AGH Akademia Górniczo-Hutnicza (1), Katedra Energoelektroniki i Automatyki Systemów Przetwarzania Energii

# Weryfikacja modelu bezszczotkowego silnika prądu przemiennego w stanach dynamicznych

Streszczenie. W artykule przedstawiono porównanie zarejestrowanych przebiegów dynamicznych silnika AC brushless sterowanego wektorowo z przebiegami obliczeniowymi. Celem porównania była ilościowa i jakościowa weryfikacja ogólnie znanego modelu takiego silnika, ze stałymi indukcyjnościami własnymi i wzajemnymi faz i niesinusoidalnymi fazowymi siłami elektromotorycznymi rotacji od magnesów rotora. Do obliczeń wykorzystano wartości indukcyjności wyznaczone metodą funkcji jednostkowej przewodności magnetycznej szczeliny. Konkluzją artykułu jest stwierdzenie, że w dynamicznych stanach pracy silnikowej użyty model daje wyniki poprawne ilościowo, ale nie poprawne jakościowo.

**Abstract**. This paper presents the comparison measuring and computing waveforms of AC brushless motor, vector controlled. The purpose of comparison was quantitative and qualitative verification well-known AC brushless machine model, with fixed inductances and non-sinusoidal EMF of rotation of the rotor magnets. The calculations were based on inductance values determined using permeance magnetic function. The conclusion of the article is that the dynamic operating conditions of the motor model gives correct results quantitatively but not qualitatively correct. (Verification of the model of AC brushless motor in the dynamic states).

**Słowa kluczowe**: bezszczotkowy silnik prądu przemiennego, weryfikacja modelu, stany dynamiczne, obliczenia analityczne. **Keywords**: AC brushless motor, model verification, dynamic states, analytical calculations.

doi:10.12915/pe.2014.04.13

## Wstęp

Przebiegi dynamiczne maszyn elektrycznych Z magnesami trwałymi modelowane są na ogół w oparciu o uproszczony model maszyny z magnesami. Model ten (dla maszyny trójfazowej opisany równaniami (1-7)) jest powszechnie znany [1, 2] i chętnie stosowany, z uwagi na poglądowość równań i ich intuicyjną zrozumiałość. W modelu pomija się jednak zjawiska nasyceniowe i straty mocy w żelazie maszyny, zarówno w głównym obwodzie magne-tycznym jak i w obwodach rozproszeń. Uproszczenia te istotnie rzutują na kształty przebiegów maszyny w stanach dynamicznych, co przedstawiono w artykule. Model nie uwzględnia również istnienia ewentualnych momentów zaczepowych.

Celem artykułu jest przedstawienie ilościowych i jakościowych różnic pomiędzy rzeczywistymi a modelowymi przebiegami dynamicznymi maszyny z magnesami trwałymi. Pomiary i obliczenia przeprowadzono dla 4biegunowego silnika *AC brushless* o mocy znamionowej 4kW i prędkości znamionowej 1500obr/min, magnesowanego radialnie, sterowanego wektorowo, produkcji BOBRME Komel. Silnik ten, wykonany jako badawczy, posiada proste magnesy i żłobki i dlatego wykazuje istnienie momentu zaczepowego, o amplitudzie na poziomie ok. 10% momentu znamionowego. Obliczenia parametrów wykorzystywanego modelu przeprowadzono metodą funkcji jednostkowej przewodności magnetycznej szczeliny (FJPMS), zaadaptowaną do obliczeń obwodów magnetycznych z magnesami trwałymi [3, 4, 5].

#### Model napędu elektrycznego

Do symulacji stanów dynamicznych trójfazowej, bezszczotkowej maszyny prądu przemiennego wykorzystano model, opisany równaniami:

(1) 
$$\frac{d\psi_{s1}}{dt} = u_{s1} - R_s i_{s1} - e_{s1}(\varphi_e)$$

(2) 
$$\frac{d\psi_{s2}}{dt} = u_{s2} - R_s i_{s2} - e_{s2}(\varphi_e)$$

(3) 
$$\frac{d\psi_{s3}}{dt} = u_{s3} - R_s i_{s3} - e_{s3}(\varphi_e)$$

(4) 
$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{T_{em} + T_m}{J}$$

(5) 
$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega$$

(6) 
$$\begin{bmatrix} \psi_{s1} \\ \psi_{s2} \\ \psi_{s3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} & M_{ss} & M_{ss} \\ M_{ss} & L_{ss} & M_{ss} \\ M_{ss} & M_{ss} & L_{ss} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix}$$
  
