Przemysław MOSIOŁEK

Politechnika Łódzka, Instytut Automatyki

Sterowanie adaptacyjne silnikiem PMSM z dowolnym rozkładem strumienia

Streszczenie. *W artykule przedstawiono algorytm sterowania adaptacyjnego silnikiem z magnesami trwałymi z dowolnym rozkładem strumienia. Do syntezy algorytmu zastosowano zmodyfikowaną metodę adaptacyjnego wstecznego całkowania. Zadane wartości prądów w osiach d i q wyznaczane są zgodnie z zasadą maksymalnej wartości momentu na amper - MTPA. Poprawność algorytmu ilustrują wyniki uzyskane na drodze symulacji komputerowej.*

Abstract*. This paper presents an algorithm for adaptive control of PMSM motor with any distribution of the flux. The modified adaptive backstepping method was used for synthesis of control algorithm. The dq reference currents are determined by the principle of maximum torque per ampere – MTPA. Simulation results were demonstrated for the drive system under chosen operation conditions. (****Adaptive control of PMSM motor with any distribution of the flux****).*

Słowa kluczowe: metoda wstecznego całkowania, silnik z magnesami trwałymi, metoda MTPA, modele przybliżone.
Keywords: backstepping, PMSM motor, MTPA method, aproximation models.

doi:10.12915/pe.2014.06.20

Wstęp

W ostatnich latach możemy zaobserwować wzrost zastosowania silników bezszczotkowych z magnesami trwałymi (ang. permanent magnet synchronous motor PMSM). Coraz częściej znajdują zastosowanie w obrabiarkach sterowanych numerycznie oraz w napędzie pojazdów elektrycznych. Wzrost praktycznych zastosowań napędów z silnikami PMSM jest podyktowany kilkami przyczynami [1]:

- wysoką sprawnością w całym zakresie prędkości obrotowej,
- dużą przeciążalnością momentem zewnętrznym,
- szerokim zakresem prędkości obrotowej
- mniejszymi wymiarami w porównaniu z silnikami indukcyjnymi.

Większość algorytmów sterowania silnikami PMSM zakłada sinusoidalny rozkład strumienia magnetycznego w silniku. Nie uwzględnienie wyższych harmonicznych strumienia (rozkład niesinusoidalny) prowadzi do powstania tętnień momentu elektromagnetycznego. Występowanie tętnień prowadzi do pogorszenia właściwości dynamicznych napędu. Tętnienia momentu przenoszą się na tętnienia prędkości obrotowej. Ma to duże znaczenia w serwonapędach, powodując zmniejszenie dokładności pozycjonowania, oraz w napędach pojazdów wywołując niepożądane wibracje.

Sposób redukcji pulsacji momentu w silnikach PMSM można podzielić na dwie grupy:

- bazujący na mechanicznych modyfikacjach silnika [2],
- wykorzystujący modyfikację układu lub algorytmu sterowania [3-6].

W silnikach z zagłębionymi magnesami (IPMSM) około 20-30% całego generowanego momentu elektromagnetycznego stanowi moment reluktancyjny. Aby móc go wykorzystać należy wygenerować różną od zera wartość zadaną prądu w osi d. Najlepiej w tym celu wykorzystać metodę maksymalnego momentu na amper – MTPA (ang. maximum torque per ampere) [7,8]. Metoda ta minimalizuje jednocześnie straty w miedzi przy zadanym momencie elektromagnetycznym.

Do syntezy algorytmu sterowania została wykorzystana adaptacyjna wersja metody wstecznego całkowania (ang. adaptive backstepping) - AB [9]. Metoda jest z powodzeniem stosowana w syntezie algorytmów sterowania bardzo szerokiej grupy układów nieliniowych. Z powodzeniem jest łączona z metodami sztucznej inteligencji w celu wyeliminowania nieliniowej parametryzacji obiektu sterowania oraz teorią układów odpornych w celu zmniejszenia wpływu zakłóceń. Ze względu na „krokową” naturę metoda AB jest często stosowana w syntezie prawa sterowania w układach napędowych [10]. W ostatnich latach pokazano, że w metodzie AB można w naturalny sposób wykorzystać informację o ograniczeniach sygnałów sterujących, rzeczywistych i wirtualnych, w prawach adaptacji. Eliminuje to efekt nadmiernego wzrostu adaptowanych parametrów w trakcie przebywania sygnałów sterujących na ograniczeniach [11]. Dużym utrudnieniem w stosowaniu metody AB jest konieczność wyznaczenia pochodnej wirtualnego sterowania w każdym kroku. Prowadzi to, przy układach wyższych rzędów, do „wybuchu” nakładu obliczeń w kolejnych krokach. Konieczność obliczeń pochodnej wirtualnych praw sterowania można wyeliminować stosując filtry różniczkujące [12]. Pozwala to także wprowadzić w wirtualnych sterowaniach składniki nie różniczkowalne zwiększające odporność całego układu sterowania.

Filtry tego rodzaju zostały użyte w przedstawionej metodzie. Spowodowane jest to trudnością w policzeniu pochodnej zadanych wartości prądów w osiach d i q. Są one wyznaczane przez algorytm, w trakcie którego obliczane są wszystkie pierwiastki pewnego wielomianu stopnia czwartego. Algorytm wyznacza wszystkie pierwiastki i wybiera ten spełniający dodatkowe warunki. Z tego powodu trudno jest wyznaczyć analityczną postać zadanych wartości prądów lub należałoby wyznaczyć cztery warianty algorytmu sterowania, dla każdego pierwiastka oddzielnie.

