

Identyfikacja parametrów modelu kuli opisującego wsad pieca komorowego nieprzelotowego

Streszczenie. W pracy przeanalizowano stosowane modele obiektów cieplnych do opisu kuli będącej wsadem pieca komorowego nieprzelotowego. Parametry tych modeli identyfikowano znanymi metodami. W wyniku przeprowadzonych badań zaproponowano model wsadu opisany przy pomocy równania przewodnictwa cieplnego. Wykorzystanie warunków brzegowych sprawiło, że opracowany model stał się funkcją współczynników przyjmowania ciepła. Metodę identyfikacji ich wartości zaprezentowano w pracy.

Abstract. The paper deals with the mathematical models of the electro-heating systems used for description of the chamber furnace spherical charge. These models parameters were identified by use of the known methods. Identified models were analyzed. As a result of this analysis the new model based on the Fourier-Kirchoff law was proposed. The use of the boundary conditions caused the necessity of identification of the surface film conductance coefficients. The identification method was described. (**Identification of spherical model parameters describing the chamber furnace charge**).

Słowa kluczowe: identyfikacja, obiekty elektro-ciepne, model matematyczny.

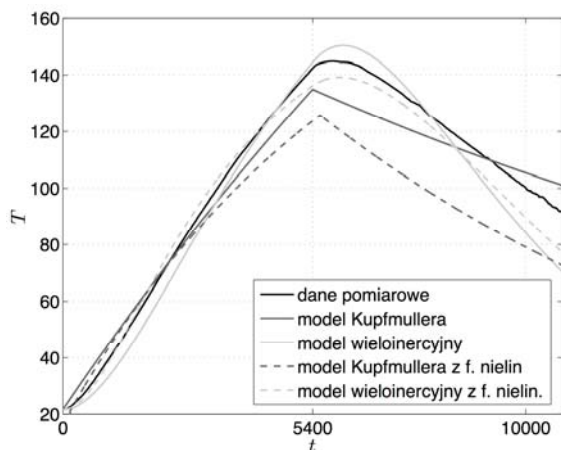
Keywords: identification, electro-heating system, mathematical model.

doi:10.12915/pe.2014.02.19

Wstęp

W pracy zaprezentowano model wsadu pieca i procedurę identyfikacji jego parametrów. Model ten jest fragmentem kompleksowego modelu pieca komorowego nieprzelotowego, który opracowany został w celu analizy procedur doboru nastaw regulatorów układów regulacji temperatury. Wsad będący kulą może przybliżać szeroką gamę obiektów cieplnych. Kulę wykonano ze stopu aluminium o promieniu $R = 30$ mm. Energię cieplną dostarczano do komory pieca przy pomocy układu grzałek rezystancyjnych umieszczonych w górnej i dolnej części komory. Izolację termiczną komory wykonano z ceramicznego materiału termoizolacyjnego o grubości 40 mm. Mierzono temperatury środka kuli i komory (termopara J) oraz wewnętrznych i zewnętrznych powierzchni ścian izolacji termicznej (rtd 1000).

Obiekty cieplne najczęściej opisuje się przy pomocy uproszczonych modeli inercyjnych. Są nimi modele: Kupfmullera, Strejca, model wieloinercyjny o zróżnicowanych stałych czasowych oraz nieliniowy model Wienera. Modele te oraz sposoby identyfikacji ich parametrów opisane zostały w pracach: [1] [2] [3] [4]. Korzystając z powyższych modeli i metod identyfikacji ich parametrów, aproksymowano odpowiedź zmian temperatury wsadu pieca na wymuszenie w postaci impulsu prostokątnego dla mocy grzałek równej 100W i czasie trwania impulsu $t = 5400$ s (rys 1).