(7) 
$$T_{em} = \frac{e_{s1} \cdot i_{s1} + e_{s2} \cdot i_{s2} + e_{s3} \cdot i_{s3}}{\omega}$$

gdzie:  $R_s$  – rezystancja fazy,  $L_{ss}$  – indukcyjność własna fazy,  $M_{ss}$  – indukcyjność wzajemna między fazami,  $\omega$  – prędkość obrotowa maszyny,  $\varphi$  – kąt położenia wirnika,  $T_{em}$ – moment elektromagnetyczny maszyny,  $T_m$  – moment zewnętrzny (mechaniczny),  $\psi_{s1}$ ,  $\psi_{s2}$ ,  $\psi_{s3}$  – strumienie magnetyczne faz twornika (bez strumieni od magnesów),  $e_{s1}$ ,  $e_{s2}$ ,  $e_{s3}$  – fazowe SEM od magnesów trwałych,  $u_{s1}$ ,  $u_{s2}$ ,  $u_{s3}$  – fazowe napięcia zasilające,  $i_{s1}$ ,  $i_{s2}$ ,  $i_{s3}$  – prądy fazowe.

Model zaadaptowano do trójprzewodowego zasilania silnika. Adaptacja polegała na odjęciu stronami równań (1) i (2) oraz (2) i (3). W wyniku tych operacji uzyskano opis twornika maszyny za pomocą tylko 2 równań różniczkowych, ze zmiennymi niezależnymi w postaci prądów  $i_1$ ,  $i_2$ , powiązanych ze strumieniami różnicowymi  $\Psi_{12}$ ,  $\Psi_{23}$ , oraz z napięciami przewodowymi  $U_{12}$ ,  $U_{23}$  jako wielkościami wejściowymi. Konieczność takiego przeformułowania modelu wynikła z faktu trójprzewodowego zasilania silnika przez przemiennik częstotliwości.

Do obliczeń symulacyjnych użyto (stałych) indukcyjności własnych i wzajemnych faz uzyskanych z obliczeń z użyciem FJPMS. Indukcyjności własne uzyskane z obliczeń FJPMS są indukcyjności głównymi (tj. odpowiadającymi strumieniowi magnetycznemu zamykającemu się przez jarzmo wirnika) i dlatego powiększono je o wyznaczone pomiarowo indukcyjności rozproszeń faz (tj. odpowiadające pozostałej części strumienia fazy) [6]. Wartości użytych indukcyjności wynoszą:  $L_{ss} = L_{gs} + L_{\sigma s} = 15,0 \text{ mH} + 4,77 \text{ mH}$ = 19,77 mH,  $M_{ss} = 6,1 \text{ mH}.$ 

Na podstawie wykonanych pomiarów [6] rezystancję fazową przyjęto jako sumę rezystancji fazy zmierzonej prądem stałym ( $R_s = 0,767 \Omega$ ) i rezystancji dodatkowej, zmiennej z częstotliwością prądów twornika (a więc z prędkością obrotową maszyny), reprezentującej straty w żelazie od strumieni rozproszeń ( $R_d$  = 0,7 Ω dla f = 50 Hz). Wartość R<sub>d</sub> pochodzi z pomiarów dotyczacych sinusoidalnych. ustalonych przebiegów maszyny. Zdecydowano się na jej wprowadzenie również do obliczeń dynamicznych, z uwagi na domniemany sinusoidalny i quasi-ustalony charakter przebiegów dynamicznych maszyny sterowanej wektorowo. Uwzględnienie strat w żelazie maszyny w taki sposób może być traktowane jako dyskusyjne. Obydwa założenia nie są do końca spełnione, zwłaszcza założenie pierwsze w odniesieniu do kształtu prądów. Symulacje wykazały jednak, że uwzględnienie strat w żelazie w taki sposób daje lepsze efekty odtworzeniowe niż pominięcie ich w ogóle [6, 7].