W pierwszej części artykułu przedstawiono model matematyczny silnika IPMSM z dowolnym rozkładem strumienia oraz algorytm wyznaczania pierwiastków wielomianu stopnia czwartego. W drugiej części opisano syntezę algorytmu sterowania wraz z opisem metody MTPA w rozważanym przypadku. W ostatniej części artykułu przedstawiono wyniki symulacyjne potwierdzające słuszność rozważań teoretycznych oraz wnioski końcowe.

Model matematyczny silnika

Po zastosowaniu transformacji Parka zachowującej moc równania dynamiki prądów we współrzędnych wirnika przyjmą postać (1). Przy wyprowadzaniu równań (1) przyjęto założenie o dowolnym rozkładzie strumienia od magnesów trwałych oraz braku nasycenia obwodu magnetycznego. W równaniach (1) wielkości φ_d i φ_q

określają zmodyfikowany strumień od magnesów trwałych i są określone zależnością (2).

$$(1)\qquad \begin{aligned} L_d \frac{d}{dt} i_d &= -R_s i_d + \omega_e L_q i_q + \omega_e \varphi_q + u_d \\ L_q \frac{d}{dt} i_q &= -R_s i_q - \omega_e L_d i_d - \omega_e \varphi_d + u_q \end{aligned}$$

gdzie L_d i L_q – indukcyjności we współrzędnych wirnika, R_s – rezystancja fazowa, i_d i i_q – prądy w osiach d i q, u_d i u_q – napięcia sterujące w osiach d i q, ω_e – prędkość elektryczna wirnika.

$$(2)\qquad \begin{aligned} \varphi_d &= \psi_{md} + \frac{d}{d\theta_e} \psi_{mq} \\ \varphi_q &= \psi_{mq} - \frac{d}{d\theta_e} \psi_{md} \end{aligned}$$

gdzie ψ_{md} i ψ_{mq} – strumienie od magnesów trwałych w osiach d i q, θ_e – kąt elektryczny wirnika.

Moment elektromagnetyczny jest generowany według zależności:

$$(3)\qquad M_e = p\left(\left(L_d - L_q\right) i_d i_q + \varphi_d i_q - \varphi_q i_d\right)$$

gdzie p – liczba par biegunów.

Dynamika części mechanicznej opisana jest poniższymi równaniami:

$$(4)\qquad \begin{aligned} \frac{d}{dt}\theta &= \frac{d}{dt}\frac{\theta_e}{p} = \omega \\ J\frac{d}{dt}\omega &= J\frac{d}{dt}\frac{\omega_e}{p} = M_e - M_{op} \end{aligned}$$

gdzie M_{op} – moment oporowy/zakłócający, θ – kąt mechaniczny wirnika, ω – prędkość mechaniczna wirnika, J – moment bezwładności.

Wielkość M_{op} określa wszystkie momenty oporowe oddziałujące na silnik, łącznie z momentem tarcia. W niniejszym artykule wykorzystano statyczny model tarcia z uwzględnieniem efektu Stribecka i tarciem lepkim. Przy takich założeniach moment tarcia opisany jest zależnością:

$$(5)\qquad M_t = \left(M_c + \left(M_s - M_c\right) e^{-\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2} \right) sign(\omega) + B\omega$$

gdzie M_c – moment tarcia Culomba, M_s – moment tarcia Stribecka, ω_s – prędkość Stribecka, B – współczynnik tarcia lepkiego.

Równania (1) – (5) stanowią model silnika, który będzie użyty w dalszej części artykułu do syntezy algorytmu sterowania.

Wzory Ferrari'ego

Z analizy matematycznej wiadomo, że analityczne wyrażenie pierwiastków równania wielomianowego jednej zmiennej istnieje tylko dla wielomianów stopni 1-4. Z koniecznością rozwiązania równania wielomianowego stopnia czwartego spotykamy się w układach napędowych w przypadku wyznaczania zadanych wartości prądów metodą MTPA.

Istnieje kilka sposobów wyznaczenia pierwiastków wielomianu stopnia 4 [10]. Jedną z nich jest metoda Ferrari'ego. Rozważmy wielomian o postaci:

$$(6)\qquad W(x) = x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

gdzie a_0-a_3 – rzeczywiste współczynniki wielomianu.

Wprowadźmy oznaczenia

$$(7)\qquad \begin{aligned} &\alpha = -\frac{3a_3^2}{8} + a_2, \quad \beta = \frac{a_3^3}{8} - \frac{a_3 a_2}{2} + a_1 \\ &\gamma = -\frac{3a_3^4}{256} + \frac{a_2 a_3^2}{16} - \frac{a_3 a_1}{4} + a_0 \end{aligned}$$

Jeżeli β jest równe zero, wtedy pierwiastki wielomianu (6) wyznacza się z zależności

$$(8)\qquad x = -\frac{a_3}{4} \pm_1 \sqrt{\frac{-\alpha \pm_2 \sqrt{\alpha^2 - 4\gamma}}{2}}$$

Jeżeli β jest różne od zera, wtedy pierwiastki wielomianu (6) są dane zależnością

$$(9)\qquad x = -\frac{a_3}{4} + \frac{\pm_1 \sqrt{\alpha + 2\gamma} \pm_2 \sqrt{-\left(3\alpha + 2y \pm_1 \frac{2\beta}{\sqrt{\alpha + 2y}}\right)}}{2}$$

gdzie y jest wyznaczane w poniższy sposób:

$$y = \begin{cases} -\frac{5}{6}\alpha + U - \frac{P}{3U} & jesli \quad U \neq 0 \\ -\frac{5}{6}\alpha + U - \sqrt[3]{Q} & jesli \quad U = 0 \end{cases}$$

$$P = -\frac{\alpha^2}{12} - \gamma, \quad Q = -\frac{\alpha^3}{108} + \frac{\alpha\gamma}{3} - \frac{\beta^2}{8}$$

$$U = \sqrt[3]{-\frac{Q}{2} \pm \sqrt{\frac{Q^2}{4} + \frac{P^3}{27}}}$$

Filtr różniczkujący

Głównym zadaniem filtru różniczkującego [11] jest wygenerowanie pochodnej wirtualnego sterowania, które się pojawia w każdym kroku metod wstecznego całkowania. Opis w przestrzeni stanu filtru ma postać:

$$(10)\qquad \begin{aligned} \dot{z}_{1f} &= {}_{2f} \\ \dot{z}_{2f} &= a_{2f}\left(sat_R\left(\frac{a_{1f}}{a_{2f}} \left(sat_M(u) - z_{1f} \right) \right) - z_{2f} \right) \end{aligned}$$

