

Macierzowa metoda obliczania parametrów wielowarstwowych ekranów pola elektromagnetycznego

Streszczenie. W pracy zaproponowano metodę obliczania rozkładu pola elektromagnetycznego i parametrów ekranów wielowarstwowych, wykorzystującą koncepcję macierzy przejścia. Wzorami prezentowanej metody są: prosta procedura numeryczna wielokrotnego mnożenia macierzy 2×2 oraz możliwość bezpośredniego wyznaczenia istotnych parametrów ekranów bez konieczności obliczania pola (bezpośrednio z macierzy przejścia).

Abstract. Paper presents proposal of method calculating electromagnetic field distribution and multilayer screens parameters applying transfer matrix concept. The advantages of this method are: simple numeric procedure for 2×2 matrix multiplication and possibility of direct finding important screen parameters without need for field calculation (directly from transfer matrix) (**The matrix method of calculating the parameters of multilayer electromagnetic screens**).

Słowa kluczowe: quasi-stacjonarne pole elektromagnetyczne, ekrany wielowarstwowe, macierze przejścia, impedancja powierzchniowa.
Keywords: quasi-stationary electromagnetic field, layered screens, transition matrix, surface impedance.

Wstęp

Ekranowanie pól elektromagnetycznych jest jednym z najważniejszych zagadnień, zarówno w technice niskich, jak i wysokich częstotliwości [1, 2]. Wśród znanych metod obliczania parametrów różnego rodzaju ekranów pola elektromagnetycznego można wymienić metodę bezpośrednią, metodę falową [1], metodę analogii z linią długą [2]. Metody te nie nastrożają większych trudności w analizie ekranów jedno- lub dwuwarstwowych, jednak w miarę wzrostu liczby warstw ekranujących (ekranów wykonanych np. z pakietów blach elektrotechnicznych lub innych, o specjalnych zastosowaniach), ich stosowanie staje się kłopotliwe.

W niniejszej pracy autorzy proponują do tego celu metodę opartą na koncepcji macierzy przejścia, stosowaną do badania własności periodycznych nanostruktur półprzewodnikowych, jak np. supersieci, czy kwantowe lasery kaskadowe [3, 4, 5]. Metoda cechuje się dużą prostotą i pozwala na szybkie i dokładne obliczanie wszystkich ważnych parametrów ekranów o dowolnej liczbie warstw, bez konieczności obliczania rozkładu pola elektromagnetycznego. W pracy wyprowadzono wzory, pozwalające obliczać te parametry, dla najczęściej stosowanych ekranów płaskich i walcowych; w analogiczny sposób można je jednak wyprowadzić dla ekranów o innych kształtach. Opracowana metoda może znaleźć również zastosowanie w analizie innego rodzaju elektrodynamicznych układów warstwowych.

Ekran płaski

Analizowany układ złożony jest z n płaskich, stykających się ze sobą obszarów Ω_k (warstw) o stałych parametrach materiałowych (rys. 1.). Pierwsza i ostatnia warstwa stykają się z półprzestrzennymi obszarami Ω_0 (dielektryk) oraz Ω_{n+1} . Zakłada się, że $d_k \ll l$ i rozważa się pole elektromagnetyczne w obszarze odległym od krawędzi warstw (tzn. pomijane są tzw. efekty krawędziowe). Układ poddany jest działaniu jednorodnego, harmonicznego pola płaskiej fali elektromagnetycznej, padającej prostopadłe na powierzchnię rozgraniczającą obszary Ω_0 i Ω_1 . Układ współrzędnych oraz kierunki wektorów pola elektrycznego i magnetycznego przyjęto jak na rysunku 1.

