magazynu, odbiorców, opóźnień oraz układu sterowania.



Rys. 1. Schemat poglądowy systemu magazynowego z układem sterowania

### Układ sterowania

Układ sterowania zamówieniami ma utrzymywać odpowiedni poziom zapasów w magazynie, tak aby nie doszło do sytuacji w której magazyn nie będzie w stanie pokryć zapotrzebowania  $d(k)$ , bądź ilość przechowywanych produktów będzie nieadekwatnie duża w stosunku do zapotrzebowania  $d(k)$ . Kryterium doboru układu sterowania jest zatem jednoczesna optymalizacja dwóch wskaźników, tj. minimalizacja strat związanych z przestojami:

$$(5) \quad j_1 = \frac{1}{N} \sum_{k=n_0}^N (d(k) - h(k))$$

oraz kosztów związanych z zakupem i składowaniem zapasów

$$(6) \quad j_2 = \frac{1}{N} \sum_{k=n_0}^N y(k)$$

gdzie:  $n_0 = \tau_p + \tau_s + \tau_o(\tau_p)$  – skumulowane opóźnienie układu dla  $u(k=0)$ ,  $N$  – długość horyzontu czasowego analizy.

Ze względu na występowanie znaczących opóźnień, w układzie sterowania został wykorzystany układ sterowania zbudowany w oparciu o regulator w sprzężeniu zwrotnym ze zmodyfikowanym predyktorem Smitha oraz ze sprzężeniem w przód. Do wyznaczania żądanej wielkości zamówienia uzupełniającego do magazynu wykorzystywany jest przybliżony model układu bez opóźnienia w następującej postaci:

$$(7) \quad \tilde{y}(k) = \tilde{y}(k-1) + u(k-1) - h(k)$$

Zależność opisującą układ sterowania ze sprzężeniem zwrotnym i sprzężeniem w przód można zapisać w następującej formie:

$$(8) \quad u(k) = k_2 k_1 d(k) + k_3 (k_1 d(k) - \tilde{y}(k))$$

gdzie:  $k_1$  – wzmacnienie wiążące dzienne zapotrzebowanie rynku na towary z magazynu i wartość referencyjną zapasów magazynowych,  $k_2$  – wzmacnienie regulatora sprzężenia w przód,  $k_3$  – wzmacnienie regulatora w pętli ujemnego sprzężenia zwrotnego

Wyznaczenie optymalnych wartości parametrów  $k_1, k_2, k_3$  układu dynamicznego (1)–(4) przy strukturze układu sterowania danej (7)–(8) oraz dla zdefiniowanego scenariusza zmian  $d(k)$  i  $q(k)$  można zdefiniować w postaci następującego zadania optymalizacji wielokryterialnej:

$$(9) \quad \min_{k_1, k_2, k_3} [j_1, j_2]$$

Wielkość zamówienia uzupełniającego jest wyznaczana każdorazowo na podstawie zależności (8). Parametry układu regulacji można dobrać poprzez rozwiązanie zadania optymalizacji (9). Ze względu na ścisły związek pomiędzy zmiennymi  $u$ ,  $h$ , oraz  $y$  do wyznaczenia sterowania możliwe jest wykorzystanie jedynie dwóch zmiennych:  $d$  oraz  $h$ . Ujemne sprzężenie zwrotne jest realizowane za pośrednictwem zmiennej  $h$  wchodzącej do przybliżonego modelu bez opóźnienia.

### Przykład obliczeniowy

W przykładzie dokonano obliczeń oraz przeprowadzono symulacje komputerowe dla przepływu towarów w systemie magazynowym ze zmiennym w czasie opóźnieniem. Przedmiotem analizy jest wielkość zapasów w magazynie w zależności od zmiennego w czasie zapotrzebowania rynku  $d(k)$  zilustrowanego na rys. 2, układu regulacji (7)–(8) i wektorowego wskaźnika kosztu (9) Przyjęto następujące wartości parametrów układu:  $\tau_p = \tau_s = 14$ ,  $n_0 = 28$ ,  $N = 2000$ . Okres próbkowania wynosi 1 dzień. Opóźnienie  $\tau_o(k)$  układu jest periodycznie zmienne w czasie w sposób pokazany na rys. 3 – zamówienia są komasowane a wysyłki są realizowane cyklicznie co 14 dni. Łączne opóźnienie występujące w układzie wynosi od 28 do 41 dni w zależności od momentu złożenia zamówienia.