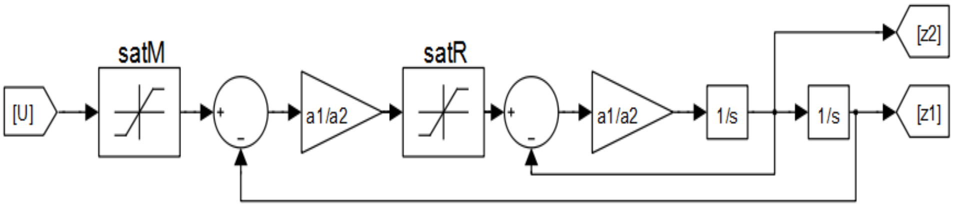
gdzie a_{1f} i a_{2f} – parametry projektowe filtru.

Funkcje sat_R i sat_M są funkcjami nasycenia, które określa zależność

$$(11)\qquad sat_I(x) = \begin{cases} I & if \quad x \geq I \\ x & if \quad |x| < I \\ -I & if \quad x \leq -I \end{cases}$$

Filtr opisany równaniami (10) i (11) ma dwie ważne cechy:

- pozwala generować ciągłą pochodną sygnału wejściowego, także w przypadku gdy sygnał wejściowy jest nieciągły,
- wprowadza ograniczenie na filtrowaną wartość sygnału wejściowego, na szybkość zmian filtrowanej wartości sygnału wejściowego oraz ogranicza pasmo częstotliwości filtrowanej wartości sygnału wejściowego. Zależności (10) odpowiada schemat blokowy przedstawiony na rysunku 1.



Rys.1. Schemat blokowy filtru różniczkującego

W przypadku gdy ograniczenia w zależności (10) są nieaktywne transmitancje między poszczególnymi zmiennymi stanu a wejściem mają postać:

$$G_1 = \frac{a_1}{s^2 + a_2 s + a_1} \qquad G_2 = \frac{a_1 s}{s^2 + a_2 s + a_1} \tag{12}$$

W przypadku dostatecznie szybkiego filtru można przyjąć, że

$$z_1 = u, \quad z_2 = \dot{u} \tag{13}$$

Sterowanie pozycyjne

Celem algorytmu sterowania będzie śledzenie zadanej gładkiej trajektorii położenia wirnika θ_d. Definiujemy błąd śledzenia zadanej trajektorii położenia

$$e_1 = \theta_d - \theta \tag{14}$$

oraz błąd „filtrowany"

$$v_1 = e_1 - z_1 \tag{15}$$

a zmienna z_1 będzie zdefiniowana w dalszej części artykułu. Różniczkując (15) z wykorzystaniem pierwszego równania z (4) otrzymamy

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= \dot{\theta}_d - \omega_d + e_2 - \dot{z}_1 \\ e_2 &= \omega_d - \omega \end{aligned} \tag{16}$$

gdzie ω_d – wirtualne sterowanie, zadana wartość prędkości kątowej.

Wybieramy prawo wirtualnego sterowania ω_d oraz pochodną zmiennej z_1 w postaci:

$$\begin{aligned} \omega_d &= k_1 e_1 + \dot{\theta}_d \\ \dot{z}_1 &= -k_1 z_1 + z_2 \end{aligned} \tag{17}$$

gdzie k_1 – dodatni parametr projektowy.

Uwzględniając (17) zależność (16) przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= -k_1 v_1 + v_2 \\ e_2 &= k_1 e_1 + \dot{\theta}_d - \omega \\ v_2 &= e_2 - z_2 \end{aligned} \tag{18}$$

Pochodna trzeciego równania z (18), uwzględniając zależności (3) i (4) przyjmie postać:

$$\begin{aligned} J\dot{v}_2 &= J\left(\ddot{\theta}_d - k_1^2 e_1 + k_1 e_2\right) - J\dot{z}_2 + M_{op} + \\ &- p\left(L_d - L_q\right) i_d i_q - p\varphi_d i_q + p\varphi_q i_d \end{aligned} \tag{19}$$

Załóżmy, że możemy zaproponować dla nieznanych funkcji z (19) modele przybliżone

$$\begin{aligned} M_{op} &= \Theta_{op}^T \xi_{op} + \varepsilon_{op} \\ p\varphi_d &= \Theta_d^T \xi_d + \varepsilon_d \\ p\varphi_q &= \Theta_d^T \xi_q + \varepsilon_q \end{aligned} \tag{20}$$

gdzie Θ_i – wektor nieznanych parametrów, dla których istnieje optymalna wartość minimalizująca błąd przybliżenia, ξ_i – wektor znanych funkcji, ε_i – błąd przybliżenia (i=op,d,q).

