Andrzej RUSEK, Ihor SHCHUR, Marcjan NOWAK, Marek PATRO

Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, Instytut Elektrotechniki Przemysłowej, Zakład Maszyn i Napędów Elektrycznych

Model matematyczny dynamiki trójmasowego układu zastępczego z połączeniami sprężystymi na przykładzie odcinka linii technologicznej walcowania blach grubych

Streszczenie. *W artykule przedstawiono model matematyczny dynamiki trójmasowego układu zastępczego z połączeniami sprężystymi na przykładzie odcinka linii technologicznej walcowania blach grubych składającego się z klatki walcowniczej oraz rolek odbierającego samotoku transportowego z motoreduktorowymi napędami indywidualnymi o konstrukcji samonośnej mocowanymi na końcach wałów rolek. Sformułowanie modelu matematycznego oparto na równaniu Lagrange'a drugiego rodzaju. W modelu matematycznym uwzględniono sprężyste połączenia pomiędzy masami układu zastępczego z uwzględnieniem położenia elementu transportowanego. Wykonano przykładowe obliczenia symulacyjne z wykorzystaniem modelu symulacyjno-komputerowego. Wyniki obliczeniowe przykładowych stanów dynamicznych przedstawiono w formie przebiegów czasowych.*

Abstract*. This paper presents the mathematical model of a dynamics triple-mass system with elastic connections based on example of the part of a plate mill processing line with the roller table transporting line individually equipped with motors with gear reducers fixed at the ends of roller shafts. Mathematical model was based on the basis of Lagrange's equation of the second type. In the analysis, the moment of inertia as a function of time was taken into account. This function was introduced into the system of differential equations describing the mechanical part of drive system. Considering the complex parameters of drive system the exemplary numerical calculations by using a simulation model were made. Results of simulation of computational dynamic states as time dependencies are presented.* ***Mathematical model of a dynamics triple-mass system with elastic connections based on example of the part of a plate mill processing line with the roller table transporting line***

Słowa kluczowe: model matematyczny, układ trójmasowy, walcowanie blach grubych, model symulacyjny
Keywords: mathematical model, triple-mass system, plate mill, simulation model

doi:10.12915/pe.2014.07.25

Wstęp

Przyjęty do analizy układ napędowy składający się z trzech mas wirujących połączonych elementami sprężystymi ma charakter ogólny i może być odniesiony do różnych linii technologicznych szczególnie linii hutniczych, gdzie bardzo często występuje transport długich elementów pomiędzy różnego rodzaju ogniwami obróbczymi w zależności od przeznaczenia linii technologicznych. Do odcinków linii technologicznych w stosunku do których można odnieść zastępczy układ wirujących trzech mas połączonych elementami sprężystymi jest odcinek linii składający się z klatki walcowniczej oraz samotokowej linii odbierającej. Ogólny schemat takiego układu mechanicznego dla walcowania blach grubych przedstawiono na rysunku 1.

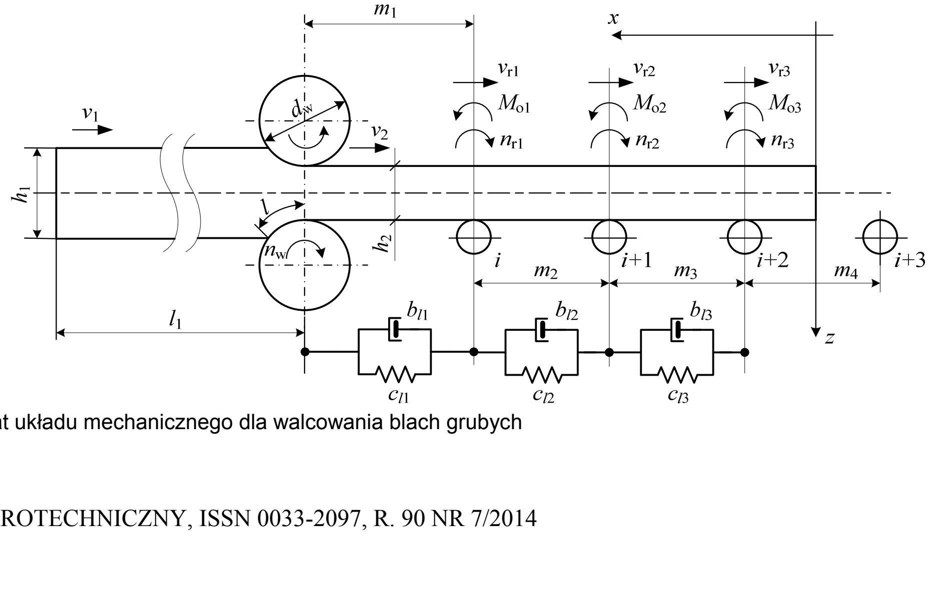
Pomiędzy klatką walcowniczą a poszczególnymi rolkami samotoku zgodnie z oznaczeniami na rysunku 1 założono występowanie sprężystości i tłumienia związanego z odcinkami elementu transportowanego pomiędzy klatką walcowniczą i pierwszą rolką samotoku odbierającego oraz pomiędzy kolejnymi rolkami tego samotoku. Do analizy układu dla sformułowania modelu matematycznego przyjęto zastępczą strukturę układu mechanicznego z rysunku 1 sprowadzoną do trzech mas wirujących połączonych elementem sprężystym (rys.2).