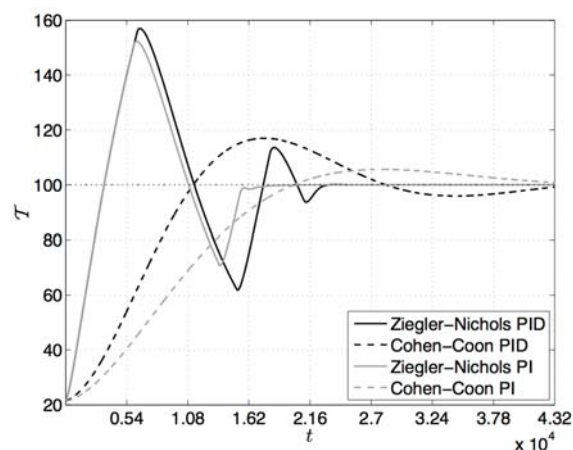


Rys. 1. Identyfikacja wsadu pieca modelami uproszczonymi

Jak wynika z uzyskanych wykresów (rys. 1), modele uproszczone i opracowane dla nich metody identyfikacji parametrów nie zapewniają dokładnego odwzorowania zmian temperatury wsadu w trakcie procesów nagrzewania i stygnięcia.

Błędy aproksymacji dynamiki obiektu regulacji (wsadu pieca) wynikające z użycia modeli uproszczonych w ramach procedur doboru nastaw regulatorów, mogą prowadzić do pogorszenia jakości regulacji. Wystąpić mogą znaczące przeregulowania i długi czas ustalania wielkości regulowanej (temperatury wsadu).

Na rysunku 2 przedstawiono procesy przejściowe zmian temperatury wsadu pieca komorowego nieprzelotowego. Temperatura wsadu kontrolowana była przy pomocy regulatorów PI oraz PID, których nastawy dobrano przy pomocy metod: Zieglera-Nicholsa i Cohena-Coona.



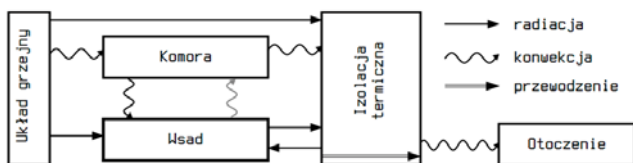
Rys. 2. Procesy przejściowe przebiegów regulacji temperatury wsadu

Widać, że uzyskana jakość regulacji nie jest zadowalająca. Modele uproszczone nie mogą być zatem użyte do analizy pracy układu regulacji temperatury i doboru nastaw regulatorów. Konieczne jest opracowanie dokładniejszego modelu wsadu.

Energia cieplna dostarczana do wsadu pieca

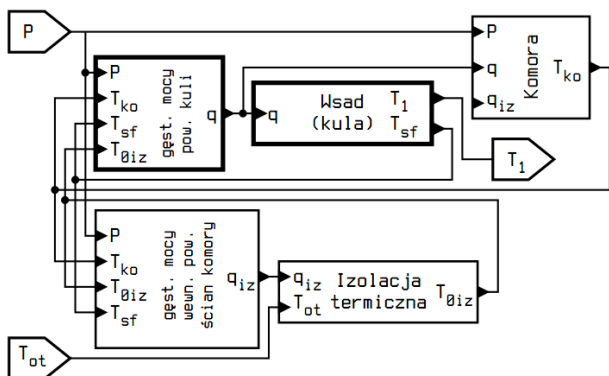
Dominujący wpływ na dynamikę zmian temperatury pieca komorowego nieprzelotowego mają: układ grzejny, wsad, komora jej izolacja termiczna i warunki otoczenia.

Elementy te wymieniają ze sobą energię przy pomocy: promieniowania, konwekcji i przewodzenia (rys. 3). Bezpośrednio z układu grzejnego do wsadu energia cieplna dostarczana jest przy pomocy promieniowania. W ten sposób wymieniana jest również energia cieplna pomiędzy wsadem a izolacją termiczną. Z ośrodkiem komory wsad wymienia energię cieplną przy pomocy konwekcji.



Rys. 3. Wymiana energii cieplnej pomiędzy głównymi elementami pieca

Na podstawie powyższej analizy, utworzono model pieca komorowego, którego schemat blokowy przedstawiono na rysunku 4. Rozpatrywany model wsadu jest fragmentem całościowego modelu pieca. Na schemacie, model wsadu wyróżniono blokami o pogrubionych krawędziach.