Wprowadźmy oznaczenia

$$\begin{aligned} & e_d = i_d - z_{1d}, \quad e_q = i_q - z_{1q} \\ & i_d = i_{dd} + e_d + \left(z_{1d} - i_{dd}\right) \\ & i_q = i_{qd} + e_q + \left(z_{1q} - i_{qd}\right) \\ & \widetilde{\Theta} = \Theta - \hat{\Theta} \\ & \hat{A} = \hat{L}_d - \hat{L}_q \\ & \widetilde{L}_d = L_d - \hat{L}_d \\ & \widetilde{L}_q = L_q - \hat{L}_q \\ & \widetilde{J} = J - \hat{J} \\ & \widetilde{R} = R - \hat{R} \end{aligned} \tag{21}$$

gdzie i_{dd} i i_{qd} – zadane wartości prądów, z_{1d} i z_{1q} – filtrowane wartości prądów generowane filtry opisane zależnością (10) a wielkości z daszkiem oznaczają estymaty nieznanych parametrów.

Wykorzystując zależności (20) i (21) równanie (19) można zapisać jako

$$\begin{aligned} J\dot{v}_2 = {} & \widetilde{J}\left(\ddot{\theta}_d - k_1^2 e_1 + k_1 e_2\right) + \hat{J}\left(\ddot{\theta}_d - k_1^2 e_1 + k_1 e_2\right) + \\ & - \hat{\Theta}_d^T \xi_d i_{qd} + \hat{\Theta}_q^T \xi_q i_{dd} - p\hat{A} i_{dd} i_{qd} - \hat{\Theta}_d^T \xi_d e_q + \\ & + \hat{\Theta}_q^T \xi_q e_d + \hat{\Theta}_{op}^T \xi_{op} - \widetilde{\Theta}_d^T \xi_d i_q + \widetilde{\Theta}_q^T \xi_q i_d + \\ & - p\widetilde{L}_d i_q i_d + p\widetilde{L}_q i_q i_d + \widetilde{\Theta}_{op}^T \xi_{op} - \varepsilon_d i_q + \varepsilon_q i_d + \\ & + \varepsilon_{op} - p\hat{A} i_{dd} e_q - p\hat{A} i_{qd} e_d - p\hat{A} e_d e_q + \\ & - p\hat{A} e_d \left(z_{1q} - i_{qd}\right) - p\hat{A} e_q \left(z_{1d} - i_{dd}\right) + \\ & - J\left(\dot{z}_2 + \frac{\widetilde{J}}{J\hat{J}} P - \frac{1}{\hat{J}} P\right) \\ P = {} & -\hat{\Theta}_d^T i_q \left(z_{1q} - i_{qd}\right) + \hat{\Theta}_q^T \xi_q \left(z_{1d} - i_{dd}\right) + \\ & - p\hat{A} i_{dd}\left(z_{1q} - i_{qd}\right) - p\hat{A} i_{qd}\left(z_{1d} - i_{dd}\right) + \\ & - p\hat{A}\left(z_{1q} - i_{qd}\right)\left(z_{1d} - i_{dd}\right) \end{aligned} \tag{22}$$

W pierwszym równaniu w zależności (22) wirtualnymi sterowaniami są zadane wartości prądów i_{dd} i i_{qd}. Jeśli wprowadzimy oznaczenie

$$M_d = \hat{\Theta}_d \xi_d i_{qd} - \hat{\Theta}_q \xi_q i_{dd} + p\hat{A} i_{dd} i_{qd} \tag{23}$$

to możemy wielkość M_d potraktować jako pojedyncze wirtualne sterowanie, które będzie miało wymiar momentu siły. Zadane wartości prądów i_{dd} i i_{qd} zostaną wybrane zgodnie z zasadą maksymalnego momentu na amper (MTPA). Jeśli wybierzemy prawo sterowania M_d oraz pochodną zmiennej z_2 jako

$$
\begin{aligned}
M_d &= \hat{J}\left(\ddot{\theta}_d - k_1^2 e_1 + k_1 e_2\right) + \hat{\Theta}_{op}^T \xi_{op} + k_2 e_2 \\
\dot{z}_2 &= -\frac{k_2}{J} z_2 + \frac{1}{\hat{J}} P
\end{aligned}
\tag{24}
$$

to zależność (22) przyjmie postać:

$$
\begin{aligned}
J\dot{v}_2 = {} & -k_2 v_2 + \tilde{J}\left(\ddot{\theta}_d - k_1^2 e_1 + k_1 e_2\right) + \hat{\Theta}_d^T \xi_d e_q + \\
& + \hat{\Theta}_q^T \xi_q e_d - \tilde{\Theta}_d^T \xi_d i_q + \tilde{\Theta}_q^T \xi_q i_d - p\tilde{L}_d i_q i_d + \\
& + p\tilde{L}_q i_q i_d + \tilde{\Theta}_{op}^T \xi_{op} - \varepsilon_d i_q + \varepsilon_q i_d + \varepsilon_{op} + \\
& - p\hat{A} i_{dd} e_q - p\hat{A} i_{qd} e_d - p\hat{A} e_d e - \frac{\tilde{J}}{\hat{J}} P + \\
& - p\hat{A} e_d \left(z_{1q} - i_{qd}\right) - p\hat{A} e_q \left(z_{1d} - i_{dd}\right)
\end{aligned}
\tag{25}
$$

Kolejnym etapem syntezy algorytmu sterowania jest określenie równań dynamiki błędów odtwarzania filtrowanych zadanych wartości prądów. W tym celu wyznaczamy pochodne pierwszego i drugiego równania z (21) z wykorzystaniem zależności (1), (20) i (21), ostatecznie otrzymując

$$
\begin{aligned}
L_q \dot{e}_q &= -\hat{R} i_q - \hat{L}_d i_d \omega_e - \hat{\Theta}_d^T \xi_d \omega - \hat{L}_q z_{2q} + u_q + \\
&\quad - \tilde{R} i_q - \tilde{L}_d i_d \omega_e - \tilde{\Theta}_d^T \xi_d \omega - \tilde{L}_q z_{2q} - \varepsilon_d \omega \\
L_d \dot{e}_d &= -\hat{R} i_d - \hat{L}_q i_q \omega_e - \hat{\Theta}_q^T \xi_q \omega - \hat{L}_d z_{2d} + u_d + \\
&\quad - \tilde{R} i_d - \tilde{L}_q i_q \omega_e - \tilde{\Theta}_q^T \xi_q \omega - \tilde{L}_d z_{2d} - \varepsilon_q \omega
\end{aligned}
\tag{26}
$$