Straty w żelazie od strumienia głównego pominięto, z uwagi na ich bardzo ograniczony wpływ na prądy maszyny, a w konsekwencji na wartości symulacyjnego momentu elektromagnetycznego  $T_{em}$  [6]. Chwilowe wartości prądów są w modelu dyktowane przez różnice chwilowych wartości napięć zasilających i wewnętrznych SEM maszyny oraz wartości indukcyjności i rezystancji faz (równania (1) – (3)).

Zrezygnowano z wprowadzania do obliczeń dynamicznych przebiegów fazowych SEM uzyskanych z obliczeń FJPMS, z uwagi na dużą (ok. 20%) różnicę pomiędzy wartościami maksymalnymi SEM rejestrowanych i obliczeniowych - rysunek 1. Różnica ta wynika z nieuwzglednienia W obliczaniach FJPMS ziawiska nasycania zębów twornika przez strumienie magnetyczne pochodzące od magnesów trwałych wzbudzenia [6]. Zjawisko to odpowiada za różnice ilościowe i większą ilość różnic jakościowych pomiędzy rzeczywistymi a obliczeniowymi przebiegami SEM fazowych. Wyeliminowanie tych różnic wydaje się być obiektywnie trudne przy wykorzystaniu FJPMS, ponieważ sama jej idea oparta jest na założeniu nieskończonej przenikalności magnetycznej ferromagnetycznych rdzeni stojana i wirnika. Do obliczeń modelowych wprowadzono przebiegi SEM zarejestrowane rzeczywistej maszynie (rys.1). W ten sposób na weryfikowano przydatność do symulacji dynamicznych samego modelu i uzyskanych z obliczeń FJPMS wartości indukcyjności uzwojeń – własnych i wzajemnych.

Zastosowany model układu wektorowego sterowania silnika przedstawiono na rysunku 2. Został on przyjęty do obliczeń po konsultacjach z producentem przemiennika częstotliwości zasilającego silnik. Model ten pomija modulację *PWM* napięć zasilających maszynę, z uwagi na jej relatywnie wysoką częstotliwość.



Rys.1. Pomiarowy i obliczeniowy (FJPMS – kolor czerwony) przebieg kątowy SEM fazy A

Do wykonywania symulacji stanów dynamicznych napędu z badanym silnikiem niezbędna była znajomość momentu bezwładności całego napędu i naturalnych momentów oporowych (tarcia kinetycznego). Wielkości te wyznaczono w oparciu o rejestrację przebiegu prędkości podczas naturalnego wybiegu napędu i pomiar mocy maszyny napędzającej zespół bezpośrednio przed wybiegiem. Do napędu zespołu wykorzystano sprzęgniętą z maszyną badaną maszynę prądu stałego, wykorzystując ją jako silnik. Uzyskano wartość momentu hamującego  $T_h$  = 1,67 Nm, którą przyjęto do symulacji stanów dynamicznych (jako wartość stałą). Uzyskana wartość sumarycznego

momentu bezwładności  $J = 0,095 \text{ kgm}^2$  jest nieco większa od sumy momentów bezwładności wirników obu sprzęgniętych maszyn elektrycznych, podanych przez ich producenta (0,058 kgm<sup>2</sup> + 0,0271 kgm<sup>2</sup> = 0,0851 kgm<sup>2</sup>), najprawdopodobniej z powodu istnienia momentów bezwładności innych elementów wirujących na wspólnym wale (przede wszystkim sprzęgło i czujnik momentu skrętnego). Do symulacji stanów dynamicznych przyjęto wartość  $J = 0,095 \text{ kgm}^2$ .



Rys.2. Schemat ideowy modelu układu sterowania wektorowego silnika

### Przebiegi dynamiczne napędu

Za typowy stan dynamiczny napędu z silnikiem *AC brushless* uznano jego rozruch, przy typowym w takich napędach sterowaniu wektorowym.