W celu wyznaczenia rozwiązania problemu optymalizacji wielokryterialnej (9) zastosowano metodę SPEA2 [17] która jest ulepszoną wersją algorytmu ewolucyjnego SPEA (ang. Strength Pareto Evolutionary Algorithm) [18] wykorzystywanego do rozwiązywania zadań optymalizacji wielokryterialnej. Algorytm ten przechowuje w zewnętrznym zbiorze chromosomy reprezentujące niezdominowany front Pareto, wykorzystuje klasteryzację w celu redukcji ilości rozwiązań oraz wykorzystuje zasadę dominacji Pareto w celu obliczenia skalarnej wartości funkcji przystosowania odpowiadającej każdemu chromosomowi. Przyjęty rozmiar populacji 100, ilość generacji 500.

Uzyskany w wyniku optymalizacji zbiór rozwiązań niezdominowanych został pokazany na wykresie w przestrzeni funkcji celu – rys. 4. Wartości funkcji celu (5)–(6) oraz odpowiadających im wyznaczonych parametrów układu sterowania dla wybranych dziesięciu osobników

populacji: 1,20,40,60,80, 85, 90, 95, 97 i 99 zostały przedstawione w tab. 1.

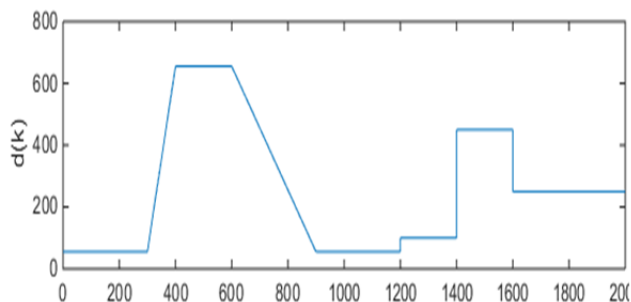
Stan zapasów magazynowych sześciu wybranych rozwiązań danych w tab. 1 dla przyjętego scenariusza zmian zapotrzebowania został zilustrowany na rys. 5 a dokonywane zamówienia na rys. 6.

Układ sterowania poprzez dokonywane zamówienia dostosowuje wielkość zapasów magazynowych do aktualnego zapotrzebowania  $d(k)$ . Wielkość gromadzonych zapasów w każdym z otrzymanych rozwiązań jest silnie związana z akceptowalnym poziomem kompromisu pomiędzy średnią ilością przestoju  $j_1$  a średnim poziomem zapasów  $j_2$  w horyzoncie analizy.

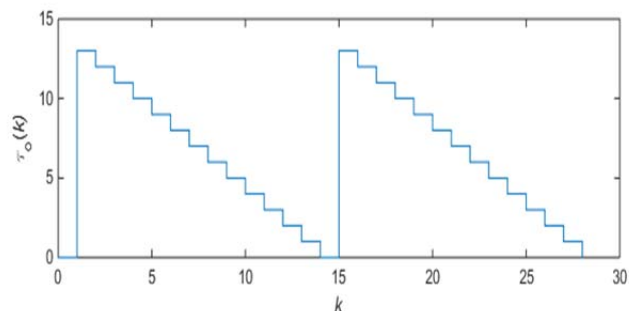
Dla rozważanych rozwiązań niezdominowanych poprawa jednego kryterium jest możliwa jedynie poprzez pogorszenie kryterium drugiego, tj. ilość przestoju można zmniejszyć jedynie poprzez zwiększenie poziomu zapasów. Kompromisem pomiędzy jednoczesną minimalizacją kryteriów  $j_1$  i  $j_2$  jest rozwiązanie oznaczone w tab. 1 i na rys. 4 numerem 90. W tym wypadku 24% poprawa kryterium  $j_1$  powoduje pogorszenie kryterium  $j_2$  o blisko 53%, natomiast 1,7 krotne poprawa kryterium  $j_2$  powoduje ponad 3 krotne zwiększenie kryterium  $j_1$ . W tym przypadku poprawa któregośkolwiek kryterium powoduje około dwukrotne pogorszenie drugiego kryterium. Wielkość zapasów magazynowych rozwiązania 90 została pokazana na rys. 7. Gromadzone zapasy są w okresach o stałym zapotrzebowaniu o około 20% większe od minimalnego wymaganego poziomu. Zilustrowane na czerwono przestoje tj. momenty w których zapotrzebowanie było większe niż zasoby magazynowe miały miejsce jedynie do momentu pierwszej dostawy, tj. dla  $k < 28$  oraz w okresach wzrostu zapotrzebowania.

Tabela 1. Wartości funkcji przystosowania oraz odpowiadającym im rozwiązań dla wybranych rozwiązań niezdominowanych.