Jeśli wybierzemy prawa sterowania jako

$$
\begin{aligned}
u_q &= \hat{R} i_q + \hat{L}_d i_d \omega_e + \hat{\Theta}_d^T \xi_d \omega + \hat{L}_q z_{2q} + \hat{\Theta}_d^T \xi_d v_2 + \\
&\quad + p\hat{A} z_{1d} v_2 + \left(1 - k_3\right) p\hat{A} e_d v_2 - k_q e_q \\
u_d &= \hat{R} i_d + \hat{L}_q i_q \omega_e + \hat{\Theta}_q^T \xi_q \omega + \hat{L}_d z_{2d} + \hat{\Theta}_q^T \xi_q v_2 + \\
&\quad + p\hat{A} z_{1q} v_2 + k_3 p\hat{A} e_q v_2 - k_d e_d
\end{aligned}
\tag{27}
$$

to zależność (26) przybierze postać:

$$
\begin{aligned}
L_q \dot{e}_q &= -k_q e_q + \hat{\Theta}_d^T \xi_d v_2 + p\hat{A} z_{1d} v_2 - \tilde{R} i_q - \tilde{L}_q z_{2q} + \\
&\quad - \tilde{L}_d i_d \omega_e - \tilde{\Theta}_d^T \xi_d \omega - \varepsilon_d \omega + \left(1 - k_3\right) p\hat{A} e_d v_2 \\
L_d \dot{e}_d &= -k_d e_d + \hat{\Theta}_q^T \xi_q v_2 + p\hat{A} z_{1q} v_2 - \tilde{R} i_d - \tilde{L}_d z_{2d} + \\
&\quad - \tilde{L}_q i_q \omega_e - \tilde{\Theta}_q^T \xi_q \omega - \varepsilon_q \omega + k_3 p\hat{A} e_q v_2
\end{aligned}
\tag{28}
$$

Ostatnim krokiem syntezy jest określenie praw adaptacji estymowanych parametrów. Prawa adaptacji zostaną określone w oparciu o analizę lapunowską. W tym celu wybieramy funkcję Lapunowa w postaci:

$$
\begin{aligned}
V = {} & \frac{1}{2}\left(v_1^2 + J v_2^2 + L_q e_q^2 + L_d e_d^2 + \frac{1}{\gamma_d} \tilde{L}_d^2\right) + \\
& + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\gamma_q} \tilde{L}_q^2 + \frac{1}{\gamma_J} \tilde{J}^2 + \frac{1}{\gamma_R} \tilde{R}^2 + \tilde{\Theta}_d^T \Gamma_d^{-1} \tilde{\Theta}_d\right) + \\
& + \frac{1}{2}\left(\tilde{\Theta}_{op}^T \Gamma_{op}^{-1} \tilde{\Theta}_{op} + \tilde{\Theta}_q^T \Gamma_q^{-1} \tilde{\Theta}_q\right)
\end{aligned}
\tag{29}
$$

gdzie Γ_i – dodatnio określone macierze parametrów projektowych, γ_i – dodatnie parametry projektowe.

Jeśli wybierzemy prawa adaptacji w postaci:

$$
\begin{aligned}
\dot{\hat{\Theta}}_d &= \Gamma_d\left(-\xi_d i_d v_2 - \xi_d \omega e_q - \sigma_d \hat{\Theta}_d\right) \\
\dot{\hat{\Theta}}_q &= \Gamma_q\left(\xi_q i_q v_2 - \xi_q \omega e_q - \sigma_q \hat{\Theta}_q\right) \\
\dot{\hat{\Theta}}_{op} &= \Gamma_{op}\left(\xi_{op} v_2 - \sigma_q \hat{\Theta}_q\right) \\
\dot{\hat{L}}_d &= \gamma_d\left(-p i_d i_q v_2 - z_{2d} e_d + i_d \omega_e e_q - \sigma_{Ld} \hat{L}_d\right) \\
\dot{\hat{L}}_q &= \gamma_q\left(p i_d i_q v_2 - z_{2q} e_q - i_q \omega_e e_d - \sigma_{Lq} \hat{L}_q\right) \\
\dot{\hat{J}} &= \gamma_J\left(\left(\ddot{\theta}_d - k_1^2 e_1 + k_1 e_2 - \frac{1}{\hat{J}} P + \frac{k_2}{\hat{J}} z_2\right) v_2 - \sigma_J \hat{J}\right) \\
\dot{\hat{R}} &= \gamma_R\left(-i_q e_q - i_d e_d - \sigma_R \hat{R}\right)
\end{aligned}
\tag{30}
$$