Na rysunkach 3 – 11 zaprezentowano rejestracje i odpowiadające im symulacje przebiegów czasowych napięć i prądów silnika podczas jego rozruchu z nastawionym czasem rozruchu 3,33 s. Jest to czas liniowego narastania prędkości referencyjnej napędu od 0 do 1000 obr/min (co odpowiada zmianie częstotliwości prądów twornika od f = 0Hz do f = 33,3 Hz). Przebiegi rejestracyjne zaznaczono kolorem niebieskim, symulacyjne – czerwonym.

Zrezygnowano z prezentacji przebiegów wartości skutecznych napięć przewodowych, z uwagi na bardzo dobrą zbieżność przebiegów czasowych tych napięć pochodzących z rejestracji i z obliczeń. Jak widać na rysunku 3, przebiegi czasowe napięć zarejestrowanych i symulowanych pokrywają się i są praktycznie sinusoidalne. Napięcia pomiarowe rejestrowano z użyciem odpowiednich filtrów dolnoprzepustowych, celem odfiltrowania częstotliwości związanych z modulacją *PWM*.



Rys.3a. Przebiegi napięcia przewodowego u<sub>AB</sub>



Rys.3b. Fragment przebiegów napięcia przewodowego  $u_{AB}$ 



Rys.4. Przebiegi prądu fazy A



Rys.5. Przebiegi prądu fazy B



Rys.6. Przebiegi prądu fazy C



Rys.7. Przebiegi wartości skutecznej prądu fazy A



Rys.8. Przebiegi wartości skutecznej prądu fazy B



Rys.9. Przebiegi wartości skutecznej prądu fazy C



Rys.10. Przebiegi prędkości obrotowej silnika

Wartości skuteczne prądów fazowych liczono *post factum*, z definicji wartości skutecznej, za czas równy aktualnemu okresowi prądów, zmieniany w czasie rozruchu wraz ze zmianą prędkości silnika, wg wzoru:

(8) 
$$I_{sk}(t) = \sqrt{\frac{1}{T(n)} \int_{t-T(n)}^{t} i(\tau)^2 d\tau},$$

gdzie: T(n) – okres obliczania wartości skutecznych prądów  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ , zmienny z prędkością obrotową n [obr/min] wg wzoru:  $T(n) = 1500 / n \cdot 20$ ms, lecz dla n < 250 obr/min przyjęto stałą wartość T(n) = 120 ms, celem zagęszczenia uzyskiwanych wyników,  $i(\tau)$  – przebieg czasowy prądu fazowego, t – bieżąca chwila czasowa, dla której liczona jest wartość skuteczna.



Rys.11. Przebiegi momentu elektromagnetycznego silnika

Rysunek 11 przedstawia przebiegi momentów maszyny. Kolorem czerwonym przedstawiono przebieg momentu elektromagnetycznego silnika pochodzący z obliczeń symulacyjnych wg wyrażenia (7). Kolorem niebieskim przedstawiono przebieg średniego momentu elektromagnetycznego silnika uzyskany post factum, na podstawie wykonanych rejestracji, z bilansu mocy maszyny. W bilansie mocy uwzględniono straty mocy na naturalnych rezystancjach faz twornika maszyny, straty w żelazie pochodzące od strumieni rozproszeń (zależne od kwadratu wartości skutecznych prądów i od ich częstotliwości) i straty w żelazie od strumienia głównego (zależne od kwadratu wartości skutecznych napięć zasilających i od ich Obliczenia średniego czestotliwości). momentu elektromagnetycznego wykonywano za czas równy aktualnemu okresowi napięć i prądów, zmieniany w czasie rozruchu wraz ze zmianą prędkości silnika, tak jak we wzorze (8): (9)

$$T_{em\_sr}(t) = \frac{P(t) - (R_s + R_d \cdot (\frac{20ms}{T(n)})^{1,36}) \cdot (I_A^2 + I_B^2 + I_C^2)}{\omega_{sr}(t)}$$
$$-\frac{\Delta P_{FeN} \cdot \frac{U_{sk}^2}{U_N^2} \cdot (\frac{20ms}{T(n)})^{1,36}}{\omega_{sr}(t)}$$

gdzie: P(t) – moc czynna pobierana przez silnik, liczona za zmienny z prędkością obrotową silnika okres T(n), wg

wzoru: 
$$P(t) = \frac{1}{T(n)} \int_{t-T(n)}^{t} (u_{AB}(\tau) \cdot i_A(\tau) + u_{CB}(\tau) \cdot i_C(\tau)) d\tau ,$$