Przy takich założeniach zespolone amplitudy natężenia pola elektrycznego E i magnetycznego H w każdym z obszarów spełniają równanie Helmholtza:

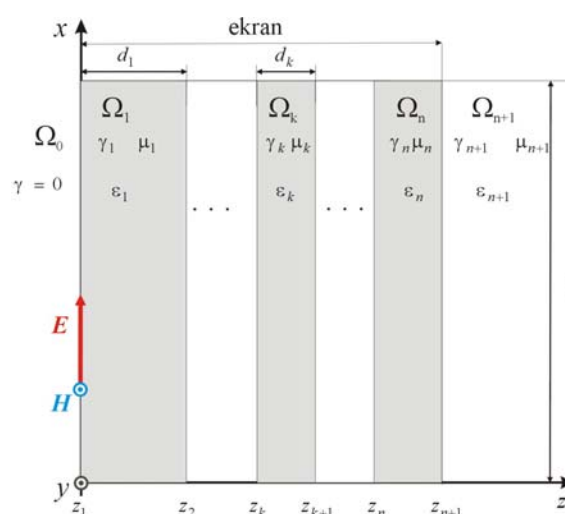
$$(1) \quad \Delta E = \Gamma^2 E, \quad \Delta H = \Gamma^2 H$$

gdzie

$$(2) \quad \Gamma = \sqrt{j\omega\mu(\gamma + j\omega\varepsilon)} \quad (\text{stała propagacji})$$

oraz

$$(3) \quad E = [E(z), 0, 0], \quad H = [0, H(z), 0]$$



Rys. 1. Warstwowy ekran płaski

Ogólne rozwiązania równań (1) stanowią superpozycję fal tłumionych (na ogół) poruszających się wzdłuż osi OZ w przeciwnych kierunkach.

$$(4) \quad E_k(z) = E_k^+ e^{-\Gamma_k(z-z_k)} + E_k^- e^{\Gamma_k(z-z_k)}, \quad k = 0, \dots, n+1$$

$$(5) \quad H_k(z) = H_k^+ e^{-\Gamma_k(z-z_k)} + H_k^- e^{\Gamma_k(z-z_k)}$$

przy czym

$$(6) \quad \frac{E_k^+}{H_k^+} = -\frac{E_k^-}{H_k^-} = \sqrt{\frac{j\omega\mu_k}{\gamma_k + j\omega\varepsilon_k}} = Z_k \quad (\text{impedancja falowa})$$

We wzorach (4), (5) z_0 jest związane z nieistotną w niniejszych rozważaniach fazą początkową fali padającej i można je przyjąć dowolnie. Dla uproszczenia zapisu niektórych dalszych wzorów przyjęto $z_0 = z_1 = 0$.

W celu wyznaczenia zależności między stałymi E_1^+ , E_1^- , H_k^+ , H_k^- (amplitudy składowych pola) rozważmy dwie sąsiednie warstwy Ω_k i Ω_{k+1} . Korzystając z warunków ciągłości stycznych składowych pól E i H mamy:

$$(7) \quad E_{k+1}(z_{k+1}) = E_k(z_{k+1})$$

$$(8) \quad H_{k+1}(z_{k+1}) = H_k(z_{k+1})$$

co, wobec (4), (5), (6), prowadzi do układu równań:

$$(9) \quad \begin{cases} E_{k+1}^+ + E_{k+1}^- = E_k^+ e^{-\Gamma_k d_k} + E_k^- e^{\Gamma_k d_k} \\ E_{k+1}^+ - E_{k+1}^- = \lambda_k E_k^+ e^{-\Gamma_k d_k} - \lambda_k E_k^- e^{\Gamma_k d_k} \end{cases}$$

gdzie:

$$(10) \quad d_k = z_{k+1} - z_k$$

$$(11) \quad \lambda_k = \frac{Z_{k+1}}{Z_k}$$

Zapisując (9) w postaci macierzowej

$$(12) \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{k+1}^+ \\ E_{k+1}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\Gamma_k d_k} & e^{\Gamma_k d_k} \\ \lambda_k e^{-\Gamma_k d_k} & -\lambda_k e^{\Gamma_k d_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_k^+ \\ E_k^- \end{bmatrix}$$