Wtedy pochodna funkcji Lapunowa (29) będzie określona zależnością

$$
\begin{aligned}
\dot{V} \le {} & -\left(k_1 - \frac{1}{2}\right) v_1^2 - \left(k_1 - 1\right) v_2^2 - \left(k_d - \frac{1}{2}\right) e_d^2 + \\
& - \left(k_d - \frac{1}{2}\right) e_d^2 - \frac{\sigma_{Ld} \tilde{L}_d^2}{2} - \frac{\sigma_{Lq} \tilde{L}_q^2}{2} - \frac{\sigma_R \tilde{R}^2}{2} + \\
& - \frac{\sigma_J \tilde{J}^2}{2} - \frac{\sigma_d \left\|\tilde{\Theta}_d\right\|^2}{2} - \frac{\sigma_q \left\|\tilde{\Theta}_q\right\|^2}{2} - \frac{\sigma_{op} \left\|\tilde{\Theta}_{op}\right\|^2}{2} + \\
& + \frac{\sigma_{Ld} L_d^2}{2} + \frac{\sigma_{Lq} L_q^2}{2} + \frac{\sigma_R R^2}{2} + \frac{\sigma_J J^2}{2} + \\
& + \frac{\sigma_d \left\|\Theta_d\right\|^2}{2} + \frac{\sigma_q \left\|\Theta_q\right\|^2}{2} + \frac{\sigma_{op} \left\|\Theta_{op}\right\|^2}{2} + \varepsilon^2
\end{aligned}
\tag{31}
$$

gdzie

$$
\varepsilon^2 = \frac{1}{2}\left(\left(-\varepsilon_d i_q + \varepsilon_q i_d + \varepsilon_{op}\right)^2 + \varepsilon_q^2 \omega^2 + \varepsilon_d^2 \omega^2\right)
\tag{32}
$$

Z zależności (31) wynika, że błędy v_1, v_2, e_d i e_q są ostatecznie jednostajnie ograniczone (ultimately uniformaly bounded - UUB) [12].

Metoda MTPA

Jeśli weźmiemy pod uwagę zależność (23) i (24) to widać, że dla danego momentu zadanego M_d można wybrać różną kombinację prądów zadanych i_{dd} i i_{qd}. W przedstawionym rozwiązaniu prądy zadane i_{dd} i i_{qd} są wyznaczane z metody maksymalnego momentu na amper (maximum torque per amper - MTPA) [8]. W rozważanym przypadku wskaźnik jakości ma postać:

$$
J(i_{dd}, i_{qd}) = i_{dd}^2 + i_{qd}^2
\tag{33}
$$

a ograniczenie równościowe stanowi zależność (23) w której M_d jest traktowane jako wartość zadana. W celu rozwiązania tak postawionego zadania optymalizacji tworzymy lagrangian o postaci:

$$
\begin{aligned}
L = {} & \lambda\left(\hat{\Theta}_d \xi_d i_{qd} - \hat{\Theta}_q \xi_q i_{dd} + p\hat{A} i_{dd} i_{qd} - M_d\right) + \\
& + \frac{1}{2}\left(i_{dd}^2 + i_{qd}^2\right)
\end{aligned}
\tag{34}
$$

gdzie λ jest mnożnikiem Lagrange'a.

Stosując warunki konieczne istnienia ekstremum otrzymujemy układ trzech równań nieliniowych

$$
(35)\qquad
\begin{aligned}
&\lambda\hat{\Theta}_d\xi_d + \lambda p\hat{A}i_{dd} + i_{qd} = 0\\
&-\lambda\hat{\Theta}_q\xi_q + \lambda p\hat{A}i_{qd} + i_{dd} = 0\\
&\hat{\Theta}_d\xi_d i_{qd} - \hat{\Theta}_q\xi_q i_{dd} + p\hat{A}i_{dd}i_{qd} - M_d = 0
\end{aligned}
$$

Rozwiązaniem układu równań (36) są zadane wartości prądów

$$
(36)\qquad
\begin{aligned}
i_{qd} &= -\frac{\lambda\hat{\Theta}_d^T\xi_d + \lambda^2\hat{A}\hat{\Theta}_q^T\xi_q}{1-\lambda^2\hat{A}^2}\\
i_{dd} &= -\frac{\lambda\hat{\Theta}_q^T\xi_q + \lambda^2\hat{A}\hat{\Theta}_d^T\xi_d}{1-\lambda^2\hat{A}^2}
\end{aligned}
$$

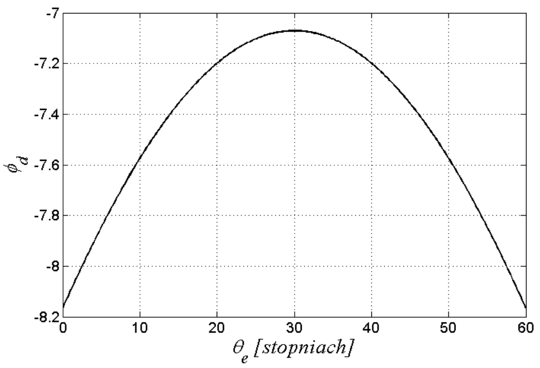
a mnożnik Lagrange'a wyznaczamy jako pierwiastki wielomianu

$$
(37)\qquad
\begin{aligned}
&\lambda^4 + \frac{2M\hat{A} - 3\hat{\Theta}_q^T\xi_q\hat{\Theta}_d^T\xi_d}{\hat{A}^2\hat{\Theta}_q^T\xi_q\hat{\Theta}_d^T\xi_d - M_d\hat{A}^3}\lambda^2 +\\
&-\frac{\left(\hat{\Theta}_q^T\xi_q\right)^2 + \left(\hat{\Theta}_d^T\xi_d\right)^2}{\hat{A}^3\hat{\Theta}_q^T\xi_q\hat{\Theta}_d^T\xi_d - M_d\hat{A}^4}\lambda - \frac{M_d}{\hat{A}^3\hat{\Theta}_q^T\xi_q\hat{\Theta}_d^T\xi_d - M_d\hat{A}^4}
\end{aligned}
$$

Z zależności (36) i (37) dostaniemy cztery pary prądów zadanych. Z pośród tych czterech rozwiązań wybieramy to rozwiązanie rzeczywiste, które zapewnia mniejszą wartość wskaźnika (33).