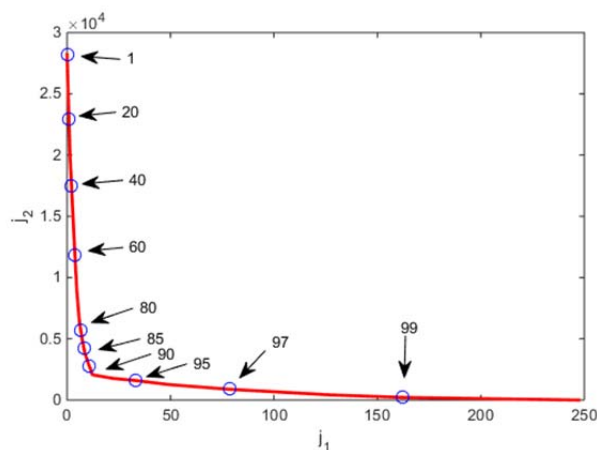
	$j_1$	$j_2$	$k_1$	$k_2$	$k_3$
1	0	28200	71,4	0,269	0,273
20	0,91	23000	121,0	6,40E-04	0,590
40	2,16	17500	101,0	3,97E-03	0,553
60	3,81	11900	79,7	6,90E-04	0,842
80	6,65	5670	7,8	3,99	0,646
85	8,14	4230	49,8	1,1E-03	0,900
90	10,80	2760	44,0	9,3E-03	0,530
95	33,10	1600	41,0	1,33E-02	6,40E-02
97	78,40	884	29,1	5,60E-03	0,308
99	162,00	217	66,8	5,52E-03	1,52E-04



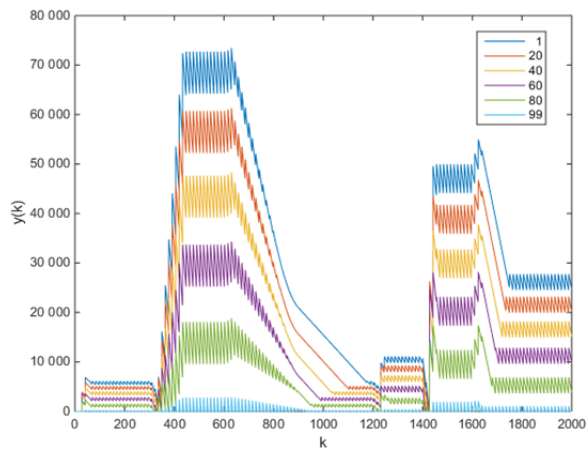
Rys. 2. Złożona funkcja zapotrzebowania rynku na produkty.



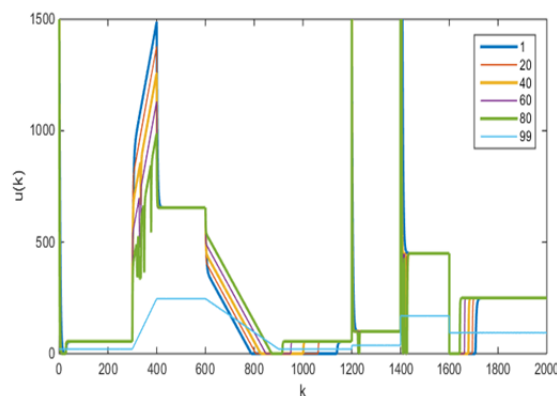
Rys.3. Zmienne w czasie opóźnienie związane z oczekiwaniem na transport.



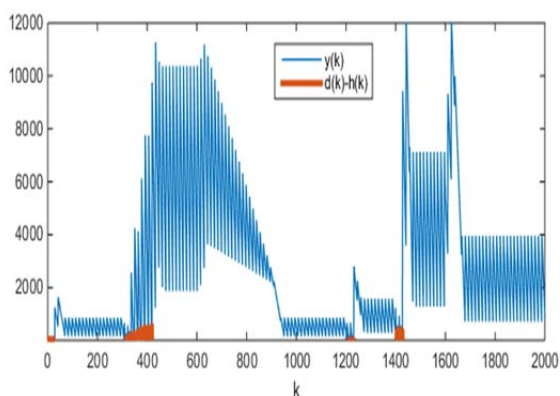
Rys.4. Zbiór rozwiązań niezdominowanych zadania optymalizacji wielokryterialnej w przestrzeni funkcji celu.



Rys.5. Stan zapasów magazynowych w funkcji czasu.



Rys.6. Zamówienia dokonywane przez układ automatycznego sterowania.



Rys.7. Stan zapasów magazynowych w funkcji czasu wraz z występującymi przestojami dla rozwiązania 90.