Rys. 4. Schemat blokowy modelu pieca

Moc dostarczana przez konwekcję i promieniowanie na powierzchnię wsadu może być przybliżona zależnością:

$$(1) \quad P = \alpha S (T_{ko} - T_{sf}) + \sigma S \phi (T_{sf}^4 - T_g^4) + \sigma S \gamma (T_{sf}^4 - T_{0iz}^4)$$

gdzie: S – powierzchnia kuli, α – współczynnik przyjmowania ciepła przez powierzchnie kuli, ϕ – współczynnik konfiguracji pomiędzy powierzchnią kuli i grzałek, γ – współczynnik konfiguracji pomiędzy powierzchnią kuli i izolacji komory. T_{ko} – temperatura komory, T_{sf} – temperatura powierzchni wsadu (kuli), T_g – temperatura powierzchni grzałek, T_{0iz} – temperatura wewnętrznej powierzchni ścian izolacji termicznej komory pieca.

Ponieważ temperatura grzałki w odniesieniu do temperatur pozostałych elementów pieca zmienia się praktycznie w sposób bezinercyjny i jest ona zawsze znacząco większa od pozostałych wyróżnionych temperatur, uproszczono fragment równania (1) opisujący radiacyjną wymianę ciepła pomiędzy powierzchnią grzałek a wsadem wprowadzając współczynnik β . Jest to współczynnik skalujący moc dostarczaną za pomocą promieniowania grzałki na pochodzącą od niej gęstość mocy na powierzchni wsadu i ma on wymiar m^2 . Ostatecznie równanie opisujące gęstość strumienia cieplnego na powierzchni wsadu przyjmuje postać:

$$(2) \quad q = \alpha (T_{ko} - T_{sf}) + \beta P + \sigma \gamma (T_{sf}^4 - T_{0iz}^4)$$

Model kuli jako wsad pieca

Do opisu pola temperatury kuli wykorzystano równanie Fouriera – Kirchoffa [5]. Ponieważ założono, że wsad nie posiada wewnętrznych źródeł ciepła, nie występują w nim ruchy konwekcyjne a rozkład ciepła jest izotropowy to w układzie sferycznym równanie przewodnictwa cieplnego przyjmuje postać [5]:

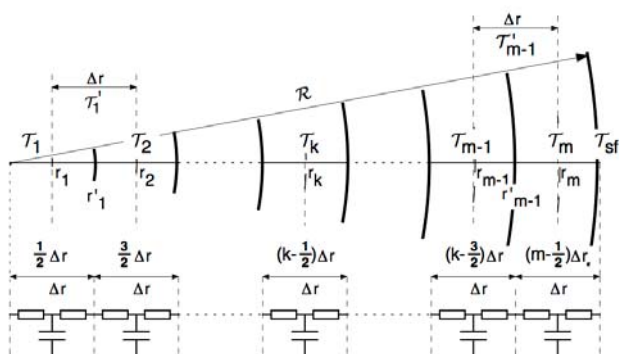
$$(3) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rT)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2(\varphi)} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \sin(\psi)} \frac{\partial T}{\partial \psi} \left(\sin(\psi) \frac{\partial T}{\partial \psi} \right) \right]$$

gdzie: c – ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu, ρ – gęstość objętościowa, λ – współczynnik przewodności cieplnej właściwej, r – odległość od środka kuli, φ – kąt azymutu, ψ – kąt biegunowy.

Przyjmując, że rozkład temperatury w kuli zależy od promienia r i nie należy od kątów: azymutu i biegunowego równanie (3) upraszcza się do postaci:

$$(4) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = a \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rT)}{\partial r^2} \right] = a \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right] \quad a = \frac{\lambda}{c\rho}$$

Promień kuli R podzielono na m odcinków (rys. 5), rozpatrywano m warstw kulistych o grubości $\Delta r = R/m$.