i mnożąc obustronnie (12) przez macierz odwrotną do pierwszej po lewej stronie, otrzymujemy ostatecznie:

$$(13) \quad \begin{bmatrix} E_{k+1}^+ \\ E_{k+1}^- \end{bmatrix} = \mathbf{M}_k \begin{bmatrix} E_k^+ \\ E_k^- \end{bmatrix}$$

gdzie:

$$(14) \quad \mathbf{M}_k = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1 + \lambda_k) e^{-\Gamma_k d_k} & (1 - \lambda_k) e^{\Gamma_k d_k} \\ (1 - \lambda_k) e^{-\Gamma_k d_k} & (1 + \lambda_k) e^{\Gamma_k d_k} \end{bmatrix}$$

jest poszukiwaną *macierzą przejścia* między warstwami k i $k+1$. Zauważmy następnie, że:

$$(15) \quad \begin{bmatrix} E_{n+1}^+ \\ E_{n+1}^- \end{bmatrix} = \mathbf{M}_n \begin{bmatrix} E_{n-1}^+ \\ E_{n-1}^- \end{bmatrix} = \mathbf{M}_n \mathbf{M}_{n-1} \begin{bmatrix} E_{n-2}^+ \\ E_{n-2}^- \end{bmatrix} = \dots = \\ = \mathbf{M}_n \mathbf{M}_{n-1} \dots \mathbf{M}_0 \begin{bmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{bmatrix}$$

Zależność między amplitudami pierwszej i ostatniej warstwy może być więc przedstawiona jako:

$$(16) \quad \begin{bmatrix} E_{n+1}^+ \\ E_{n+1}^- \end{bmatrix} = \mathbf{P} \begin{bmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{bmatrix}$$

gdzie:

$$(17) \quad \mathbf{P} = \mathbf{M}_n \mathbf{M}_{n-1} \dots \mathbf{M}_0 = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$$

jest macierzą przejścia dla całego ekranu. Jak widać z (17), macierz tę można obliczyć za pomocą bardzo prostej procedury n -krotnego mnożenia macierzy o wymiarach 2×2 .

Zakładając, że znane są amplitudy fali padających na ekran z obu stron (tzn. E_0^+ i E_{n+1}^-), z równania (15) można wyznaczyć amplitudy fal biegnących od ekranu:

$$(18) \quad E_0^- = \frac{E_{n+1}^- - p_{21} E_0^+}{p_{22}}$$

$$(19) \quad E_{n+1}^+ = \frac{E_{n+1}^- + \det \mathbf{P} E_0^+}{p_{22}}$$

przy czym

$$(20) \quad \det \mathbf{P} = \det(\mathbf{M}_n \mathbf{M}_{n-1} \dots \mathbf{M}_0) = \prod_{k=0}^n \lambda_k = \frac{Z_{n+1}}{Z_0}$$

Zatem

$$(21) \quad E_{n+1}^+ = \frac{E_{n+1}^- + \frac{Z_{n+1}}{Z_0} E_0^+}{p_{22}}$$

co można też zapisać

$$(22) \quad E_{n+1}^+ = Z_{n+1} \frac{H_0^+ + H_{n+1}^-}{p_{22}}$$

Korzystając z (13), a następnie (4), (5) i (6) można też wyznaczyć pełny rozkład pola w badanym układzie. Nie jest to jednak konieczne do obliczenia wartości parametrów charakteryzujących jego właściwości ekranujące, gdyż można je prosto określić na podstawie elementów macierzy \mathbf{P} . Dalej zaprezentowano kilka wzorów dla takich parametrów użytecznych przy projektowaniu ekranów [1, 2]. Przy ich wyprowadzaniu przyjęto założenie jednostronnego padania fali od strony obszaru Ω_0 (tzn. $E_{n+1}^- = H_{n+1}^- = 0$). Wyprowadzenia tych wzorów pominięto ze względu na ich elementarny charakter.

