

Symulacja wielowzbudnikowych indukcyjnych urządzeń grzejnych

Streszczenie. Liczba zastosowań grzejnictwa indukcyjnego w technologiach wymagających precyzyjnego kształtowania pól temperatury w obszarze roboczym stale rośnie. Jedną z nowych, przyszłościowych technik jest wykorzystanie układu wielu wzbudników nagrzewających jeden wsad. Rozwiązanie to umożliwia precyzyjną kontrolę gradientów temperatury nagrzewanej powierzchni. Wykorzystywanie technik numerycznego modelowania wielu elementów sprzężonych magnetycznie w zagadnieniach projektowania nagrzewnic indukcyjnych tej klasy stanowi jednak poważny problem. W pracy omówiono podstawowe problemy oraz określono zasady modelowania wielowzbudnikowych, wieloczęstotliwościowych układów nagrzewania indukcyjnego. Zaprezentowane autorskie algorytmy i programy uzupełniają istniejące systemy obliczeniowe o możliwość precyzyjnej symulacji urządzeń tej klasy.

Abstract. Number of modern techniques, which use different temperature profiles within the operating area increase in past years. One of modern and future techniques seems to be the utility of zone controlled induction heating system. Such devices use a system of different inductors, placed in vicinity and powered by different voltage sources of the same frequency. Numerical modeling of such system is a very difficulty. Calculating system which enable to solve the coupled electro – thermal fields, make it impossible to carry out the calculations for different frequencies of inductors. In the article some basic rules of multizone – multifrequency induction heating systems were presented. Some authors algorithms were discussed and used to complete the professional numerical FEM systems. (**Simulation of multi-zone, multi-frequency induction heating systems**).

Słowa kluczowe: wieloczęstotliwościowe nagrzewanie indukcyjne, symulacja, badania.

Keywords: multi-frequency induction heating, simulation, tests.

doi:10.12915/pe.2014.02.57

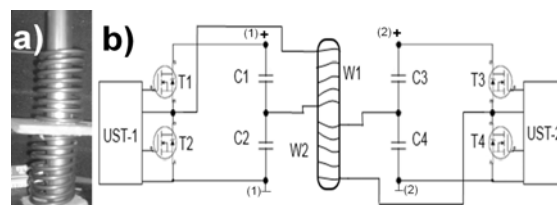
Wprowadzenie

Nową grupą zastosowań nagrzewania indukcyjnego są urządzenia z wieloma wzbudnikami, umożliwiające kształtowanie powierzchniowych rozkładów mocy w szerokich granicach określanych warunkami technologicznymi [1, 2]. Autorskie rozwiązanie dotyczące urządzenia tej klasy zakłada możliwość pracy poszczególnych sekcji wzbudnika przy różniących się częstotliwościach. Rozwiązanie to umożliwia precyzyjną kontrolę rozkładów mocy grzejnych, przy zachowaniu wysokich sprawności elektrotermicznych oraz racjonalnych warunków eksploatacyjnych [3]. Istotnym problemem podczas projektowania urządzeń tej klasy jest efektywne i dokładne modelowanie układu grzejnego, zwłaszcza przy wykorzystaniu metod polowych. Ilościowy opis zjawisk występujących w warunkach bezpośredniej bliskości wzbudników przy odmiennych częstotliwościach oraz wyznaczanie wartości mocy grzejnych jest zagadnieniem o wysokim stopniu komplikacji. Podstawowe algorytmy obliczeniowe indukcyjnych urządzeń grzejnych, zaimplementowane w wielu profesjonalnych systemach numerycznych, opierają się na analizie pierwszej harmonicznej pola elektromagnetycznego. Efekty występujące w wielowzbudnikowych urządzeniach opisywanej klasy nie są zatem możliwe do uwzględnienia w klasycznej formie w dostępnych programach obliczeniowych.