Badania symulacyjne

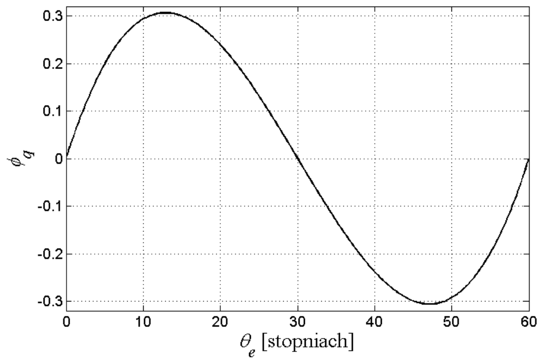
W celu zbadania poprawnej pracy przedstawionego algorytmu został zbudowany odpowiedni model symulacyjny z wykorzystaniem pakietu Matlab-Simulink. Silnik w czasie symulacji miał następujące parametry: p=3, L_d=18,3 mH, L_q=30,3 mH, R=0,627Ω, J=0,0025 kgm^2. Założono, że silnik posiada trapezoidalny rozkład strumienia, którego amplituda wynosi Ψ_m=0,793 Wb. Na tej podstawie wyznaczono przebieg składowych strumienia magnetycznego w osiach d i q. Przebieg wyznaczonych strumieni przedstawiono na rysunkach 2 i 3. Okres zmian tych strumieni jest sześciokrotnością kąta elektrycznego. Dla tak wyznaczonych strumieni stworzono modele rozmyte z czterema strojonymi parametrami.



Rys.2. Zależność strumienia φ_d od kąta elektrycznego

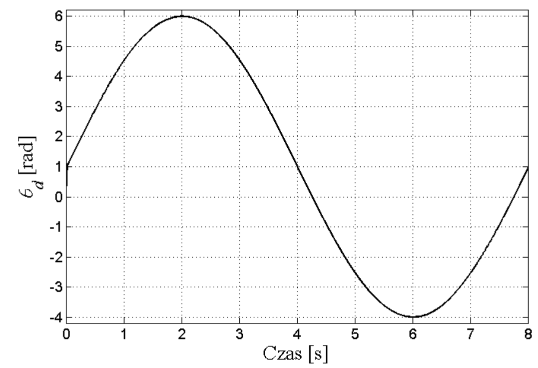
Przeprowadzono szereg symulacji z różnymi wartościami parametrów projektowych i w różnych stanach pracy napędu: rozruch, nawrót, praca z różnymi wartościami prędkości. Przeprowadzono także testy dla różnych obciążeń momentem oporowym: skokowe zmiany momentu, pełny moment przy rozruchu i nawrocie, ciągły, zmieniający się moment w czasie pracy napędu ze stałą prędkością.

Algorytm zawiera szereg parametrów projektowych ale ich strojenie nie jest bardzo trudne. Parametry k_1, k_2, k_q i k_d odpowiadają za szybkość zanika błędów śledzenia. Parametry występujące w prawach adaptacji odpowiadają za szybkość estymacji nieznanych parametrów.



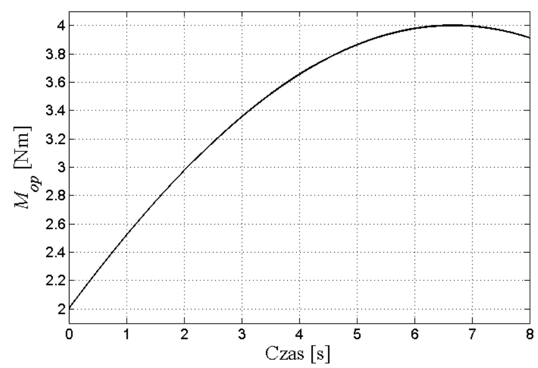
Rys.3. Zależność strumienia φ_q od kąta elektrycznego

Na rysunku 4 przedstawiono przykładowy przebieg kąta zadanego, natomiast przykładowy przebieg momentu oporowego pokazano na rysunku 5.

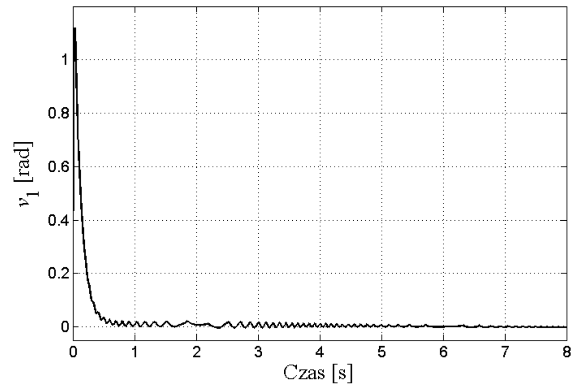


Rys.4. Kąt zadany θ_d.

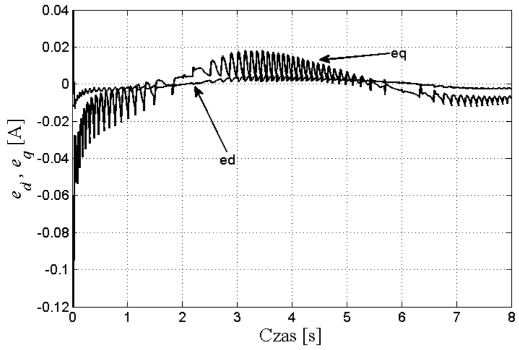
Przebiegi zmian filtrowanego błędu położenia pokazano na rysunku 6. Wynika z niego, że duży błąd początkowy zanika szybko a w stanie quasi ustalonym pozostaje ograniczony. Rysunek 7 ilustruje przebiegi błędów odtwarzania prądów w osiach d i q. Przebiegi te obrazują poprawną pracę pętli regulacji prądu. Błędy pozostają ograniczone co jest zgodne z wynikami otrzymanymi na drodze symulacji. Na rysunku 8 przedstawiono przebiegi zmian wybranych adaptowanych parametrów. Wynika z nich, że w czasie pracy parametry pozostają ograniczone.