Rys. 5. Podział kuli na warstwy i jego elektryczny odpowiednik

Pierwszą warstwą jest kula o promieniu Δr której temperatura T_1 określona jest w połowie jej promienia. Temperatury pozostałych warstw kulistych również określone są w połowie ich grubości. Jeżeli przyjąć, że $\Delta r \ll r$ to dla wybranej k -tej warstwy kulistej o grubości Δr , pierwsza i druga pochodna równania (4) mogą być przybliżone zależnościami:

$$(5) \quad \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_k = \frac{T_{k+1} - T_{k-1}}{2\Delta r} \quad \left(\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \right)_k = \frac{T_{k+1} - 2T_k + T_{k-1}}{(\Delta r)^2}$$

Wykorzystując równania (5) oraz przyjmując, że promień k -tej warstwy kulistej liczony od środka sfery do połowy grubości danej warstwy wynosi:

$$(6) \quad r_k = (k - 0,5)\Delta r$$

otrzymano równanie opisujące zmianę temperatury w czasie na k -tej warstwie kulistej:

$$(7) \quad \frac{dT_k}{dt} = \frac{m^2}{\Theta} \left[\frac{2k-3}{2k-1} T_{k-1} - 2T_k + \frac{2k+1}{2k-1} T_{k+1} \right]$$

gdzie: $k \in (2, m-1)$, $\Theta = (R^2 c_p) / \lambda$ jest stałą czasową kuli.

Dla przyjętego podziału kuli na warstwy (rys. 5), dla pierwszej i ostatniej warstwy pochodne obliczane są za połowę odcinka Δr . Uwzględniając, że $k = 1$ i $r_l = \Delta r / 2$ (6), temperatura pierwszej warstwy określona jest zależnością:

$$(8) \quad \frac{dT_l}{dt} = \frac{8m^2}{\Theta} [T'_l - T_l]$$

gdzie: T'_l jest temperaturą powierzchni pierwszej warstwy kulistej.

Promień ostatniej $k = m$ warstwy kulistej wynosi: $r = (m-0,5)\Delta r$. Zmiana temperatury tej warstwy w czasie określona jest zależnością:

$$(9) \quad \frac{dT_m}{dt} = \frac{4m^2}{\Theta} \left[\frac{2m-2}{2m-1} T'_{m-1} - 2T_m + \frac{2m}{2m-1} T_{sf} \right]$$

gdzie: T'_{m-1} jest temperaturą powierzchni przedostatniej warstwy kulistej.

Wyznaczenie: T'_l i T'_{m-1} wymaga przeanalizowania zmian temperatury wynikającej z przewodzenia pomiędzy dwoma sąsiednimi warstwami kulistymi. W wyniku uzyskano zależności:

$$(10) \quad T'_l = \frac{1}{4} T_l + \frac{3}{4} T_2$$

$$(11) \quad T'_{m-1} = \frac{1}{4} \left[\frac{2m-1}{m-1} T_m + \frac{2m-3}{m-1} T_{m-1} \right]$$

Podstawiając równania: (10) i (11) do (8) i (9) uzyskano zależności opisujące zmiany temperatury w czasie pierwszej i ostatniej warstwie kulistej:

$$(12) \quad \frac{dT_l}{dt} = \frac{6m^2}{\Theta} [T_2 - T_l]$$

$$(13) \quad \frac{dT_m}{dt} = \frac{m^2}{\Theta} \left[2 \frac{2m-3}{2m-1} T_{m-1} + 6 \frac{1-2m}{2m-1} T_m + \frac{8m}{2m-1} T_{sf} \right]$$

Wykorzystując warunek brzegowy drugiego rodzaju: $q = (2\lambda/\Delta r)[T_{sf} - T_m]$ równanie (13) przyjmuje postać:

$$(14) \quad \frac{dT_m}{dt} = \frac{m^2}{\Theta} \left[2 \frac{2m-3}{2m-1} T_{m-1} - 2 \frac{2m-3}{2m-1} T_m + \frac{4m\Delta r}{\lambda(2m-1)} q \right]$$

Ponieważ rozpatrywany model kuli jest modelem liniowym o izotropowym rozkładzie temperatur, można przyjąć że różnica temperatur pomiędzy kolejnymi warstwami kulistymi jest stała. Oznacza to, że różnica temperatur pomiędzy środkiem danej warstwy kulistej a jej powierzchnią jest również stała i jest równa połowie różnicy temperatur pomiędzy powierzchniami danej warstwy kulistej. Różnica temperatur pomiędzy środkiem ostatniej warstwy kulistej a jej powierzchnią wynosi: $\Delta T_{\Delta r/2} = T_m - T'_{m-1}$. Temperaturę powierzchni kuli można ekstrapolować przy pomocy równania:

$$(15) \quad T_{sf} = T_m + \Delta T_{0,5\Delta r} = 2T_m - T'_{m-1}$$

Korzystając z równania (11), temperatura powierzchni kuli opisana jest zależnością:

$$(16) \quad T_{sf} = \frac{6m-7}{4(m-1)} T_m - \frac{2m-3}{4(m-1)} T_{m-1}$$

Ostatecznie przyjęty model wsadu opisują równania (17).

$$(17) \quad \frac{d\mathbf{T}}{dt} = \frac{m}{\Theta} [\mathbf{A} \times \mathbf{T} + \mathbf{B} \times \mathbf{U}]$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C} \times \mathbf{T}$$

gdzie:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -6 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2k-3}{2k-1} & -2 & \frac{2k+1}{2k-1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2k-3}{2k-1} & -2 & \frac{2k+1}{2k-1} \\ 0 & 0 & 0 & 2 \frac{2m-3}{2m-1} & -2 \frac{2m-3}{2m-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_l \\ T_{k=2} \\ \vdots \\ T_{m-1} \\ T_m \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{4m\Delta r}{(2m-1)\lambda} \end{bmatrix} \quad \mathbf{U} = [q] \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} T_l \\ T_{sf} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -\frac{2m-3}{4(m-1)} & \frac{6m-7}{4(m-1)} \end{bmatrix}$$

Identyfikacja parametrów opracowanego modelu

Wykorzystanie opracowanego modelu wymaga zidentyfikowania parametrów: α , β oraz γ równania (2). W tym celu wykorzystano przedstawioną poniżej metodę. Wymaga ona sformułowania funkcji celu, która dla rozpatrywanego problemu określona jest równaniem:

$$(18) \quad F = f(\alpha, \beta, \gamma) = |T_l^{pom} - T_l|$$

gdzie: T_l^{pom} – temperatura środka kuli uzyskana w wyniku pomiarów, T_l – temperatura środka kuli określona na drodze symulacji.

Szukana jest taka wartość równania (18), która spełniać będzie kryterium:

$$(19) \quad F < \Delta$$

gdzie: Δ jest dopuszczalnym błędem aproksymacji.

W pierwszym kroku procedury identyfikacji, dla ustalonych wartości α , β , γ , wyznaczana jest wartość funkcji F (18). Następnie zmniejszana jest wartość parametru α o wartość h (założona wartość ustalona). Dla tak zmodyfikowanej wartości α , obliczana jest wartość funkcji F_{h-} (18). Następnie, początkowa wartość parametru α jest zwiększana o wartość h i ponownie wyznaczana jest wartość funkcji celu F_{h+} (18). Na podstawie F , F_{h-} oraz F_{h+} obliczana jest pierwsza F' i druga F'' pochodna funkcji celu. Następnie wykorzystując metodę Newtona, przy pomocy zależności:

$$(20) \quad p_{k+1} = p_k - \frac{F'}{F''}$$

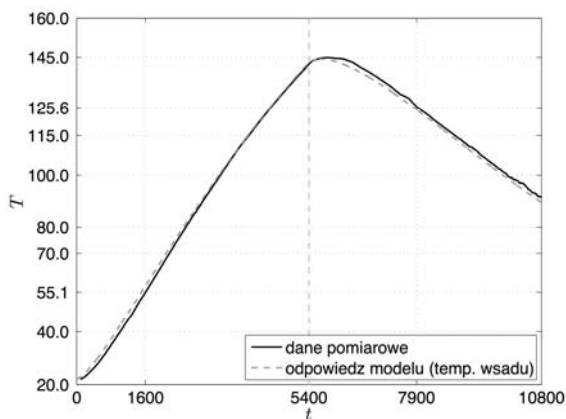
wyznaczana jest nowa wartość parametru $\alpha = p$. W następnym kroku wyznaczana jest nowa wartość parametru β . Jest ona określana w ten sam sposób co wartość parametru α . Z tą różnicą, że o wartość h modyfikowany jest parametr β . W kolejnym kroku wyznaczana jest wartość parametru γ . W tym celu realizowany jest ten sam algorytm co w poprzednich dwóch krokach. Zmienia o wartość h jest jedynie wartość parametru γ . Po wykonaniu powyższych trzech kroków określone są nowe wartości parametrów: α , β i γ . Wszystkie trzy kroki powtarzane są dotąd aż spełnione zostanie kryterium (19).

Zidentyfikowane w wyniku eksperymentu symulacyjnego parametry równania (2) wynoszą: $\alpha = 9,2$, $\beta = 1,4$, $\gamma = 1,3$. Współczynnik γ mający sens współczynnika konfiguracji, według [5] powinien być ułamkiem. Niezgodność wynika z przyjętych uproszczeń dotyczących równania (2).

Zidentyfikowany model kuli jest fragmentem pełnego modelu pieca (rys. 4). Jego sygnałem wejściowym jest gęstość mocy q na powierzchni wsadu. Użycie takiego modelu jako elementu pełnego modelu pieca, którego sygnałami wejściowymi są: moc P oraz temperatura otoczenia T_{ot} , umożliwia porównanie jakości aproksymacji w odniesieniu do modeli uproszczonych.

Identyfikację parametrów modelu izolacji który jest fragmentem pełnego modelu pieca przeprowadzono wykorzystując przedstawioną metodę. Identyfikację parametrów modelu komory zrealizowano przy użyciu metody najmniejszych kwadratów.

Na rysunku 6 przedstawiono wyniki aproksymacji zmian temperatury wsadu uzyskane przy pomocy opracowanego i zidentyfikowanego modelu. Widać, że otrzymana dokładność aproksymacji jest znacząco lepsza niż w przypadku użycia modeli uproszczonych (rys. 1).



Rys. 6. Odpowiedź zidentyfikowanego modelu wsadu

Uwagi końcowe

Prezentowany model wsadu wykorzystuje parametry fizyczne i wymaga jedynie identyfikacji parametrów które charakteryzują konwekcyjną i radiacyjną wymianę energii cieplnej pomiędzy wsadem i pozostałymi elementami pieca.

Przedstawiona procedura identyfikacji parametrów równania opisującego gęstość strumienia cieplnego na powierzchni wsadu, może być zastosowana do identyfikacji parametrów pozostałych fragmentów modelu pieca lub innych układów dynamicznych. Może być także łatwo rozbudowana umożliwiając identyfikację większej liczby zmiennych.

LITERATURA

- [1] Kupfmüller K., Über die dynamic selbsttätigen verstärkung-regler, *ENT*, (1928)
- [2] Strejc V., Approximation aperiodischer übertragungscharakteristiken, *Regelungstechnik*, (1959)
- [3] Skoczowski S., Deterministyczna identyfikacja i jej wykorzystanie w odpornej regulacji PID temperatury, *Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej*, (2001)
- [4] Łaskawski M., Wcislik M., Identyfikacja parametrów nieliniowego modelu inercyjnego pierwszego rzędu z opóźnieniem obiektu elektrotermicznego, *Zeszyty naukowe Politechniki Świętokrzyskiej, Nauki Techniczne – Elektryka*, 15 (2010)
- [5] Hering M., Termokinetika dla elektryków, *WNT Warszawa*, (1980)

Autorzy: prof. dr hab. inż. Mirosław Wcislik, Politechnika Świętokrzyska, Katedra Urządzeń i Systemów Automatyki, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce, E-mail: wcislik@tu.kielce.pl; mgr inż. Michał Łaskawski, Politechnika Świętokrzyska, Katedra Urządzeń i Systemów Automatyki, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce, E-mail: michall@tu.kielce.pl.