Model matematyczny dynamiki układu

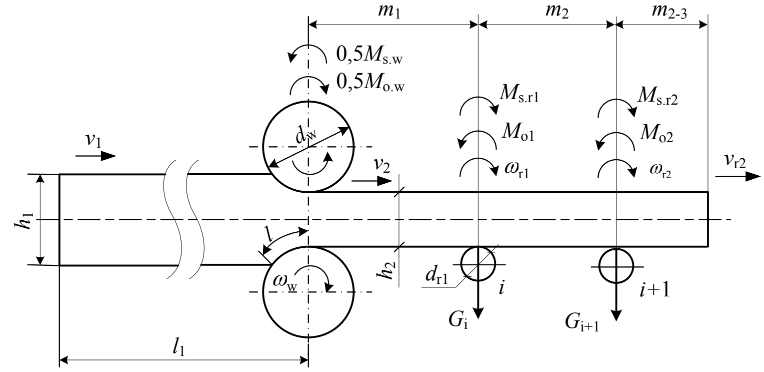
Zastępczą strukturę układu mechanicznego z rysunku 2 sprowadzono do trójmasowego układu mas wirujących połączonych elementami sprężystymi z uwzględnieniem tłumienia zakładając dla pierwszej masy część elementu walcowanego przed klatką walcarki, klatkę walcowniczą oraz połowę przewalcowanego elementu pomiędzy klatką walcowniczą a pierwszą rolką samotoku odbierającego. Drugą masę wirującą stanowi pierwsza rolka samotoku odbierającego z połową przewalcowanego elementu przed tą rolką i za tą rolką przy podziale zgodnie z modułami linii a trzecią masę wirującą obejmuje druga rolka z pozostałą częścią przewalcowanego elementu. Współczynnik sztywności mas wirujących określa zależność (1)

$$c_{l2} = \frac{EA_{\mathrm{m}}}{m_2} = \frac{Ea\,h_2}{m_2} \tag{1}$$

gdzie: E – moduł sprężystości podłużnej dla stali E = (2,0÷2,2)·10^{11} Pa, $A_{\mathrm{m}} = a\,h_2$ – powierzchnia przekroju walcowanego elementu.



Rys.1. Ogólny schemat układu mechanicznego dla walcowania blach grubych



Rys.2. Zastępcza struktura układu mechanicznego dla sprowadzenia do trzech mas wirujących połączonych elementami sprężystymi

Przewalcowany element metalowy opiera się na pierwszej i drugiej rolce samotoku, gdy jest spełniony warunek $m_1 + m_2 < l_2 < m_1 + m_2 + m_3$. Model matematyczny sformułowano w oparciu o równanie Lagrange'a przedstawione zależnością (2)

(2) $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_k} T\right) - \frac{\partial}{\partial q_k} T + \frac{\partial}{\partial q_k} V + \frac{\partial}{\partial \dot{q}_k} \Phi = Q_k \quad k = 1, ..., n$$

gdzie: T – całkowita energia kinetyczna układu, V – całkowita energia potencjalna układu, Φ – całkowita moc rozpraszania energii układu, q_k – k-ta z niezależnych uogólnionych współ-rzędnych, Q_k – siła uogólniona związana z k-tą współrzędną, n – współrzędne uogólnione.

Rozpatrując układ napędowy z rysunku 2 jako układ skupiony trójmasowy w odniesieniu do którego współrzędne uogólnione w zależności (2) wynoszą n=3 oraz przyjmując odpowiednio uogólnione współrzędne $q_1 = \varphi_w$ kąt położenia walca, $q_2 = \varphi_{r1}$ kąt położenia pierwszej rolki, $q_3 = \varphi_{r2}$ kąt położenia drugiej rolki. Całkowitą energię kinetyczną układu sprowadzonego do zastępczej struktury trójmasowej określa zależność (3)

(3) $$T = 0{,}5\left(J_{\Sigma 1}\omega_w^2 + J_{\Sigma 2}\omega_{r1}^2 + J_{\Sigma 3}\omega_{r2}^2\right)$$

gdzie: $J_{\Sigma 1,2,3}$ - momenty bezwładności zastępczych mas wirujących.