T(n) – zmienny z prędkością obrotową *n* okres obliczania wartości mocy czynnej P(t), wartości skutecznych prądów  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  i średniej wartości skutecznej napięć zasilających  $U_{sk}$ , tak jak we wzorze (8),  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  – wartości skuteczne prądów fazowych silnika, liczone wg wzoru (8),  $\Delta P_{FeN}$  – znamionowe straty mocy w żelazie maszyny od strumienia głównego (przy  $U_{sk} = U_N$ ),  $U_{sk}$  – średnia arytmetyczna z wartości skutecznych napięć przewodowych  $U_{AB}$ ,  $U_{CB}$ , liczonych wg wzoru (8):  $U_{sk} = (U_{AB} + U_{CB}) / 2$ ,  $U_N$  – wartość znamionowa napięcia maszyny ( $U_N$  = 400V),  $\omega_{sr}(t)$  – uśredniona za czas T(n) prędkość obrotowa maszyny.

Straty w żelazie maszyny uwzględniono w (9) przez rezystancję  $R_d$ , reprezentującą straty w żelazie pochodzące od strumieni rozproszeń faz twornika, dla sinusoidalnych przebiegów prądów o częstotliwości 50 Hz. Straty te, jako niewątpliwie zależne od częstotliwości prądów twornika, uzmienniono z prędkością obrotową maszyny, w potędze 1,36. Wartość 1,36 pochodzi z doświadczeń własnych autorów i jest zbliżona do wartości 4/3 podanej w [8].

Różnice wartości skutecznych prądów pomiarowych i obliczeniowych są procentowo największe na początku rozruchu (dochodzą do 28% w odniesieniu do wartości skutecznych prądów pomiarowych) i w stanie ustalonym napędu, na biegu jałowym silnika (do 21%). Przebiegi czasowe prądów różnią się jakościowo najbardziej podczas biegu jałowego silnika, co przedstawiono na rysunku 12 i w tabeli 1. Współczynniki THD wówczas wynoszą: dla prądu pomiarowego 0,61, dla obliczeniowego 0,383. Konsultacja z producentem przemiennika pozwoliła stwierdzić, że widoczne różnice częściowo spowodowane są pracą samego przemiennika, który prowadzi modulację PWM napięć wyjściowych przemiennika (metodą modulacji wektora przestrzennego) w sposób nieidealny. Dodatkowo, wpływ na chwilowe wartości prądów i napięć wyjściowych przemiennika mogą mieć również błędy pomiaru prędkości w stanie ustalonym napędu. Niedokładności w działaniu sterowania przemiennika dobrze widoczne są na rejestracjach prądów i napięć maszyny w stanach ustalonych pod obciążeniem. Na rysunku 13 przedstawiono prąd fazy A w stanie ustalonym napędu, przy obciążeniu silnika momentem 10Nm. Zarejestrowany prąd jest niesymetryczny względem osi czasu - jego wartość szczytowa dodatnia waha się granicach 4,45÷4,55 A, podczas gdy wartość szczytowa ujemna osiąga wartość 5,65 A, co drugie ujemne maksimum przebiegu. Z napędowego punktu widzenia niedokładności w działaniu sterowania przemiennika i napędu nie są duże - wartości szczytowe podstawowej harmonicznej napięcia przewodowego zmieniają się w granicach od 402 V do 412 V (wzrost co drugie ujemne maksimum), czyli o ok. 2.5%. Wahania wartości szczytowych prądów silnika są jednak procentowo większe (do 24%), z uwagi na małe reaktancje indukcyjne maszyny. Drugą przyczyną różnic w kształtach przebiegów prądów jest zmiana indukcyjności faz maszyny z położeniem wirnika, skutkiem nasycania zębów twornika przez strumień magnetyczny od magnesów wirnika [6]. Zjawisko to rzutuje głównie na wartości wyższych harmonicznych prądów, których procentowy udział wzrasta w stosunku do wartości symulacyjnych, przede wszystkim na początku rozruchu (z powodu małych wartości SEM od magnesów) i przy biegu jałowym silnika (z powodu minimalnej zawartości harmonicznej podstawowej w prądach).