Współczynnik odbicia R

$$(19) \quad R = \frac{E_0^-}{E_0^+} = -\frac{H_0^-}{H_0^+} = -\frac{p_{21}}{p_{22}}$$

Współczynniki transmisji T_E, T_H

$$(20) \quad T_E = \frac{E_{n+1}^+}{E_0^+} = \frac{Z_{n+1}}{p_{22} Z_0}$$

$$(21) \quad T_H = \frac{H_{n+1}^+}{H_0^+} = \frac{1}{p_{22}}$$

Impedancja powierzchniowa Z_s

$$(22) \quad Z_s = \frac{E_0(z_1)}{H_0(z_1)} = Z_0 \frac{p_{22} - p_{21}}{p_{22} + p_{21}}$$

Gęstość powierzchniowa mocy pozornej wnikającej do układu (składowa normalna wektora Poyntinga na powierzchni $z_1=0$)

$$(23) \quad S_0 = \frac{1}{2} E_0(z_1) H_0^*(z_1) = \frac{(p_{22} - p_{21})(p_{22} + p_{21})^*}{2 Z_0^* |p_{22}|^2} |E_0^+|^2 = \\ = \frac{(p_{22} - p_{21})(p_{22} + p_{21})^*}{2 |p_{22}|^2} Z_0 |H_0^+|^2$$

Gęstość powierzchniowa mocy pozornej wnikającej do obszaru ekranowanego Ω_{n+1}

(24)

$$S_{n+1} = \frac{1}{2} E_{n+1}(z_{n+1}) H_{n+1}^*(z_{n+1}) = \frac{Z_{n+1}}{2} \left| \frac{E_0^+}{Z_0 P_{22}} \right|^2 = \frac{Z_{n+1}}{2} \left| \frac{H_0^+}{P_{22}} \right|^2$$

Współczynnik zaekranowania elektromagnetycznego mocy (według definicji w [1])

$$(25) \quad p_e = \frac{4Z_0^* Z_{n+1}}{|Z_0 + Z_{n+1}|^2} \frac{|P_{22}|^2}{(p_{22} - p_{21})(p_{22} + p_{21})^*}$$

Strumień magnetyczny w ekranie na jednostkę długości

$$(26) \quad \Phi_{ekr} = \frac{(p_{22} - p_{21})Z_0 - Z_{n+1}}{j\omega p_{22}} H_0^+$$

Strumień magnetyczny w obszarze ekranowanym na jednostkę długości

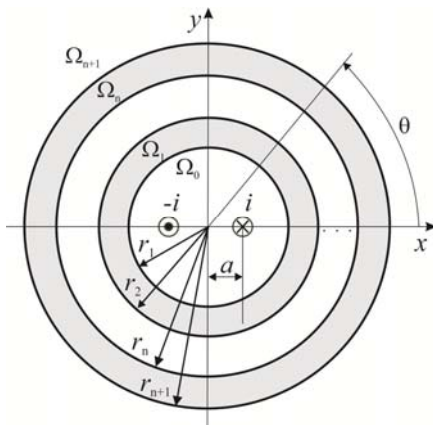
$$(27) \quad \Phi_{obe} = \frac{Z_{n+1}}{j\omega p_{22}} H_0^+$$

(Ostatnie dwa wzory wyprowadzono korzystając z całkowitej postaci prawa Faradaya.)

W przeprowadzonej tu analizie przyjęto dość silne założenia (jak np. przyjęcie fali płaskiej jako pola wzbudzającego, czego konsekwencją jest jednorodność pola na całej powierzchni ekranu), co pozwoliło sprowadzić postawione zagadnienie do problemu jednowymiarowego. Mogłoby to sugerować, że zakres zastosowania proponowanej metody jest dość ograniczony. Tak jednak nie jest, o czym przekonuje następujący przykład.