Wielkości poszczególnych mas wirujących oraz momenty bezwładności zastępczej struktury trzech mas wirujących przedstawiają zależności (4)

(4) $$m_{\mathrm{ml}} = \rho_{\mathrm{m}} a h_1 \left(l_{\mathrm{s}} - (1-\varepsilon) m_1 - (1-\varepsilon) m_2 - \int_0^t v_1 \,\mathrm{d}t \right) = \rho_{\mathrm{m}} a h_1 \left[l_{\mathrm{s}} - (1-\varepsilon)(m_1 + m_2) - 0{,}5 d_{\mathrm{w}} \left(\frac{h_{\mathrm{k}}}{h_1}\right) \int_0^t \omega_{\mathrm{w}} \,\mathrm{d}t \right]$$

$$J_{\Sigma 1} = J_{\mathrm{s}} p^2 + 2 J_{\mathrm{w}} + 0{,}25 d_{\mathrm{w}}^2 \rho_{\mathrm{m}} a h_2 \left(\frac{h_{\mathrm{k}}}{h_2}\right)^2 \cdot$$

$$\cdot \left\{ \left[l_{\mathrm{s}} - (1-\varepsilon)(m_1 + m_2) \right](1-\varepsilon) - 0{,}5 d_{\mathrm{w}} \frac{h_{\mathrm{k}}}{h_2} (1-\varepsilon)^2 \varphi_{\mathrm{w}}(t) + 0{,}5 m_1 \right\}$$

$$m_{\mathrm{m.r1}} = 0{,}5 \rho_{\mathrm{m}} a h_2 (m_1 + m_2)$$

$$J_{\Sigma 2} = J_{\mathrm{r.i}} + 0{,}125 \rho_{\mathrm{m}} a h_2 d_{\mathrm{r}}^2 [m_1 + m_2]$$

$$J_{\Sigma 3} = J_{\mathrm{r.i}} + 0{,}125 \rho_{\mathrm{m}} a h_2 d_{\mathrm{r}}^2 [m_2 + d_{\mathrm{r}} \varphi_{\mathrm{r2}}(t)]$$

Energię potencjalną struktury zastępczej układu trójmasowego określa ogólnie zależność (5)

(5) $$V = 0{,}5 c_{l1} \left(x_2 - x_{\mathrm{r1}}\right)^2 + 0{,}5 c_{l2} \left(x_{\mathrm{r1}} - x_{\mathrm{r2}}\right)^2$$

gdzie: x_{ri} – położenie liniowe masy skupionej.

Wyrażając położenie liniowe mas skupionych z zależności (5) poprzez położenie kątowe oraz parametry procesu walcowania zależność (5) przyjmie postać równania (6)

(6) $$V = 0{,}125 c_{l1} \left(d_{\mathrm{w}} \frac{h_{\mathrm{k}}}{\mathrm{h}_2} \varphi_{\mathrm{w}} - d_{\mathrm{r}} \varphi_{\mathrm{r1}} \right)^2 + 0{,}125 c_{l2} d_{\mathrm{r}}^2 \left(\varphi_{\mathrm{r1}} - \varphi_{\mathrm{r2}}\right)^2$$

gdzie: h_2 - grubość elementu po przewalcowaniu, h_k - grubość elementu w połowie łuku walcowania od strony wejścia elementu walcowanego w klatkę walcowniczą.

Całkowita moc rozproszenia energii potencjalnej jest określona zależnością (7)

(7) $$\Phi = 0{,}125 b_{l1} \left(d_{\mathrm{w}} \frac{h_{\mathrm{k}}}{\mathrm{h}_2} \omega_{\mathrm{w}} - d_{\mathrm{r}} \omega_{\mathrm{r1}} \right)^2 + 0{,}125 b_{l2} d_{\mathrm{r}}^2 \left(\omega_{\mathrm{r1}} - \omega_{\mathrm{r2}}\right)^2$$

Siły zewnętrzne działające na masy skupione oraz momenty występujące w strukturze zewnętrznej określają zależności (8)