### Podsumowanie

Zagadnienia automatycznego sterowania zamówieniami uzupełniającymi towarów do magazynu wymagają poszukiwania kompromisu pomiędzy ustalonym poziomem obsługi a kosztami zakupu i składowania zapasów. Kryterium ilościowym odzwierciedlającym poziom obsługi jest średnia ilość przestoїв. Zaproponowana w pracy struktura układu sterowania wraz z zastosowaniem optymalizacji wielokryterialnej pozwoliła na znalezienie optymalnego kompromisu parametrów układu sterowania w sensie przyjętych kryteriów. Mimo znacznych zmian w przyjętym scenariuszu zmian zapotrzebowania rynku od 55 do 655 szt./dzień, przestoje występowały jedynie do chwili pierwszej dostawy do magazynu oraz w chwilach rosnącego zapotrzebowania. Przestoje stanowiły ok. 4% łącznego wolumenu obrotów i 5% czasu pracy. Gromadzone zapasy dla prawie całego horyzontu czasowego były w 80% upłynniane do następnej dostawy. Zastosowanie metod optymalizacji wielokryterialnej w połączeniu ze strukturą układu regulacji z wykorzystaniem struktury feedback-feedforward wraz z predyktorem Smitha, umożliwia efektywną optymalizację gospodarki magazynowej w sytuacji gdy w łańcuchu dostaw występują duże i zmienne w czasie opóźnienia oraz istotne zmiany zapotrzebowania ze strony odbiorców.

**Autor:** dr hab. inż. Przemysław Orłowski, prof. ZUT, Katedra Sterowania i Pomiarów, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, ul. Sikorskiego 37, 70-313 Szczecin, przemyslaw.orlowski@zut.edu.pl

### LITERATURA

- [1] Zipkin P.H., Foundations of Inventory Management. McGraw-Hill, New York, 2000.
- [2] Sarjusz-Wolski Z. Sterowanie zapasami w przedsiębiorstwie, Warszawa, 2000.
- [3] Niemczyk A. Magazynowe systemy informatyczne funkcjonalność systemów, Instytut Logistyki i Magazynowania, 2004.
- [4] Nowakowski T. Niezawodność systemów logistycznych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej Wrocław, 2011.
- [5] Sarjusz-Wolski Z., „Strategia Zarządzania Zaopatrzeniem”, Agencja Wydawnicza Placet, Warszawa, 1998.
- [6] Beier F. J., Logistyka, Szkoła Główna Handlowa, Warszawa, 2004.
- [7] Sarimveis H., Patrinos P., Tarantilis C.D., Kiranoudis C.T., Dynamic modeling and control of supply chain systems: a review, Computers & Operations Research 35 (11), 3530–3561, 2008.
- [8] Wróblewski K., J., Podstawy sterowania przepływem produkcji, WNT, Warszawa, 1993.
- [9] Skowronek C., Sarjusz-Wolski Z.: Logistyka w przedsiębiorstwie, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2003.
- [10] Ignaciuk P., Bartoszewicz A., LQ optimal sliding mode supply policy for periodic review inventory systems, IEEE Trans. on Automatic Control 55 (1), pp. 269–274, 2010.
- [11] Ignaciuk P., Bartoszewicz A.: Dead-beat and reaching-law-based sliding-mode control of perishable inventory systems. Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences, Vol. 59, No. 1, pp. 39–49, 2011.
- [12] Ignaciuk P., Bartoszewicz A.: Linear-quadratic optimal control of periodic-review perishable inventory systems, IEEE Transactions on Control Systems Technology vol. 20 no. 5, pp. 1400–1407, 2012.
- [13] Rudnik, K., Franczok K. Usprawnienie przepływu materiałów w magazynie na przykładzie sterowania rozmytego. Logistyka 4, 2014.
- [14] Chołodowicz E., Orłowski P. Dynamiczny dyskretny model systemu magazynowego ze zmiennym w czasie opóźnieniem, Logistyka, nr 4, pp. 31–35 2015.
- [15] Heyman, D., Sobel, M., Stochastic Models in Operations Research. McGraw-Hill. 1984.
- [16] Chołodowicz E., Orłowski P. Sterowanie przepływem towarów w magazynie z wykorzystaniem predyktora Smitha, Pomiar Automatyka Robotyka nr 3, pp. 55–60, 2015.
- [17] Zitzler, E. et al. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm. Technical report. Technische Hochschule Zurich (ETH), Institut für Technische Informatik und Kommunikationsnetze, 2001.
- [18] Zitzler E, Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications, 1999.