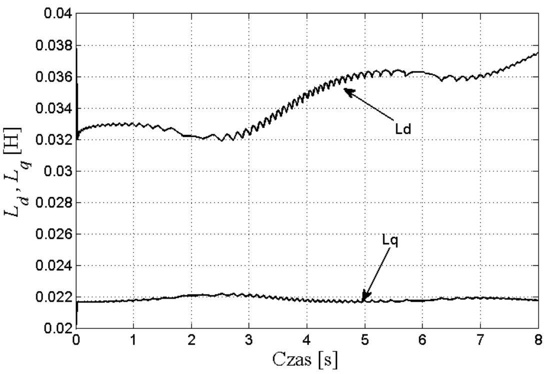
Rys.5. Moment oporowy M_{op}.



Rys.6. Filtrowany błąd położenia v_1



Rys.7. Błędy odtwarzania prądów e_d i e_d



Rys.8. Adaptowane wartości parametrów L_d i L_d

Podsumowanie

Celem niniejszego artykułu było przedstawienie algorytmu sterowania silnikiem IPMSM z niesinusoidalnym rozkładem strumienia. Nowością algorytmu jest wykorzystanie filtrów różniczkując do generacji pochodnej zadanych wartości prądów. Pozwala to wykorzystanie różnych metod ich generacji i brak konieczności posiadania analitycznej zależności określającej ich wartości. Omawiany algorytm sterowania pozwala sterować napędem nawet w przypadku nieznajomości parametrów silnika z wyjątkiem liczby par biegunów. Przedstawione wyniki badań symulacyjnych udowodniły poprawną pracę zaproponowanego algorytmu i potwierdziły rezultaty badań teoretycznych.

Kolejnym etapem prac będzie przetestowanie opisanego algorytmu na rzeczywistym napędzie. Dalsze prace teoretyczny będą się kierować w kierunku możliwości wyeliminowania pomiaru prędkości i zastąpienia jej wartością estymowaną czy też wykorzystanie informacji o ograniczeniach sygnałów sterujących na etapie syntezy algorytmu sterowania. Innym możliwym kierunkiem dalszych badań jest wykorzystanie w czasie projektowania algorytmu dynamicznych modeli tarcia takich jak model Lugre lub Maxwell. Powinno to poprawić jakość odtwarzania zadanych wartości położenia czy też prędkości.

LITERATURA

[1] Król E., Silniki z magnesami trwałymi oraz silniki Indukcyjne – czynniki obniżające sprawność, *Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne,* 80 (2008), 223-226

[2] Chu W.Q., Zhu Z.Q., Reduction of On-Load Torque Ripples in Permanent Magnet Synchronous Machines by Improved Skewing. *IEEE Transactions On Magnetics,* 49 (2013), n.7, 3822-3825

[3] Flieller D., Nguyen N.K., Wira P., Sturtzer G., Abdeslam D. O., Mercklé J., A Self-Learning Solution for Torque Ripple Reduction for Nonsinusoidal Permanent-Magnet Motor Drives Based on Artificial Neural Networks, *IEEE Transactions On Industrial Electronics* 61 (2014), n.2, 655-666

[4] Promthong S., Konghirun M., A PWM Technique to Minimize Torque Ripple in BLDC Motor for Low-Cost Applications, 10th International Conference on *ECTICON* (2013), 1-6

[5] Yuan Y., Auger F., Loron I., Moisy S., Hubert M., Torque Ripple Reduction in Permanent Magnet Synchronous Machines Using Angle-Based Iterative Learning Control, *38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society IECON* (2012), 2518-2523

[6] Monteiro J.R.B.A., Oliveira Jr A.A., Aguiar M.L, Sanagiotti E.R., Electromagnetic Torque Ripple and Copper Losses Reduction in Permanent Magnet Synchronous Machines, *European Transactions On Electrical Power*, (2011)

[7] Kim S., Yoon Y.D., Sul S.K., Ide K., Maximum Torque per Ampere (MTPA) Control of an IPM Machine Based on Signal Injection Considering Inductance Saturation, *IEEE Transactions On Power Electronics,* 28 (2013), n.1, 488-497

[8] Kabziński J., Krawiecki M., Oprogramowanie do wyznaczania i analizy wykresu kołowego maszyny z magnesami trwałymi, *VIII Krajowa konferencja Naukowa Sterowanie w Energoelektronice i Napędzie Elektrycznym SENE* (2007), 359-366

[9] Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P. V. , Nonlinear and Adaptive Control Design, *New York: Wiley,* 1995

[10] Kabziński J., Marzjan K., O sterowaniu typ „adaptive backstepping" dla silników z zagłębionymi magnesami, *VII Krajowa konferencja Naukowa Sterowanie w Energoelektronice i Napędzie Elektrycznym SENE* (2005), 217-224

[11] Dong W., Farrell J.A., Polycarpou M.M., Djapic V., Sharma M., Command Filtered Adaptive Backstepping, *IEEE Transactions on Control Systems Technology 20* (2012), n.3, 566-580

[12] Khalil H., Nonlinear Systems, *Prentice Hall*, (2002)

***Autorzy**: dr inż. Przemysław Mosiołek, Politechnika Łódzka, Instytut Automatyki, ul. Stefanowskiego 18/22, 98-200 Łódź, E-mail: przemyslaw.mosiolek@p.lodz.pl*