(8) $$Q_1 = M_{\mathrm{s.w}} - M_{\mathrm{o.w}}, \qquad Q_2 = M_{\mathrm{s.r1}} - M_{\mathrm{o1}},$$

$$Q_3 = M_{\mathrm{s.r2}} - M_{\mathrm{o2}}, \quad M_{\mathrm{o.w}} = 2\lambda\, k_{\mathrm{m}}\, a\, l^2 D(\varepsilon, \delta),$$

$$M_{\mathrm{s.r1}} = \left|\beta_{\mathrm{s.r1}}\right| p_{\mathrm{r}} \left(\omega_{\mathrm{0.zsr1}} - p_{\mathrm{r}} \omega_{\mathrm{r1}}\right), \; M_{\mathrm{s.r2}} = \left|\beta_{\mathrm{s.r2}}\right| p_{\mathrm{r}} \left(\omega_{\mathrm{0.zsr2}} - p_{\mathrm{r}} \omega_{\mathrm{r2}}\right),$$

$$M_{\mathrm{o1}} = 0{,}5 d_{\mathrm{wr}} \mu_{\mathrm{m}} \left(G_{\mathrm{r}} + G_i\right), \; M_{\mathrm{o2}} = 0{,}5 d_{\mathrm{w}} \mu_{\mathrm{m}} \left(G_{\mathrm{r}} + G_{i+1}\right)$$

$$G_{\mathrm{r}} = 0{,}25 \pi\, d_{\mathrm{r}}^2\, l_{\mathrm{r}}\, \rho_{\mathrm{r}}\, g$$

gdzie: $D(\varepsilon, \delta)$- ogólna funkcja względnych parametrów, walcowania dla modelu matematycznego A.I.Celikowa lub A.A. Korolowa [1], [8], $\beta_{\mathrm{s.ri}}$ - współczynnik sztywności charakterystyki mechanicznej silników rolek sekcji samotokowej, $\omega_{\mathrm{0.zsri}}$ - zadana prędkość obrotowa biegu jałowego silników rolek, μ_{m} - współczynnik tarcia w podporach wału rolek.

W oparciu o [8], [10] dla przypadku obciążenia przewalcowanym metalem trzech rolek linii samotokowej obciążenia poszczególnych rolek określają zależności (9).

(9) $$G_{i+1} = \frac{q}{4m}\left(- A_{31} + \frac{1}{4m^2} A_{32} \right) \; G_i = \frac{q}{m} A_{31} - 2 G_{i+1}$$

gdzie: $m = m_1 = m_2$,

$$A_{31} = \left(2m + m_{2-3} - 0{,}5 l_2\right) l_2,$$

$$A_{32} = \left(2m + m_{2-3}\right)^4 - 2\left(m + m_{2-3}\right)^4 + m_{2-3}^4 .$$

Zakładając, że długość przewalcowanego metalu siły obciążające poszczególne rolki można wyznaczyć z zależności (10)

(10)

$$G_{i+1} = \frac{q}{8m}\left\{-\left(2m + m_{2-3}\right)^2 + \frac{1}{2m^2}\left[\left(2m + m_{2-3}\right)^4 - 2\left(m + m_{2-3}\right)^4 + m_{2-3}^4\right]\right\}$$

$$G_i = \frac{q}{4m}\left\{3\left(2m + m_{2-3}\right)^2 - \frac{1}{2m^2}\left[\left(2m + m_{2-3}\right)^4 - 2\left(m + m_{2-3}\right)^4 + m_{2-3}^4\right]\right\}$$

$$m_{2-3} = \int_0^t v_{\mathrm{r}2}\,\mathrm{d}t = 0{,}5 d_{\mathrm{r}} \int_0^t \omega_{\mathrm{r}2}\,\mathrm{d}t = 0{,}5 d_{\mathrm{r}} \varphi_{\mathrm{r}2}(t)$$

Uwzględniając zależności (10) oraz zależności (11) otrzymano końcowe wzory określające momentu obciążenia rolek przedstawione zależnością (12)