Głównym celem pracy było wykazanie problemów występujących podczas komputerowej symulacji zagadnień sprzężonych w indukcyjnym systemie grzejnych opartych o dwa wzbudniki zasilane ze źródeł o odmiennych częstotliwościach. Przyjęto osiowosymetryczny układ wzbudniki - wsad, o nieskomplikowanej geometrii. Zastosowano materiały nie będące ferromagnetykami, co w znacznym stopniu uprościło obliczenia. Wykonano model fizyczny układu, odpowiadający warunkami konstrukcyjnymi i eksploatacyjnymi, modelowi matematycznemu. Wyniki obliczeń numerycznych oraz badań modelu zostały porównane, dzięki czemu możliwe było dokonanie ilościowej oceny wpływu modeli numerycznych oraz procedur obliczeniowych, na dokładność obliczeń wielowzbudnikowych indukcyjnych urządzeń grzejnych.

Model fizyczny urządzenia grzejnego

Wykonano fizyczny model dwuwzbudnikowej nagrzewnicy indukcyjnej o parametrach eksploatacyjnych umożliwiających odzwierciedlenie warunków pracy przy wykorzystaniu stosunkowo prostego modelu matematycznego. System grzejny wykonano z wsadu w postaci walca o zewnętrznej średnicy 20 mm oraz wysokości 250 mm, ze stali niemagnetycznej o rezystywności $\rho=7,4e^{-7} \Omega \cdot m$. Wsad umieszczono w układzie dwóch podobnych wzbudników wykonanych z miedzianych rurek o średnicy 4 mm. Wzbudniki nawinięto ze stałym skokiem, przy wewnętrznej średnicy 30 mm. Pomiędzy wzbudnikami zastosowano przerwę 7 mm. Widok układu wzbudniki - wsad pokazano na rysunku 1.a. Wzbudniki zasilono przy wykorzystaniu dwóch podobnych układów przekształtnikowych, zasilanych z niezależnych źródeł prądu stałego. Część energetyczna obu układów wykonana została w układzie półmostkowym, zgodnie z ideowym schematem pokazanym na rysunku 1.b. Generatory pracowały niezależnie i umożliwiały uzyskiwanie częstotliwości roboczych w granicach 10 - 150 kHz, dzięki czemu możliwa była płynna regulacja mocy dostarczanej do poszczególnych sekcji materiału wsadowego.

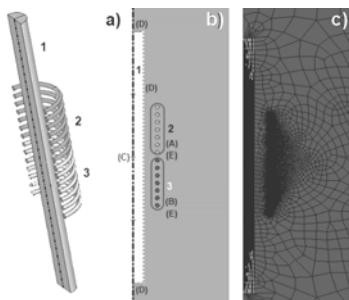


Rys. 1. Model fizyczny nagrzewnicy dwuwzbudnikowej; a- widok strefy grzejnej; b- schemat ideowy. T1 - T4 – tranzystory n-mosfet, C1-C4 – kondensatory, UST – układy sterujące, W – uzwojenia

Oprócz podstawowych elementów stanowiska pokazanych na rysunku 1, zastosowano dodatkowo układy pomiaru prądu i napięcia, wraz z rejestracją przebiegów charakterystycznych wielkości przy wykorzystaniu oscyloskopów. Stanowisko uzupełniono o możliwość rejestracji pól temperatur przy wykorzystaniu kamery termograficznej.

Model numeryczny układu grzejnego

W celu wykonania wstępnych obliczeń opracowano numeryczny model układu wzbudniki – wsad zaimplementowany w komercyjnym systemie Ansys. Widok geometrii modelu wykonanego jako dwuwymiarowy osiowo-symetryczny pokazany został na rysunku 2. Wymiary modelu numerycznego oraz parametry materiałowe były zgodne z modelem fizycznym. Warunki brzegowe zastosowane do obliczeń odpowiadały klasycznym wzorcom dla tego rodzaju zagadnień. Podczas obliczeń elektromagnetycznych przyjęto zerową wartość wektorowego potencjału magnetycznego na osi symetrii oraz w znacznej odległości od obszaru wzbudniki - wsad. Wielkością stanowiącą wymuszenie była skuteczna wartość prądu w wzbudniku, wprowadzana do modelu w pojedynczym węźle. Wraz z zadaną częstotliwością analizy, powyższy zestaw warunków granicznych stanowił komplet danych umożliwiających wyznaczenie elementarnych gęstości mocy.



Rys. 2. Model numeryczny dwuwzbudnikowej nagrzewnicy indukcyjnej. a- geometria układu wzbudnik - wsad; b- model płaski, osiowo-symetryczny z oznaczonymi warunkami granicznymi; c- siatka dyskretyzacyjna. 1- wsad; 2- wzbudnik nr 1; 3- wzbudnik nr 2; (A)- wymuszenie prądowe 2 kA; (B)- wymuszenie prądowe 3 kA; (C)- warunki graniczne dla symetrii modelu; (D)- warunek brzegowy III rodzaju; (E)- warunek brzegowy I rodzaju

W analizie cieplnej rozpatrywano jedynie zjawiska zachodzące w nagrzewanym walcu. Przyjęto konwekcyjne oraz radiacyjne straty ciepła z powierzchni bocznych oraz czołowych wsadu. Analizowano konwekcję swobodną, co umożliwiło zastosowanie warunku brzegowego trzeciego rodzaju. Współczynnik przejmowania ciepła trzeczono przy wykorzystaniu odpowiednich równań kryterialnych (1), dla powierzchni bocznych oraz czołowych.

$$(1) \quad \alpha_k = \frac{C \left[\frac{g \delta^3 \beta (t_F - t_0)}{a \cdot \nu} \right]^n \cdot \lambda(t)}{\delta}$$

gdzie: λ - przewodność cieplna właściwa; δ - wymiar charakterystyczny; g - przyspieszenie ziemskie; β - rozszerzalność płynu; a - dyfuzyjność cieplna; ν - lepkość kinematyczna; t_F - temperatura powierzchni ciała stałego; t_0 - temperatura płynu poza warstwą przyścienną.

Radiacyjna wymiana ciepła odbywała się w warunkach otwartych, z uwzględnieniem efektu odbić wielokrotnych pomiędzy wsadem i wzbudnikiem Podstawowa zależność (2) dla tego typu przypadku rozwiązana została automatycznie, przy wykorzystaniu profesjonalnego systemu Ansys.

$$(2) \quad \sum_{i=1}^N \left(\frac{\delta_{ji}}{\varepsilon_i} - \varphi_{ji} \cdot \frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \right) \cdot \frac{1}{F_i} \cdot P_i = \sum_{i=1}^N (\delta_{ji} - \varphi_{ji}) \cdot \sigma_0 \cdot T_i^4$$

gdzie: ε_i - emisyjność całkowita powierzchni „i”; F_i - wielkość powierzchni i-tego elementu skończonego; P_i - moc

dostarczana do elementu „i”; δ_{ij} - delta Kroneckera; T - temperatura w skali Kelwina; φ - współczynnik konfiguracji; σ_0 - stała Steffana – Boltzmanna.

Podczas obliczeń wykorzystano typowy algorytm sprzęgający zagadnienia elektromagnetyczne i ciepłe poprzez wymianę danych dyskowych. W pierwszej kolejności wykonane były obliczenia dla podstawowej harmonicznej pola elektromagnetycznego. Wyznaczono wartości energetyczne związane z przewodnikiem nagrzewanym indukcyjnie w obrębie wzbudnika. Ta część analizy wykonywana była przy wykorzystaniu algorytmów wbudowanych w większość dostępnych systemów MES [4]. Najistotniejsze wyniki, w postaci źródeł ciepła, mogą być stosowane w charakterze wymuszeń podczas obliczeń cieplnych. Zasadą jest wprowadzanie wartości mocy objętościowych do każdego elementu skończonego. Większość programów obliczeniowych umożliwia automatyczne wyznaczanie tych wartości poprzez stosowanie zależności typu (3) obowiązujących dla analiz harmonicznych.

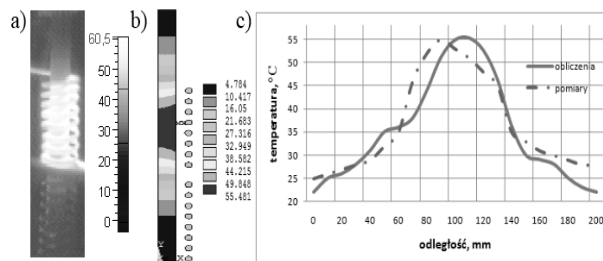
$$(3) \quad P_E = Re \left(\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [\rho] [J_{t,i}] \cdot [J_{t,i}]^* \right)$$

gdzie: n - liczba punktów całkowania, $[\rho]$ – macierz rezystywności, $J_{t,i}$ wektor prądów w i-tym elemencie.

Wyliczone wartości gęstości mocy stanowiły wymuszenia dla rozwiązywanego zagadnienia wymiany ciepła. Prowadzono obliczenia statyczne, z uwzględnieniem zmienności przewodności cieplnej właściwej oraz warunków granicznych jako funkcji temperatury. Nie analizowano temperaturowej zmienności rezystywności oraz innych parametrów wpływających na rozkłady pola elektromagnetycznego. Uproszczenie to było możliwe z uwagi na wąski zakres analizowanych temperatur oraz niewielką zmienność parametrów materiałowych modelu fizycznego.

Wstępne badania

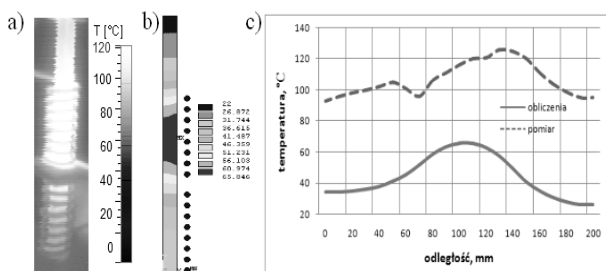
Dokładność modelu numerycznego została potwierdzona poprzez porównanie wyników obliczeń z pomiarowymi. W pierwszej kolejności badano przypadek klasycznego indukcyjnego układu grzejnego z jednym wzbudnikiem zasilanym prądem o wartości 50 A, przy częstotliwości 30 kHz. Analiza cieplna wykonana została dla stanu ustalonego. Wyniki porównania rozkładu temperatury na powierzchni wsadu, uzyskanego na podstawie obliczeń oraz pomiarów, pokazane zostały na rysunku 3. Wysoka zgodność wyników potwierdza słuszność przyjętego modelu matematycznego i numerycznego.



Rys. 3. Porównanie wyników pomiarów i obliczeń klasycznego indukcyjnego układu grzejnego. a) termogram; b) obliczone pole temperatur; c) rozkłady temperatur na powierzchni w funkcji wysokości

Kolejne prace symulacyjne i pomiarowe wykonano dla przypadku jednoczesnej pracy dwóch wzbudników. Na

uwagę zasługuje fakt braku bezpośredniej możliwości analizy pracy dwóch wzbudników przy odmiennych częstotliwościach w dostępnym systemie obliczeniowym. W pierwszej kolejności wykorzystano możliwość superponowania gęstości mocy otrzymywanych dla dwóch sekwencji obliczeniowych, oddzielnie dla każdego wzbudnika [5, 6]. Dzięki tej operacji uzyskane zostały źródła wykorzystane do analizy zagadnienia cieplnego. Wyniki obliczeń modelu dla omawianego przypadku porównano z wynikami eksperymentu fizycznego modelu nagrzewnicy. Podczas eksperymentów zachowano parametry pracy układu (w odniesieniu do częstotliwości oraz napięć wymuszających) podane w rozdziale poprzednim. Zarówno eksperyment obliczeniowy jak i fizyczny dotyczyły stanów ustalonych. Rezultaty porównania omawianego przypadku pokazano na rysunku 4.



Rys. 4. Porównanie wyników pomiarów i obliczeń przy zasilaniu dwóch wzbudników opracowanej nagrzewnicy indukcyjnej. a) termogram; b) obliczone pole temperatur; c) rozkłady temperatur na powierzchni w funkcji wysokości

Jak wynika z zaprezentowanych rezultatów, nie uzyskano wysokiej dokładności symulacji numerycznej. Na tej podstawie stwierdza się brak możliwości bezpośredniego modelowania zagadnień tej klasy w dostępnych systemach typu MES. Fakt ten jest sprzeczny z wieloma [5, 7, 8] pracami dotyczącymi podobnej tematyki. Z uwagi na potencjalnie szerokie możliwości aplikacyjne tego rodzaju nagrzewnic indukcyjnych, podjęto próbę opracowania autorskich algorytmów umożliwiających wierne odzwierciedlenie warunków występujących w wielowzbudnikowych, wieloczęstotliwościowych urządzeniach do nagrzewania indukcyjnego.

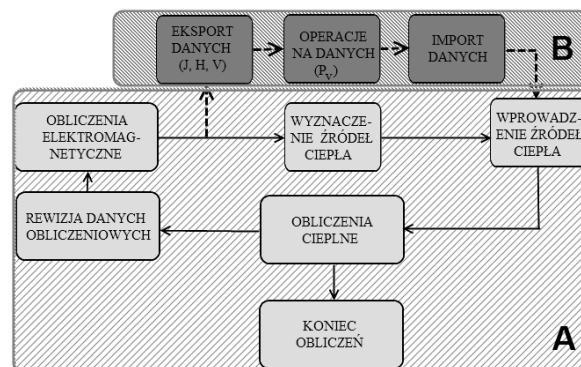
Zasady modelowania wielowzbudnikowych nagrzewnic indukcyjnych

W zakresie nagrzewania indukcyjnego najbardziej istotną wielkością wyznaczaną na podstawie analizy harmonicznego pola elektromagnetycznego jest objętościowa gęstość mocy. Wielkość ta wyznaczana jest na podstawie znajomości rozkładu natężenia pola magnetycznego oraz gęstości prądów we wsadzie. W systemach obliczeniowych wykorzystujących MES, najczęściej wykorzystywane są podstawowe zależności typu (3), wymagające określenia całkowitej gęstości prądu, podanej zależnością (4).

$$(4) \quad J_{t,i} = J_{e,i} + J_{s,i} + J_{u,i}$$

W ogólnym przypadku całkowita gęstość prądu składa się z prądu przewodzenia ($J_{t,i}$), przesunięcia ($J_{s,i}$) oraz unoszenia ($J_{u,i}$). W programach numerycznych najczęściej wykorzystywane są potencjały pola elektromagnetycznego ułatwiające opis oraz procedury rozwiązywania zagadnień bilansów energetycznych pól elektromagnetycznych. Analiza problematyki generacji ciepła przy przepływie prądów wirowych w programach numerycznych umożliwiła założenie wstępne, że w układzie wielowzbudnikowym

możliwe jest wykonywanie sumowania mocy objętościowych lub gęstości prądów otrzymywanych na podstawie odmiennych analiz harmonicznyc. Przyjęto zatem uogólniony algorytm obliczeniowy zaprezentowany na rysunku 5. Składa się on z dwóch pętli. Pierwsza (A) zawiera podstawowe procedury obliczeń sprzężonych wykonywanych w komercyjnych systemach obliczeniowych. Druga pętla (B) wykonywana w odrębnych, autorskich programach, zawiera operacje eksportu danych umożliwiających określenie mocy grzejnych układu wielowzbudnikowego, wieloczęstotliwościowego. Podstawowy zakres danych obejmuje uśrednione wartości mocy grzejnych od poszczególnych wzbudników lub zespolone wartości prądów, rezystywności i przenikalności magnetycznych. Na podstawie danych wejściowych, w autorskim programie stanowiącym uzupełnienie systemów MES, wykonywane są obliczenia gęstości mocy we wszystkich elementach skończonych nagrzewanego indukcyjnie obszaru.



Rys. 5. Uogólniony algorytm sprzężenia komercyjnych (A) systemów obliczeniowych z autorskimi (B) programami w celu efektywnej analizy wielowzbudnikowych wieloczęstotliwościowych nagrzewnic indukcyjnych

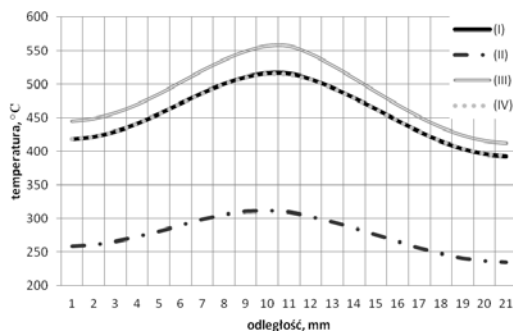
Obliczenia rozpoczęto od analizy przypadku jednoczesnego zasilania obu wzbudników ze źródeł prądowych o tej samej częstotliwości, przy prądach będących w fazie [9]. Analiza tego przypadku wynikała z możliwości porównania wyników otrzymywanych przy użyciu autorskich procedur obliczeniowych z rezultatami pracy oprogramowania profesjonalnego. Wykonano obliczenia zgrupowane w czterech wariantach (I – IV), opisanych w tablicy 1.

Tablica 1. Zestawienie charakterystycznych cech analizowanych wariantów wielowzbudnikowych nagrzewnic indukcyjnych

Wariant	Cechy charakterystyczne
I	Automatyczna procedura obliczeniowa komercyjnego systemu MES
II	Superponowanie mocy grzejnej od poszczególnych wzbudników
III	Superponowanie wektorów gęstości prądów od poszczególnych wzbudników. Jednoczesne modelowanie tylko jednego (aktywnego) wzbudnika
IV	Superponowanie wektorów gęstości prądów od poszczególnych wzbudników. Jednoczesne modelowanie wszystkich (aktywnego i pasywnych) wzbudników w modelu.

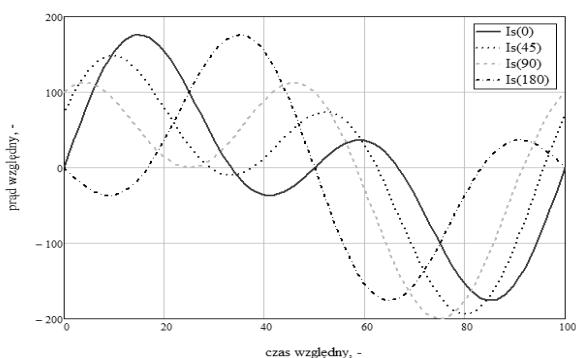
Rozkłady temperatury na powierzchni wsadu, w funkcji wysokości istotnie odbiegają od siebie w zależności od wykorzystywanej procedury obliczeniowej. Wyniki zaprezentowano na rysunku 6. Wykonane analizy dla przypadków z jedną częstotliwością praktycznie wyczerpują możliwości wykorzystywania profesjonalnych programów typu MES.

Porównanie wyników umożliwiło determinację modelu obliczeniowego o najwyższej dokładności. Dalsze analizy wykonano dla przypadku zasilania wzbudników sygnałami o odmiennych częstotliwościach. Wykorzystano autorskie algorytmy zaimplementowane w programie MathCAD, zgodnie z zasadami określonymi w wariantie IV (tab. 1).



Rys. 6. Rozkłady temperatury na powierzchni nagrzewanego wsadu, w funkcji wysokości. I- IV warianty obliczeń zgodne z tablicą 1

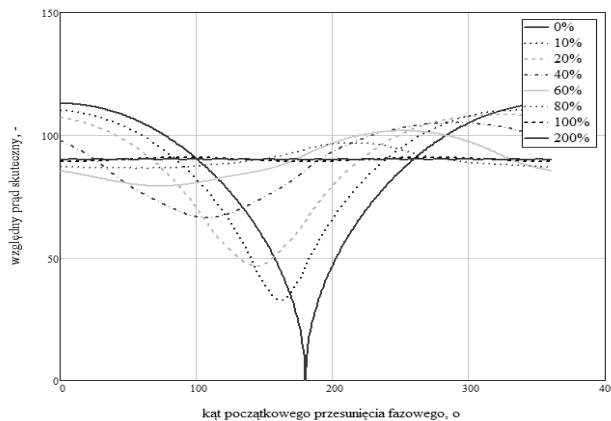
Analizy przebiegów jednookresowych (w odniesieniu do przebiegu o niższej częstotliwości) umożliwiły wyznaczenie zastępczych wartości prądów poprzez geometryczną sumę ich chwilowych wartości. Wynik tej operacji pokazano na rysunku 7.



Rys. 7. Czasowe przebiegi prądów przy sygnałach różniących się dwukrotnie. $I_s(0) + I_s(180)$ odpowiadają przypadkom dla odmiennych początkowych przesunięć fazowych między prądami

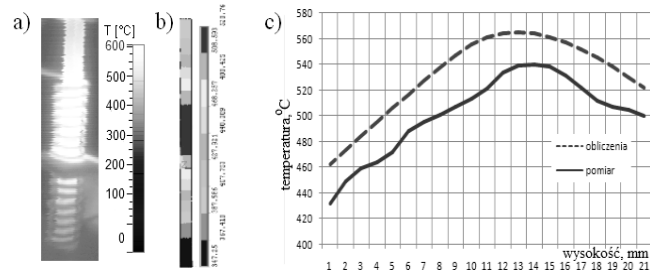
Wartości skuteczne prądów wyznaczone dla jednego okresu przebiegu o niższej częstotliwości charakteryzują się relatywnie niewielką (1,7%) rozbieżnością wynikającą z początkowego kąta przesunięcia między sygnałami. Tym niemniej wyniki obowiązują tylko dla pojedynczego analizowanego przypadku. Należy spodziewać się, iż przesunięcia fazowe będą odgrywały znaczącą rolę wraz ze zmniejszaniem różnicy częstotliwości między przebiegami. Wyniki analiz wartości skutecznych prądów dla przebiegów o częstotliwościach różniących się w granicach 0 - 200% pokazano na rysunku 8. W przypadku przebiegów prądowych o częstotliwościach różniących się, co najmniej dwukrotnie, wpływ początkowego przesunięcia fazowego nie jest widoczny. W przypadkach, gdy oba prądy we wsadach charakteryzują się mniejszą różnicą częstotliwości, wartości skuteczne prądów wyznaczone dla jednego okresu znacząco zależą od początkowego przesunięcia fazowego. Efekt ten wynika z wzajemnego znoszenia się poszczególnych prądów. Jak wykazały obliczenia, wartości skuteczne prądów są wiarygodną podstawą do wyznaczania uśrednionych mocy wielowzbudnikowych, wieloczęstotliwościowych nagrzewnic indukcyjnych. Sumowanie tych wartości nie wnosi istotnych

błędów w zagadnieniach związanych z nagrzewaniem indukcyjnym. Z uwagi na znacznie większe stałe czasowe przebiegów temperaturowych, przesunięcia fazowe między charakterystykami prądowymi nie wnoszą istotnej roli z uwagi na ich uśrednianie. Nawet dla prądów o bardzo bliskich częstotliwościach, zastępcze wartości prądów mogą być przyjmowane poprzez ich skuteczne wartości wyznaczone dla najwyżej 100 oscylacji o częstotliwości niższej.



Rys. 8. Względne jednookresowe wartości skuteczne prądów jako zależności różnic częstotliwości analizowanych przebiegów (0 - 200%) oraz początkowego kąta przesunięcia między prądami

Wyniki porównania obliczeń na podstawie proponowanego algorytmu oraz pomiarów modelu fizycznego pokazano na rysunku 9.



Rys. 9. Porównanie wyników pomiarów i obliczeń przy zasilaniu dwóch wzbudników opracowanej nagrzewnicy indukcyjnej. a) termogram; b) obliczone pole temperatur; c) rozkłady temperatur na powierzchni w funkcji wysokości

Porównanie rozkładów temperatury na powierzchni wsadu wykazały akceptowalną zgodność. Charakter pola temperatury był w obu przypadkach analogiczny. Różnice pomiędzy wartościami temperatur nie przekraczały 5%, co uznaje się za wynik zadowalający.

Podsumowanie

W niniejszej pracy omówiono zagadnienia związane z efektywnym modelowaniem indukcyjnych układów grzejnych składających się z wielu wzbudników pracujących przy odmiennych częstotliwościach. Na podstawie badań wykazano brak możliwości bezpośredniego wykorzystywania komercyjnych systemów MES do realizacji tego rodzaju analiz. Zaproponowano autorskie algorytmy stanowiące uzupełnienie profesjonalnego oprogramowania. Wykonano szereg obliczeń sprawdzających, co umożliwiło potwierdzenie wysokiej przydatności proponowanego rozwiązania. Wykonane obliczenia oraz ich konfrontacja z badaniami fizycznego modelu urządzenia wykazały wysoką dokładność metody obliczeniowej.

Niniejsza praca jest współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego, projekt „Program Rozwojowy Politechniki Warszawskiej”.



LITERATURA

- [1] Miyagi D., Saitou A., Takahashi N.: Improvement of Zone Control Induction Heating Wquipment for High-Speed Processing of Semiconductor Devices, *IEEE Trans. Magn.*, 42 (2006), pp 292 – 294
- [2] Fujita H., Ozaki K., Uchida N.: A Zone-Control Induction Heating (ZCIH) System for Semiconductor Processing, *Electrical Engineering in Japan*, vol. 171, No. 1, 2010
- [3] Niedbala R., Wesołowski M.: "Criteria for Selection of Volume Induction Heating Parameters", *Advances in Induction and Microwave Heating of Mineral and Organic Materials*, InTech, 2011, ISBN 978-953-307-522-8
- [4] Souley M., Egalon J., Caux S., Pateau O., Maussion P.: Modeling and control of a multi phase induction system for metal disc heating, *IEEE Trans. Magn.*, 10 (2010), pp 556 - 561
- [5] Nacke B., Wrona E.: Numerical Simulation Methods for Design of Complex Induction Hardening Problems by Means of Numerical Simulation, *Archives of Electrical Engineering*, Vol. 54 nr 4-2005, ISSN 0004-0746
- [6] Forzan M., Lupi S., Toffano E.: Compensation of induction heating load edge-effect by space control, *Compel* Vol. 30, No. 5, 2011, pp. 1558-1569
- [7] Ashraf B. Islam and Syed K. Islam: "Design of a Multi-Spiral Solenoidal Inductor for Inductive Power Transfer in Biomedical Applications" *27th Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics*, March 27-31, 2011
- [8] M. Souley, A. Spagnolo, O. Pateau, B. Paya, J.C. Hapiot, P. Ladoux, P. Maussion, "Methodology to characterize the impedance matrix of multi-coil induction heating device," *Electromagnetic Properties of Materials EPM*, 2009
- [9] Fujita H., Uchida N., Ozaki K: A New Zone-Control Induction Heating System Using Multiple Inverter Units Applicable Under Mutual Magnetic Coupling Conditions, *IEEE Trans. On Power Electronics*, vol. 26, no. 7 (2011), pp 2009 - 2017

Autorzy: dr inż. Marcin Wesołowski, dr inż. Ryszard Niedbala
Politechnika Warszawska, Instytut Elektroenergetyki,
ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa, marcin.wesolowski@ien.pw.edu.pl,
ryszard.niedbala@ien.pw.edu