Rys.12. Końcowy fragment przebiegów prądu fazy A z rys.4

Tabela 1. Amplitudy harmonicznych prądu silnika z rys. 12			
	Nr harmonicznej	Amplituda	Amplituda
		harmonicznej	harmonicznej
		prądu	prądu
		pomiarowego [A]	obliczeniowego
			[A]
	1 ( <i>f</i> <sub>1</sub> = 33.3 Hz)	0.7471	0.6750
	2	0.2812	0.0029
	3	0.1025	0.0282
	4	0.0501	0.0005
	5	0.3155	0.2335
	6	0.0296	0.0019
	7	0.0848	0.0801
	8	0.0190	0.0003
	9	0.0171	0.0085
	10	0.0166	0.0003
	11	0.0434	0.0300
	12	0.0109	0.0008
	13	0.0197	0.0252
	14	0.0092	0.0003
	15	0.0098	0.0050
	16	0.0124	0.0004
	17	0.0657	0.0595



Rys.13. Przebiegi czasowe prądu fazy *A* silnika w stanie ustalonym, przy obciążeniu momentem 10 Nm (rejestracja – kolor niebieski)

Początkowy fragment przebiegów prądu fazy A podczas rozruchu przedstawiono na rysunku 14. Różnice widoczne na rysunku 14 przenoszą się na różnice wartości

skutecznych prądów, różnice wartości chwilowych rozwijanych momentów (do 15% w odniesieniu do wartości pomiarowych) oraz - w relatywnie mniejszym stopniu - na różnice wartości średnich momentów podczas rozruchu (przykładowo 3,6Nm vs. 3,9Nm w tym fragmencie rozruchu, w którym moment średni można uznać za stały - czas od 1 s. do 3 s. na rysunku 11). Różnica procentowa pomiędzy momentami średnimi: pomiarowym i obliczeniowym, jest zawsze mniejsza niż procentowa różnica wartości skutecznych prądów, ponieważ moment średni powstaje od podstawowych harmonicznych pradów i sił elektromotorycznych maszyny. Prezentowane wartości skuteczne prądów są natomiast wartościami całych przebiegów, a nie tylko ich podstawowych harmonicznych.



Rys.14. Początkowy fragment przebiegów prądu fazy A z rys.4

#### Wnioski końcowe

Celem obliczeń stanów dynamicznych badanego silnika była weryfikacja przydatności do symulacji dynamicznych przyjętego modelu maszyny i uzyskanych z obliczeń FJPMS wartości indukcyjności uzwojeń (własnych i wzajemnych). Uzyskane z obliczeń FJPMS przebiegi fazowych SEM, mimo, że jakościowo zgodne z pomiarowymi, uznano za nieprzydatne do modelowania stanów dynamicznych, z uwagi na dużą różnicę ich wartości szczytowych (ok. 20%).

Do ilościowej oceny rozbieżności pomiędzy przebiegami modelu a przebiegami rzeczywistymi użyto wielkości tradycyjnie stosowanych w elektrotechnice: wartości skutecznej, wartości średniej, wartości szczytowej, amplitud harmonicznych, współczynnika THD. Z uwagi na to, że dotyczy publikacja tematyki maszyn i napędów elektrycznych, zrezygnowano z użycia wielkości stosowanych do podobnych celów w automatyce: NRMSE (Normalized root mean square error), NMSE (Normalized mean square error) i MSE (Mean square error).

Na podstawie porównania wyników przeprowadzonych obliczeń dynamicznych z wynikami rejestracji można stwierdzić, że użyty model wraz ze stałymi indukcyjnościami wystarczająco dobrze, z napędowego punktu widzenia, odzwierciedla dynamikę całego napędu sterowanego wektorowo. Wystarczająco dobrze zostają oddane przebiegi: średniego momentu elektromagnetycznego, prędkości, podstawowej harmonicznej prądów, napięć przewodowych silnika oraz wartości czasów trwania poszczególnych stanów dynamicznych. Model może więc być stosowany do symulacji tego typu napędów elektrycznych.