(11) $$G_{\mathrm{r}} = 0{,}25 \pi d_{\mathrm{r}}^2 l_{\mathrm{r}} \rho_{\mathrm{r}} g$$

$$m_{1-2} = \int_0^t v_{\mathrm{r}1}\,\mathrm{d}t = 0{,}5 d_{\mathrm{r}1} \int_0^t \omega_{\mathrm{r}1}\,\mathrm{d}t = 0{,}5 d_{\mathrm{r}} \varphi_{\mathrm{r}1}(t)$$

$$q = g\, a\, h_2 \rho_{\mathrm{m}}$$

(12) $$M_{\mathrm{o}1} = \frac{g\, d_{\mathrm{wr}} \mu_{\mathrm{m}}}{8}\left[\pi d_{\mathrm{r}}^2 l_{\mathrm{r}} \rho_{\mathrm{r}} + \frac{a h_2 \rho_{\mathrm{m}}}{m} f_1(\varphi_{\mathrm{r}2})\right]$$

$$M_{\mathrm{o}2} = \frac{g\, d_{\mathrm{wr}} \mu_{\mathrm{m}}}{8}\left[\pi d_{\mathrm{r}}^2 l_{\mathrm{r}} \rho_{\mathrm{r}} + \frac{a h_2 \rho_{\mathrm{m}}}{2m} f_2(\varphi_{\mathrm{r}2})\right]$$

$$f_1(\varphi_{\mathrm{r}2}) = 3\left(2m + \frac{d_{\mathrm{r}}}{2}\varphi_{\mathrm{r}2}\right)^2 - \frac{1}{2m^2}\left[\left(2m + \frac{d_{\mathrm{r}}}{2}\varphi_{\mathrm{r}2}\right)^4 - 2\left(m + \frac{d_{\mathrm{r}}}{2}\varphi_{\mathrm{r}2}\right)^4 + \frac{d_{\mathrm{r}}^4}{16}\varphi\right.$$

$$f_2(\varphi_{\mathrm{r}2}) = -\left(2m + \frac{d_{\mathrm{r}}}{2}\varphi_{\mathrm{r}2}\right)^2 + \frac{1}{2m^2}\left[\left(2m + \frac{d_{\mathrm{r}}}{2}\varphi_{\mathrm{r}2}\right)^4 - 2\left(m + \frac{d_{\mathrm{r}}}{2}\varphi_{\mathrm{r}2}\right)^4 + \frac{d_{\mathrm{r}}^4}{16}\varphi_{\mathrm{r}2}^4\right]$$

Z cyklu pracy klatki walcowniczej oraz odbierającej linii samotokowej wynika, że poszczególne momenty zastępczych mas wirujących są zależne od czasu a w przypadku podziału mas dla struktury zastępczej (rys.2) przypadek taki zachodzi dla zastępczej masy pierwszej i trzeciej zakładając ciągłość walcowania pomiędzy klatką walcowniczą a drugą rolką linii samotokowej. Przy tak przyjętych założeniach momenty bezwładności zależne od czasu określa układ równań (13)

(13) $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial}{\partial \omega_{\mathrm{w}}} T\right) = \frac{\mathrm{d} J_{\Sigma 1}}{\mathrm{d}t} \cdot \omega_{\mathrm{w}} + J_{\Sigma 1} \frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{w}}}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial}{\partial \omega_{\mathrm{r}1}} T\right) = J_{\Sigma 2} \frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{r}1}}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial}{\partial \omega_{\mathrm{r}2}} T\right) = \frac{\mathrm{d} J_{\Sigma 3}}{\mathrm{d}t} \cdot \omega_{\mathrm{r}2} + J_{\Sigma 3} \frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{r}2}}{\mathrm{d}t}$$

Uwzględniając zależności dotyczące składników równania Lagrange'a drugiego rodzaju określonego zależnością (2) dokonując przekształceń otrzymano układ trzech nieliniowych równań różniczkowych (14) określających dynamikę trójmasowego układu połączonego elementem sprężystym o zmiennym w czasie momencie bezwładności jako analityczny układ zastępczy układu mechanicznego klatki walcowniczej z rysunku 2.

(14)

$$\frac{\mathrm{d}^2 \varphi_{\mathrm{w}}}{\mathrm{d}t^2} - \frac{\rho_{\mathrm{m}} a h_2}{8 J_{\Sigma 1}} (1 - \varepsilon)^2 \left(d_{\mathrm{w}} \frac{h_{\mathrm{k}}}{h_2}\right)^3 \left(\frac{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{w}}}{\mathrm{d}t}\right)^2 +$$

$$\frac{1}{J_{\Sigma 1}}\left[\frac{b_{l1} d_{\mathrm{w}}^2}{4}\left(\frac{h_{\mathrm{k}}}{h_2}\right)^2 + \left|\beta_{\mathrm{s.w}}\right| p_{\mathrm{w}}^2\right] \frac{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{w}}}{\mathrm{d}t} -$$