Ekranu walcowe

Rozpatrzmy zagadnienie obliczania rozkładu pola elektromagnetycznego w kablu dwużyłowym z n -warstwowym ekranem cylindrycznym (rys. 2).



Rys. 2. Kabel dwużyłowy z ekranem warstwowym

Zakłada się, że obszary Ω_0 i Ω_{n+1} są dielektryczne, a pozostałe Ω_k (warstwy ekranu) mogą mieć dowolne parametry materiałowe. W żyłach kabla płyną prądy sinusoidalnie zmiennie w czasie o jednakowych amplitudach i_0 i przeciwnych fazach. Ponadto przyjmuje się, że pole przez nie wzbudzone na powierzchni wewnętrznej ekranu ($r = r_1$) z wystarczającą dokładnością może być przybliżone polem od przewodów nieskończenie cienkich, ułożonych wzdłuż ich osi. Pozostałe założenia przyjęto analogicznie, jak dla układu ekranu płaskiego.

W celu rozwiązania postawionego zagadnienia skorzystano z magnetycznego potencjału wektorowego A ($B = \text{rot}A$,

$E = -j\omega A$) spełniającego równania:

$$(28) \quad \Delta A = 0 \quad \text{w obszarach } \Omega_0 \text{ i } \Omega_{n+1}$$

$$(29) \quad \Delta A = \Gamma^2 A \quad \text{w obszarach } \Omega_k, k=1, \dots, n$$

Przy poczynionych założeniach, we współrzędnych cylindrycznych mamy:

$$(30) \quad A(r, \theta) = [0, 0, A(r, \theta)]$$

Korzystając z metody separacji zmiennych, ogólne rozwiązanie równań (28) i (29) można zapisać następująco:

$$(31) \quad A_0(r, \theta) = A_{exc}(r, \theta) + \sum_{m=0}^{\infty} B_m^0 \left(\frac{r}{r_1} \right)^m \cos m\theta, \quad \text{dla } \Omega_0$$

$$(32) \quad A_k(r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} (C_m^k I_m(\Gamma_k r) + D_m^k K_m(\Gamma_k r)) \cos m\theta,$$

dla $\Omega_k, k=1, \dots, n$

$$(33) \quad A_{n+1}(r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} B_m^{n+1} \left(\frac{r}{r_{n+1}} \right)^{-m} \cos m\theta \quad \text{dla } \Omega_{n+1}$$

gdzie:

$$(34) \quad A_{exc}(r, \theta) = \frac{\mu i_0}{4\pi} \ln \frac{(r \cos \theta + a)^2 + r^2 \sin^2 \theta}{(r \cos \theta - a)^2 + r^2 \sin^2 \theta}$$

jest polem wzbudzającym, a I_m, K_m , zmodyfikowanymi funkcjami Bessela pierwszego i drugiego rodzaju (odpowiednio).

Z warunków ciągłości stycznych składowych E i H na granicach warstw ekranu mamy:

$$(35) \quad A_{k+1}(r_{k+1}) = A_k(r_{k+1})$$

$$(36) \quad \frac{1}{\mu_{k+1}} \frac{\partial A_{k+1}}{\partial r} \Big|_{r=r_{k+1}} = \frac{1}{\mu_k} \frac{\partial A_k}{\partial r} \Big|_{r=r_{k+1}}$$

co po podstawieniu (31)-(34) prowadzi do następujących układów równań:

$$(37) \quad \begin{bmatrix} I_m(\Gamma_1 r_1) & K_m(\Gamma_1 r_1) \\ I'_m(\Gamma_1 r_1) & K'_m(\Gamma_1 r_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_m^1 \\ D_m^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_m^0 + F_m \\ \lambda_0 (m B_m^0 + r_1 G_m) \end{bmatrix}$$

$$(38) \quad \begin{bmatrix} I_m(\Gamma_{k+1} r_{k+1}) & K_m(\Gamma_{k+1} r_{k+1}) \\ I'_m(\Gamma_{k+1} r_{k+1}) & K'_m(\Gamma_{k+1} r_{k+1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_m^{k+1} \\ D_m^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m(\Gamma_k r_{k+1}) & K_m(\Gamma_k r_{k+1}) \\ \lambda_k I'_m(\Gamma_k r_{k+1}) & \lambda_k K'_m(\Gamma_k r_{k+1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_m^k \\ D_m^k \end{bmatrix} \quad k=1, \dots, n-1$$

$$(39) \quad \begin{bmatrix} B_m^{n+1} \\ -m B_m^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m(\Gamma_n r_{n+1}) & K_m(\Gamma_n r_{n+1}) \\ \lambda_n I'_m(\Gamma_n r_{n+1}) & \lambda_n K'_m(\Gamma_n r_{n+1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_m^n \\ D_m^n \end{bmatrix}$$

gdzie:

$$(40) \quad F_m = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi A_{exc}(r_1, \theta) \cos m\theta d\theta$$

$$(41) \quad G_m = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{\partial A_{exc}}{\partial r} \Big|_{r=r_1} \cos m\theta d\theta$$

$$(42) \quad \lambda_0 = \frac{\mu_1}{\mu_0 \Gamma_1 r_1}, \quad \lambda_n = \frac{\mu_{n+1} \Gamma_n r_{n+1}}{\mu_n}$$

λ_k dla $k = 1, \dots, n-1$ są określone wzorem (11), I'_m K'_m - pochodne zmodyfikowanych funkcji Bessela.

Wzory (40), (41) wynikają z przedstawienia w postaci szeregów Fouriera potencjału pola wzbudzającego (34) i jego pochodnej radialnej na powierzchni wewnętrznej ekranu.

Wprowadzając dla uproszczenia zapisu oznaczenia:

$$(43) \quad C_m^0 = B_m^0 + F_m, \quad D_m^0 = \lambda_0 (m B_m^0 + r_1 G_m),$$

$$C_m^{n+1} = B_m^{n+1}, \quad D_m^{n+1} = -m B_m^{n+1}, \quad R_k = \Gamma_k r_{k+1}, \quad R_k^+ = \Gamma_{k+1} r_{k+1}$$

i mnożąc obustronnie (37) i (38) przez macierze odwrotne do pierwszych, które występują po lewych stronach tych równań otrzymujemy

$$(44) \quad \begin{bmatrix} C_m^{k+1} \\ D_m^{k+1} \end{bmatrix} = M_k \begin{bmatrix} C_m^k \\ D_m^k \end{bmatrix}, \quad k=0, \dots, n$$

gdzie:

$$(45) \quad M_0 = \frac{1}{W_0} \begin{bmatrix} K'_m(R_0^+) & -K_m(R_0^+) \\ -I'_m(R_0^+) & I_m(R_0^+) \end{bmatrix}$$

$$(46) \quad M_k = \frac{1}{W_k} \begin{bmatrix} K'_m(R_k^+) I_m(R_k) - \lambda_k K_m(R_k^+) I'_m(R_k) \\ -I'_m(R_k^+) I_m(R_k) + \lambda_k I_m(R_k^+) I'_m(R_k) \\ K'_m(R_k^+) K_m(R_k) - \lambda_k K_m(R_k^+) K'_m(R_k) \\ -I'_m(R_k^+) K_m(R_k) + \lambda_k I_m(R_k^+) K'_m(R_k) \end{bmatrix}$$

$k = 1, \dots, n-1$

$$(47) \quad M_n = \begin{bmatrix} I_m(R_n) & K_m(R_n) \\ \lambda_n I'_m(R_n) & \lambda_n K'_m(R_n) \end{bmatrix}$$

$$(48) \quad W_k = I_m(R_k^+) K'_m(R_k^+) - I'_m(R_k^+) K_m(R_k^+), \quad k = 0, \dots, n-1$$

Postępując dalej analogicznie jak w przypadku ekranów płaskich (wzory (15)-(17)) otrzymujemy ostatecznie

$$(49) \quad \begin{bmatrix} C_m^{n+1} \\ D_m^{n+1} \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} C_m^0 \\ D_m^0 \end{bmatrix}$$

gdzie P dane jest wzorem (17).

Uwzględniając (43), z równania (49) można wyznaczyć współczynniki szeregów w (31) i (33):

$$(50) \quad B_m^0 = -\frac{(mp_{11} + p_{21})F_m + (mp_{12} + p_{22})\lambda_0 r_1 G_m}{(p_{11} + \lambda_0 mp_{12})m + p_{21} + \lambda_0 mp_{22}}$$

$$(51) \quad B_m^{n+1} = -\frac{\lambda_0 (mF_m - r_1 G_m) \det P}{(p_{11} + \lambda_0 mp_{12})m + p_{21} + \lambda_0 mp_{22}}$$

a następnie, po skorzystaniu z (44), współczynniki C_m^k ,

D_m^k w (32) i stąd pełny rozkład pola w badanym układzie.

Podobnie jak w przypadku ekranów płaskich, nie jest to jednak konieczne do obliczenia użytecznych parametrów warstwowego ekranu walcowego, które można wyrazić za pomocą elementów samej macierzy przejścia P .

Podsumowanie

W pracy zaproponowano alternatywną, wobec dotychczas stosowanych, metodę obliczania rozkładu pola elektromagnetycznego i parametrów ekranów wielowarstwowych, wykorzystującą koncepcję macierzy przejścia. Metoda ma charakter analityczny (otrzymane rozwiązanie jest dokładne), wymaga jedynie zastosowania prostej procedury numerycznej wielokrotnego mnożenia macierzy o wymiarach 2×2 i (ewentualnie) numerycznego obliczenia pewnych całek na powierzchniach granicznych ekranu z funkcji pola wzbudzającego. W rezultacie uzyskuje się macierz przejścia całego układu (również o wymiarze 2×2), na podstawie, której można bez trudu wyznaczyć wszystkie istotne parametry charakteryzujące właściwości ekranujące analizowanego układu.

W zaprezentowanej wersji proponowana metoda może być stosowana w układach o geometrii pozwalającej na analityczne rozwiązanie równań pola, w każdej z warstw ekranu (np. metodą separacji zmiennych), tzn. wówczas, gdy udaje się przedstawić ich ogólne rozwiązanie w postaci kombinacji liniowej funkcji analitycznych, szeregów ortogonalnych lub znanych transformat całkowych. Wydaje się jednak, że opisaną koncepcję można również wykorzystać do analizy numerycznej bardziej złożonych geometrycznie układów, również z uwzględnieniem nieliniowych właściwości materiałowych. Problematyka ta będzie przedmiotem dalszych badań autorów.

LITERATURA

- [1] Turowski J., *Elektrodynamika techniczna*, PWN Warszawa, (2014)
- [2] Turowski J., *Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych*, WNT Warszawa, (1982)
- [3] Han Li, Transfer matrix approach to propagation of angular plane wave spectra through metamaterial multilayer structures, University of Dayton, Ohio, (2011)
- [4] Mączka M., Pawłowski S., Plewako J.: Comparative analysis of selected models of semiconductor superlattices, *Przegląd Elektrotechniczny*, nr 8, (2011), 93 – 95
- [5] <http://emlab.utep.edu/ee5390cem.htm>

Autorzy: dr hab. Stanisław Pawłowski prof. PRz, Politechnika Rzeszowska, Zakład Elektrodynamiki i Systemów Elektromaszynowych, ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów, E-mail: spawlo@prz.edu.pl, dr inż. Jolanta Plewako, Katedra Energoelektroniki, Elektroenergetyki i Systemów Złożonych, ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów, E-mail: jplewako@prz.edu.pl