Jednakże, porównanie przebiegów czasowych prądów symulowanych i pomiarowych pokazuje, że w stanach dynamicznych maszyny są one odtwarzane w sposób jedynie przybliżony. Głównym źródłem różnic wydaje się być nie uwzględnienie w modelu opisanym równaniami (1) - (7) zmienności indukcyjności faz maszyny z położeniem wirnika, wynikającej z nasycania zębów stojana przez strumień magnetyczny od magnesów wirnika. Przy ogólnie niewielkich wartościach tych indukcyjności ich zmienność musi rzutować w stopniu istotnym na zawartość wyższych harmonicznych w prądach maszyny i, w konsekwencji, przemiennych składowych w jej momencie elektromagnetycznym. Model opisany równaniami (1) - (7) nie uwzględnia momentów zaczepowych. Straty w żelazie od strumieni rozproszeń faz można uwzględnić w modelu przez odpowiednie powiększenie rezystancji fazowych, zależne od prędkości maszyny, o ile przebiegi czasowe prądów fazowych można uznać za sinusoidalne. Straty w żelazie od strumienia głównego w niewielkim stopniu rzutują na przebiegi prądów maszyny i, w konsekwencji, momentu elektromagnetycznego i dlatego w stanach dynamicznych mogą być pominięte.

Podsumowując należy stwierdzić, że w dynamicznych stanach pracy silnikowej użyty model daje wyniki poprawne ilościowo, ale nie poprawne jakościowo. Zmiana tego stanu rzeczy jest możliwa tylko przez wprowadzenie do modelu indukcyjności faz (własnych i wzajemnych) zmiennych z położeniem wirnika. Uwzględnienie lokalnych nasyceń obwodu magnetycznego jest również niezbędne przy obliczeniowym wyznaczaniu wewnętrznych sił elektromotorycznych maszyny.

W pracy przedstawiono część wyników projektu badawczego p.t. "Weryfikacja pomiarowa obliczeń analitycznych maszyn elektrycznych z magnesami trwałymi", finansowanego przez Narodowe Centrum Nauki w Krakowie, jako projekt nr N N510 707240.

Obliczenia MES (pakiet Opera) wykonano na komputerze IBM BladeCenter HS21 w ramach grantu obliczeniowego MNiSW/IBM\_BC\_HS21/AGH/080/2007.

### LITERATURA

- [1] Glinka T., Silniki elektryczne wzbudzane magnesami trwałymi, Przegląd Elektrotechniczny, 84 (2008), nr 7, 1-7
- [2] Glinka T., Maszyny elektryczne wzbudzane magnesami trwałymi, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2002
- [3] Drabek T., Matras A., Skwarczyński J., Modelowanie maszyn elektrycznych z magnesami trwałymi, Przegląd Elektrotechniczny, 83 (2007), nr 6, 95-98
- [4] Drabek T., Matras A., Skwarczyński J., Symulacja maszyny synchronicznej z magnesami trwałymi, Przegląd Elektrotechniczny, 84 (2008), nr 1, 38-41
- [5] Drabek T., Matras A., Skwarczyński J., Analityczne obliczenia symulacyjne maszyny synchronicznej z magnesami trwałymi, Przegląd Elektrotechniczny, 85 (2009), nr 10, 9-12
- [6] Skwarczyński J., Matras A., Drabek T., Projekt badawczy NCN nr NN510707240 p.t. "Weryfikacja pomiarowa obliczeń analitycznych maszyn elektrycznych z magnesami trwałymi"
- [7] Drabék T., Lerch T., Badania silnika tarczowego z magnesmi trwałymi, Przegląd Elektrotechniczny, 89 (2013), nr 6, 199-204
- [8] Dąbrowski M., Projektowanie maszyn elektrycznych prądu przemiennego, WNT, Warszawa 1988

Autorzy: dr hab. inż. Jerzy Skwarczyński, AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, E-mail: jskw@agh.edu.pl; dr inż. Andrzej Matras, E-mail: matras@agh.edu.pl; dr inż. Tomasz Drabek, AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, E-mail: drabek@agh.edu.pl