$$- \frac{b_{l1} d_{\mathrm{w}} d_{\mathrm{r}}}{4 J_{\Sigma 1}} \cdot \frac{h_{\mathrm{k}}}{h_2} \cdot \frac{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{r}1}}{\mathrm{d}t} + \frac{c_{l1} d_{\mathrm{w}}^2}{4 J_{\Sigma 1}}\left(\frac{h_{\mathrm{k}}}{h_2}\right)^2 \varphi_{\mathrm{w}} - \frac{c_{l1} d_{\mathrm{w}} d_{\mathrm{r}}}{4 J_{\Sigma 1}} \cdot \frac{h_{\mathrm{k}}}{h_2} \varphi_{\mathrm{r}1}$$

$$- \frac{\left|\beta_{\mathrm{s.w}}\right| p_{\mathrm{w}} \omega_{0.\mathrm{zsw}} - 2\lambda k_{\mathrm{m}} a l^2 D(\varepsilon, \delta)}{J_{\Sigma 1}} = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 \varphi_{\mathrm{r}1}}{\mathrm{d}t^2} - \frac{b_{l1} d_{\mathrm{w}} d_{\mathrm{r}}}{4 J_{\Sigma 2}} \cdot \frac{h_{\mathrm{k}}}{h_2} \cdot \frac{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{w}}}{\mathrm{d}t} + \frac{(b_{l1} + b_{l2}) d_{\mathrm{r}}^2 + 4\left|\beta_{\mathrm{s.r1}}\right| p_{\mathrm{r}}^2}{4 J_{\Sigma 2}} \cdot \frac{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{r}1}}{\mathrm{d}t} -$$

$$- \frac{b_{l2} d_{\mathrm{r}}^2}{4 J_{\Sigma 2}} \cdot \frac{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{r}2}}{\mathrm{d}t} - \frac{c_{l1} d_{\mathrm{w}} d_{\mathrm{r}}}{4 J_{\Sigma 2}} \cdot \frac{h_{\mathrm{k}}}{h_2} \varphi_{\mathrm{w}} + \frac{(c_{l1} + c_{l2}) d_{\mathrm{r}}^2}{4 J_{\Sigma 2}} \varphi_{\mathrm{r}1} +$$

$$+ \frac{g a h_2 \rho_{\mathrm{m}} d_{\mathrm{wr}} \mu_{\mathrm{m}}}{8 m J_{\Sigma 2}} f_1(\varphi_{\mathrm{r}2}) - \frac{c_{l2} d_{\mathrm{r}}^2}{4 J_{\Sigma 2}} \varphi_{\mathrm{r}2} +$$

$$+ \frac{\pi g d_{\mathrm{r}}^2 l_{\mathrm{r}} \rho_{\mathrm{r}} d_{\mathrm{wr}} \mu_{\mathrm{m}} - 8\left|\beta_{\mathrm{s.r1}}\right| p_{\mathrm{r}} \omega_{0.\mathrm{zsr1}}}{8 J_{\Sigma 2}} = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 \varphi_{\mathrm{r}2}}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\rho_{\mathrm{m}} a h_2 d_{\mathrm{r}}^3}{8 J_{\Sigma 3}}\left(\frac{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{r}2}}{\mathrm{d}t}\right)^2 - \frac{b_{l2} d_{\mathrm{r}}^2}{4 J_{\Sigma 3}} \cdot \frac{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{r}1}}{\mathrm{d}t} +$$

$$+ \frac{b_{l2} d_{\mathrm{r}}^2 + 4\left|\beta_{\mathrm{s.r2}}\right| p_{\mathrm{r}}^2}{4 J_{\Sigma 3}} \cdot \frac{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{r}2}}{\mathrm{d}t} - \frac{c_{l2} d_{\mathrm{r}}^2}{4 J_{\Sigma 3}} \varphi_{\mathrm{r}1} + \frac{g a h_2 \rho_{\mathrm{m}} d_{\mathrm{wr}} \mu_{\mathrm{m}}}{16 m J_{\Sigma 3}} f_2(\varphi_{\mathrm{r}2})$$

$$+ \frac{c_{l2} d_{\mathrm{r}}^2}{4 J_{\Sigma 3}} \varphi_{\mathrm{r}2} + \frac{\pi g d_{\mathrm{r}}^2 l_{\mathrm{r}} \rho_{\mathrm{r}} d_{\mathrm{wr}} \mu_{\mathrm{m}} - 8\left|\beta_{\mathrm{s.r2}}\right| p_{\mathrm{r}} \omega_{0.\mathrm{zsr2}}}{8 J_{\Sigma 3}} = 0$$

Warunki początkowe do rozwiązania układu nieliniowych równań różniczkowych określonych zależnością (14) przedstawiają zależności (15)

(15) $$\varphi_{\mathrm{w}}(0) = 0,\ \varphi_{\mathrm{r}1}(0) = 0,\ \varphi_{\mathrm{r}2}(0) = 0,\ m_2 = 0{,}5 d_{\mathrm{r}} \int_0^{t_2} \omega_{\mathrm{r}1}\,\mathrm{d}t$$

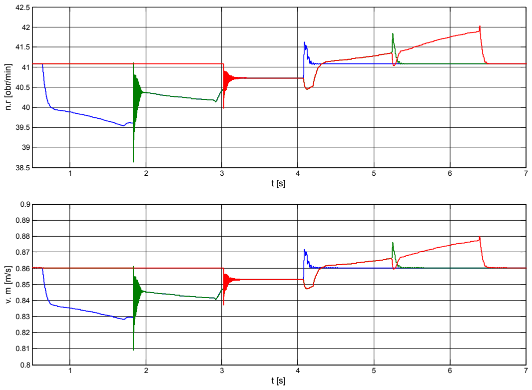
$$\frac{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{w}}}{\mathrm{d}t}(0) = \omega_{\mathrm{w}}(0) = \omega_{\mathrm{w}.2}(t_2),\ \frac{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{r}1}}{\mathrm{d}t}(0) = \omega_{\mathrm{r}1}(0) = \omega_{\mathrm{r}1.2}(t_2)$$

$$\frac{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{r}2}}{\mathrm{d}t}(0) = \omega_{\mathrm{r}2}(0) = \frac{v_{2.2}(t_2)}{0{,}5 d_{\mathrm{r}}} = \frac{0{,}5 d_{\mathrm{r}}\, \omega_{\mathrm{r}2.2}(t_2)}{0{,}5 d_{\mathrm{r}}} = \omega_{\mathrm{r}2.2}(t_2)$$

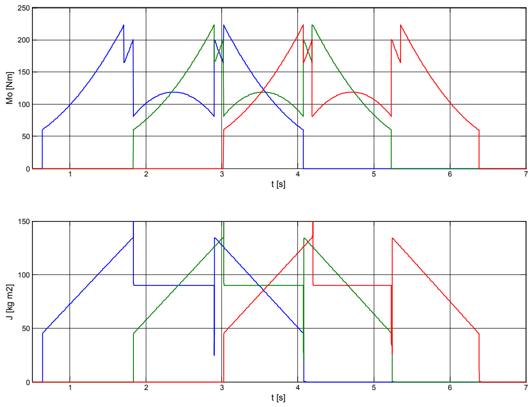
Przedstawiony układ równań (15) zakłada ciągłość walcowania pomiędzy klatką walcowniczą a drugą rolką linii samotokowej. Obliczenia symulacyjne wykonano dla przypadku: rozruch pod obciążeniem trzech rolek dla początkowego położenia elementu transportowanego $m_0 = 0{,}2m$, $m_3 = 0{,}7m$ i następujących parametrów układu napędowego sekcji samotoku:
moduł samotoku m = 1000 mm, szerokość elementu transportowanego a = 1500 mm, grubość elementu transportowanego h = 200 mm, długości elementu transportowanego l_s = 2900 mm, materiał elementu transportowanego – stal γ_s = 7900 kg/m^3, współczynnik tarcia tocznego metalu z rolką f_{m} = 0,0015, zmieszczenie

osi symetrii względem osi symetrii rolki e = 0, współczynnik tarcia ślizgowego w podporach μ_m = 0,07.

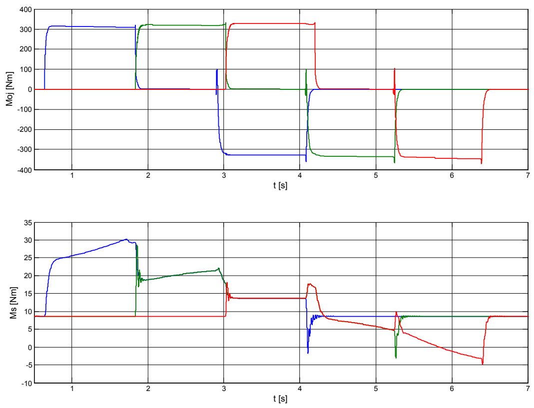
Przebiegi obliczeniowe przedstawiono na rysunkach 3, 4, 5.



Rys.3. Przebiegi prędkości obrotowych rolek samotoku i prędkości liniowej elementu transportowanego



Rys.4. Przebiegi momentów obciążenia statycznego osi rolek oraz przebiegi momentu bezwładności elementu transportowanego przeliczonego do osi rolek



Rys.5. Przebiegi dynamicznego obciążenia osi rolek od zmiany momentów bezwładności elementu transportowanego oraz przebiegi momentów elektromagnetycznych silników napędowych rolek

Podsumowanie i wnioski

Analizowany układ napędowy stanowi nowe opracowanie dla układu zastępczego trzech mas wirujących połączonych elementami sprężystymi z uwzględnieniem tłumienia i jest w zakresie analizy kontynuacją podobnych opracowań przedstawionych między innymi [2], [3], [4], [5], [6], [7]. Model matematyczny opisany układem równań (14) ma charakter ogólny i pozwala na prowadzenie wielowariantowych analiz obliczeniowych stanów dynamicznych układu mechanicznego przedstawionego na rysunku 2, jak również podobnych układów mechanicznych które można sprowadzić do zastępczego układu trójmasowego. W zakresie wariantów symulacji obliczeniowej przedstawiona w niniejszym artykule analiza pozwala na uwzględnianie następujących grup parametrów związanych z układem napędowym:

- prowadzenie analizy obliczeniowej dla różnych parametrów elementu walcowanego z bezpośrednią możliwością analizy wpływu tych parametrów na występowanie momentów obciążenia określonych w zależnościach (8),
- możliwość zmiany rozstawu pomiędzy klatką walcowniczą a rolką samotoku odbierającego oraz zmiany modułu linii samotokowej z możliwością analizy dodatkowej wpływu tych wielkości na występowanie sił obciążających poszczególne rolki określone zależnością (9) i (10),
- możliwość analizy obliczeniowej z uwzględnieniem ogólnych parametrów walcowania dla prowadzenia wariantowych obliczeń z wykorzystaniem modelu matematycznego A.I. Celikowa lub A.A. Korolowa poprzez wprowadzenie różnych ogólnych funkcji względnych parametrów walcowania w zależności (8)

LITERATURA

[1] Celikow A.I., Tomlonow A.D., Ziuzin W.I. i in. Tieoria prokatki. Sprawocznik. – Moskwa: Mietałurgia, 1982. – 335 s.

[2] Czaban A., Lis M. A Mathematical Model of a DC Drive on the Basis of Variational Approaches Przegląd Elektrotechniczny R.88 nr 12b s.20-22 ISSN 0033-2097.

[3] Czaban A., Lis M. Mathematical Modelling of Transient States in a Drive System with a Long Elastic Element. Przegląd Elektrotechniczny R.88, nr 12b 2012 s.167-170 ISSN 0033-2097.

[4] Czaban A., Lis M. Model matematyczny i analiza układu napędowego silnika indukcyjnego z długim elementem sprężystym dla parametrów rozłożonych. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej nr 66 Seria: Studia i Materiały nr 32 2012 s.224-230 ISSN 1733-0718.

[5] Czaban A., Rusek A., Lis M. The Approach Based on Variation Principles for Mathematical Modeling of Asymmetrical States in a Power Transformer. Przegląd Elektrotechniczny R.88 nr 12b 2012 s.240-242 ISSN 0033-2097.

[6] Popenda A. Modelowanie i symulacja dynamicznych stanów pracy układów napędowych do reaktorów polimeryzacji z silnikami indukcyjnymi specjalnego wykonania, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, 2011, ISBN 978-83-7193-503-9.

[7] Popenda A. Model-simulation investigations of induction motor with the consideration of skin effect in rotor bars, Przegląd Elektrotechniczny, R.88 nr 12b/2012.

[8] Rusek A. Stany dynamiczne układów napędowych z silnikami indukcyjnymi specjalnego wykonania, Seria Monografie nr 228, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2012, ISBN 978-83-7193-528-2.

[9] Rusek A. Mathematical and computer modelling of the load of a section of the transport roller line // Problems of automatic electric drive. Theory and practices / Bulletin of the NTU "KPI". – Kharkov: NTU "KhPI", 2011. – № 28.– P. 318-322.

[10] Rusek A. Mathematical and computer modelling of the load of a section of the transport roller line // Problems of automatic electric drive. Theory and practices / Bulletin of the NTU "KPI". – Kharkov: NTU "KhPI", 2011. – № 28.– P. 318-322.

Autorzy:
prof. dr hab. inż. Andrzej Rusek, prof. dr hab. inż. Ihor Shchur mgr inż. Marcjan Nowak, mgr inż. Marek Patro, Instytut Elektrotechniki Przemysłowej, Wydział Elektryczny Politechniki Częstochowskiej, Al. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa