

# Numeryczne modelowanie indukcyjnych nadprzewodnikowych ograniczników prądu zwarciovego

**Streszczenie.** Artykuł opisuje projekt obwodowego modelu numerycznego indukcyjnego nadprzewodnikowego ogranicznika prądu. Przedstawiono założenia modelu matematycznego, charakterystykę modelowanego obiektu oraz wyniki symulacji

**Abstract.** This paper describes project the peripheral numerical model of induction superconducting fault current limiter. The assumptions of a mathematical model, characteristics of a modeled device and the simulation results where presented. (Numerical modeling of inductive superconducting fault current limiters).

**Słowa kluczowe:** Nadprzewodnikowe ograniczniki prądu, schematy zastępcze, równania nieliniowe, równania różniczkowe, SciLab.

**Keywords:** Superconducting fault current limiters, equivalent circuit, nonlinear equations, differential equations, SciLab.

doi:10.12915/pe.2014.02.18

## Wstęp

Modelowanie numeryczne urządzeń elektrycznych zawierających elementy nadprzewodnikowe pozwala na symulowanie działania urządzenia w różnych warunkach pracy [5]. Opracowanie modelu numerycznego wymaga zapisania równań matematycznych opisujących pracę urządzenia.

Opis matematyczny urządzeń nadprzewodnikowych jest zadaniem bardzo skomplikowanym, wynikającym z nieliniowego charakteru elementu nadprzewodnikowego będącego funkcją trzech parametrów, natężenia pola, natężenia prądu i temperatury. Dodatkowo przy opisie ogranicznika indukcyjnego należy uwzględnić nieliniową charakterystykę rdzenia ferromagnetycznego.

W artykule zaprezentowano model matematyczny ogranicznika indukcyjnego, uwzględniający wpływ natężenia prądu i temperatury na rezystancje elementu nadprzewodnikowego ogranicznika oraz rdzenia ferromagnetycznego. Zdefiniowano model numeryczny obwodu z ogranicznikiem indukcyjnym, oraz zamieszczono wyniki symulacji numerycznych.

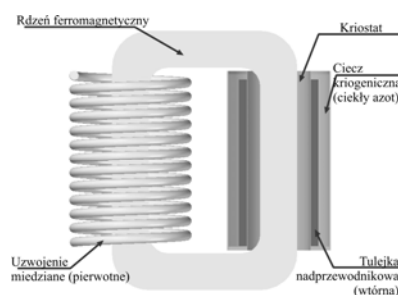
## Indukcyjny nadprzewodnikowy ogranicznik prądu

Indukcyjne nadprzewodnikowe ograniczniki prądu są budową zbliżone do transformatora jednofazowego [4]. Na rdzeniu ferromagnetycznym umieszczone są uzwojenia, pierwotne miedziane, włączone szeregowo w zabezpieczany obwód, oraz zwarte uzwojenie wtórne nadprzewodnikowe, jak pokazano na rysunku 1. Uzwojenia mogą być umiejscowione współosiowo na jednej kolumnie lub osobno na dwóch kolumnach. Budowane są urządzenia z otwartym lub zamkniętym rdzeniem. Uzwojenie wtórne nadprzewodnikowe wykonane może być w postaci jednozwojnej tulejki lub uzwojenia wykonanego z taśmy nadprzewodnikowej. W porównaniu do ograniczników rezystancyjnych ograniczniki indukcyjne nie wymagają stosowania przepustów prądowych.

Nadprzewodnik w stanie nadprzewodzenia jest doskonałym diamagnetykiem. Przy dopuszczalnej wartości prądu w obwodzie z ogranicznikiem uzwojenie wtórne pracuje w stanie nadprzewodzącym, charakteryzuje się pomijalnie małą impedancją oraz pełnym ekranowaniem rdzenia ferromagnetycznego. W efekcie w tym stanie pracy impedancja ogranicznika zależna jest tylko od impedancji uzwojenia pierwotnego, które można traktować jak cewkę powietrzną.

Pojawienie się prądu awaryjnego w zabezpieczanym obwodzie powoduje wyjście z nadprzewodnictwa uzwojenia wtórnego. W efekcie impedancja strony wtórnej gwałtownie rośnie, ponadto nadprzewodnik traci właściwość

doskonałego diamagnetyku, Rdzeń ferromagnetyczny bierze udział w pracy urządzenia. Ogranicznik pracuje jak transformator jednofazowy.



Rys.1. Schematyczny rysunek budowy indukcyjnego nadprzewodnikowego ogranicznika prądu

## Matematyczny model elementu nadprzewodnikowego

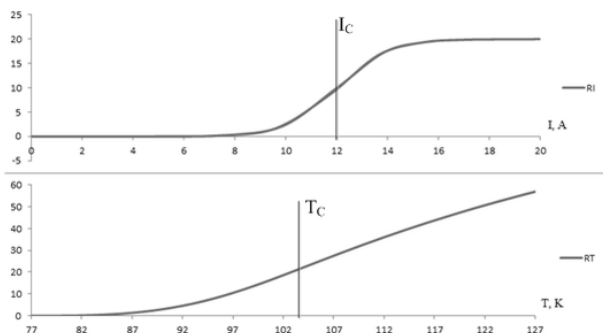
W ogranicznikach indukcyjnych skokowa zmiana rezystancji uzwojenia nadprzewodnikowego następuje pod wpływem indukowanego w uzwojeniu wtórnym prądu. Konieczne jest jednak uwzględnienie wpływu temperatury na przyspieszenie przejścia uzwojenia wtórnego do stanu rezystywnego, oraz podstawowego czynnika wpływającego na wydłużenie czasu powrotu strony wtórnej ogranicznika do stanu nadprzewodzącego po zaniku prądu awaryjnego. Wynika to ze wzajemnej zależności wartości parametrów krytycznych nadprzewodnika od siebie. Konieczne staje się więc nie tylko zapisanie zależności rezystancji elementu nadprzewodnikowego od prądu i temperatury, ale także zaproponowanie zależności wiążącej wartości krytyczne prądu i temperatury od siebie.

Zaproponowany modelu rezystancja nadprzewodnika opisana jest układem równań (1) [1],[2].

$$(1) \quad \begin{cases} R_I = \frac{R}{e^{I_C(T_N) - |i_N|} + 1} \\ R_T = R \cdot a \sinh \left( \frac{T_C}{T_0} \left( \frac{T_N - T_0}{T_C - T_0} \right)^3 \right) \end{cases}$$

gdzie:  $I_C$  – wartość prądu krytycznego nadprzewodnika,  $i_N$  – wartość chwilowa prądu płynącego przez nadprzewodnik,  $T_C$  – temperatura krytyczna,  $T_0$  – temperatura medium chłodzącego,  $T_N$  – temperatura nadprzewodnika,  $R$  – rezystancja nadprzewodnika w stanie rezystywnym.

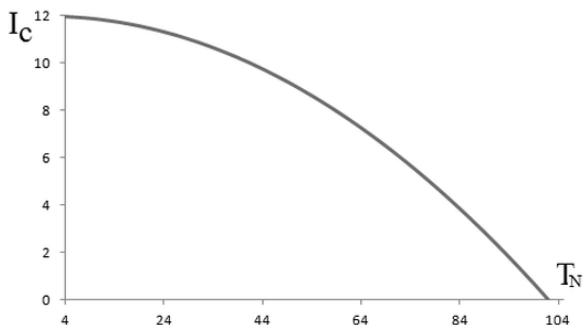
Charakterystyki obrazujące działanie modelu pokazano na rysunku 2.



Rys. 2. Charakterystyki rezystancji elementu nadprzewodnikowego w funkcji prądu i temperatury

Równanie (2) opisuje zależność wiążącą wartość krytyczną prądu z temperaturą nadprzewodnika, jak pokazano na rysunku 3.

$$(2) \quad I_C = I_{C_0} \left( \frac{T_C - T}{T_C - T_0} \right)$$

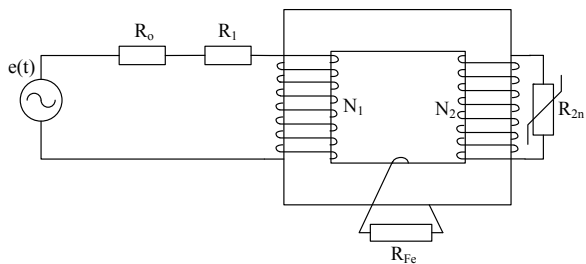


Rys. 3. Wykres zależności prądu krytycznego nadprzewodnika od temperatury

#### Matematyczny model ogranicznika rezystancyjnego

Model matematyczny indukcyjnego nadprzewodnikowego ogranicznika prądu oparty został na modelu transformatora jednofazowego. Aproksymacja taka była możliwa ze względu na duże podobieństwa konstrukcyjne pomiędzy urządzeniami.

Model matematyczny opracowano w oparciu o schemat ogranicznika pokazany na rysunku 4.



Rys. 4. Schemat budowy modelu indukcyjnego nadprzewodnikowego ogranicznika prądu dla modelu numerycznego

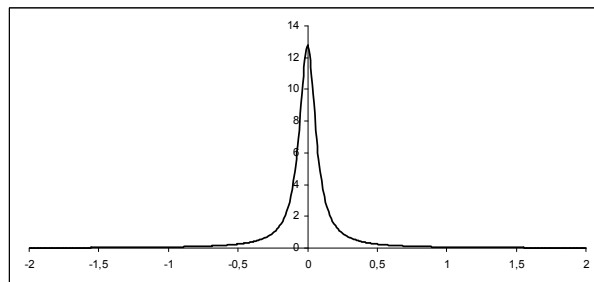
W przedstawionym modelu można wydzielić pięć części:

- obwód zabezpieczony – zapisany za pomocą źródła napięciowego i rezystancji  $R_0$  odpowiadającej rezystancji zabezpieczanej linii,
- stronę pierwotną ogranicznika – poprzez rezystancję  $R_1$  odpowiadającą rezystancji uzwojenia pierwotnego i uzwojenie pierwotne o  $N_1$  zwojów,

- stronę wtórną ogranicznika – przedstawianą analogicznie jak strona pierwotna, przy czym rezystancja uzwojenia wtórnego reprezentowana jest za pomocą rezystancji nieliniowej  $R_{2n}$  uzwojenia nadprzewodnikowego,
- obwód magnetyczny rdzenia ferromagnetycznego,
- jednozwojne uzwojenie wraz z rezystancją  $R_{Fe}$  obrazujące straty w żelazie (rdzeniu).

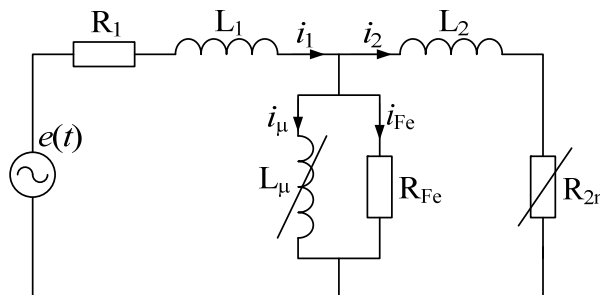
Wpływ rdzenia ferromagnetycznego modelowany jest za pomocą równania nieliniowego opisującego zależność indukcyjności magnesowania rdzenia w funkcji prądu magnesującego  $i_\mu$  (3), gdzie stałe  $a$ ,  $b$  i  $c$  są wyznaczone na podstawie charakterystyki materiałowej.

$$(3) \quad L_\mu = \frac{a \cdot b}{1 + (b \cdot i_\mu)^2} + c$$



Rys. 5. Charakterystyka zmian indukcyjności magnesowania w funkcji prądu magnesującego

Na podstawie zaproponowanego modelu ogranicznika, pokazanego na rysunku 4, zapisać można schemat zastępczy obwodu zabezpieczanego wraz z ogranicznikiem, jak pokazano na rysunku 6.



Rys. 6. Schemat zastępczy indukcyjnego nadprzewodnikowego ogranicznika prądu wraz z uproszczonym schematem zabezpieczanej linii

Dla zaproponowanego schematu zastępczego zapisać równania różniczkowe stanu opisujące jego działanie (4).

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{di_\mu}{dt} = \frac{R'_{Fe} i'_{Fe}}{L_\mu} \\ \frac{di_1}{dt} = \frac{e(t) - (R_1 + R_0) i_1 - R'_{Fe} i'_{Fe}}{L_1} \\ \frac{di_2}{dt} = \frac{R'_{Fe} i'_{Fe} - R'_{2n} i'_2}{L_2} \\ i'_{Fe} = i_1 - i_\mu - i'_2 \end{cases}$$

gdzie poszczególne parametry modelu wyznaczone są z zależności:

$$L_1 = \frac{\mu_0 N_1^2 S}{l} \text{ - związana ze strumieniem rozproszenia uzwojenia pierwotnego}$$

$$L_2 = \frac{\mu_0 N_2^2 S}{l} - \text{związana ze strumieniem rozproszenia}$$

uzwojenia wtórnego

W równania stosowane są wielkości odniesione do strony uzwojenia pierwotnego, gdzie przekładnia  $\partial = \frac{N_1}{N_2}$ :

$$\text{indukcyjności} - L'_2 = \partial^2 L_2$$

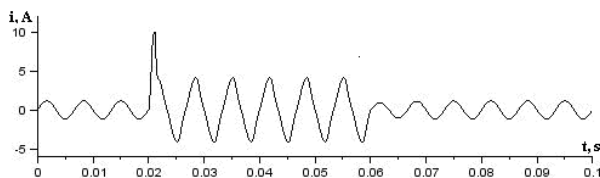
$$\text{rezystancje} - R'_2 = \partial^2 R_2, R'_{Fe} = \partial^2 R_{Fe}$$

$$\text{prądy} - i'_2 = \frac{i_2}{\partial}, i'_{Fe} = \frac{i_{Fe}}{\partial}$$

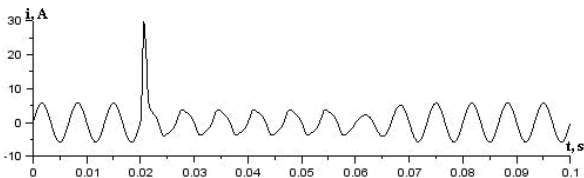
Do równań opisujących przepływy prądu w analizowanym modelu dołożyć należy piąte równanie opisujące zmiany temperatury w nadprzewodnikowym uzwojeniu wtórnym (5) [3].

$$(5) \quad \frac{dT_N}{dt} = \frac{1}{C_N} \left( R'_{2n} (i'_2)^2 - \frac{T_N - T_0}{R_{TN0}} \right)$$

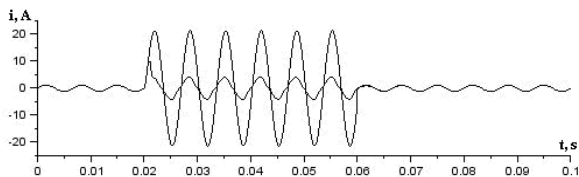
gdzie  $C_N$  – ciepło właściwe nadprzewodnika,  $T_N$  – temperatura nadprzewodnika,  $T_0$  – temperatura medium chłodzącego (ciekły azot 77 K),  $R_{TN0}$  – rezystancja termiczna układu nadprzewodnik – ciekły azot.



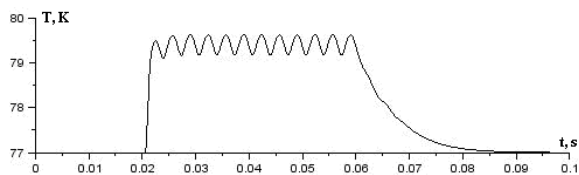
Rys. 7. Prąd ograniczony – prąd strony pierwotnej



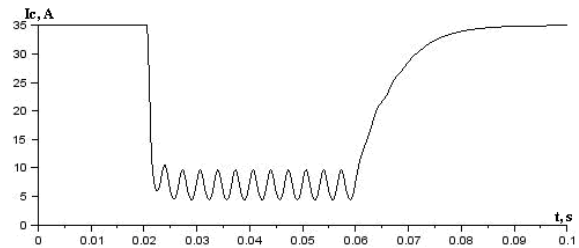
Rys. 8. Prąd strony wtórnej



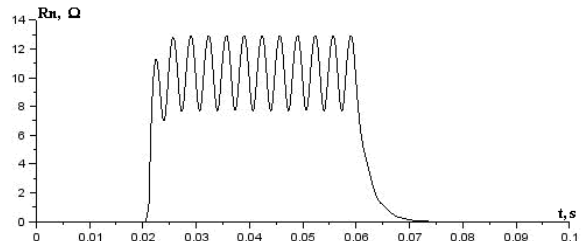
Rys. 9. Prąd awaryjny i ograniczony



Rys. 10. Temperatura uzwojenia nadprzewodnikowego



Rys. 11. Przebieg zmian wartości krytycznej prądu uzwojenia nadprzewodnikowego



Rys. 12. Rezystancja strony wtórnej

### Eksperyment pomiarowy

Na podstawie zaproponowanego modelu matematycznego zapisano w środowisku SCILAB model numeryczny symulujący działanie nadprzewodnikowego ogranicznika prądu typu indukcyjnego. W wyniku eksperymentu numerycznego uzyskano przebiegi prądów oraz parametrów charakterystycznych dla analizowanego modelu. Wyniki symulacji zaprezentowano na rysunkach 7-12.

### Wnioski

Zaproponowana metoda analizy urządzeń nadprzewodnikowych zaprezentowana na przykładzie modelu obwodu zwarciovego z indukcyjnym nadprzewodnikowym ogranicznikiem prądu pozwala na uzyskanie wyników zbliżonych z oczekiwanymi. Zaproponowany model uwzględnia wpływ prądu i temperatury na wartość rezystancji elementu nadprzewodzącego ogranicznika, oraz uwzględnia wpływ temperatury nadprzewodnika na wartość prądu krytycznego nadprzewodnika, a więc i na chwilę przejście pomiędzy stanami pracy, nadprzewodzącym i rezystywnym.

Model zbudowany w środowisku SCILAB umożliwia łatwą modyfikację i zastosowanie w modelowaniu innych urządzeń nadprzewodnikowych.

### LITERATURA

- [1] Łanczont M., Rezystancyjny nadprzewodnikowy ogranicznik prądu – analiza numeryczna w środowisku SciLab, *Przegląd Elektrotechniczny*, R. 89 Nr 2b/2013, s.315-318
- [2] Czerwiński D., Modelling the critical parameters of high temperature superconductor devices in transient states, *Politechnika Lubelska*, 2013
- [3] Jaroszyński L., Czerwiński D., Modelowanie numeryczne elementów nadprzewodnikowych, *VIII Seminarium Zastosowania Nadprzewodników*, p. 112-121, Nałęczów 2007
- [4] Łanczont M., Janowski T., Analiza działania nadprzewodnikowych ograniczników prądu, *Technologie nadprzewodnikowe i plazmowe w energetyce, Lubelskie Towarzystwo Naukowe*, ISBN: 978-83-61391-76-9, Lublin 2009
- [5] Jha A. R., Superconductor technology – Applications to microwave, electro-optics, electrical machines, and propulsion systems, *A Wiley-Interscience Publications, John Wiley & Sons, INC*, New York 1998

**Autorzy:** dr inż. Michał Łanczont, Politechnika Lubelska, Instytut Podstaw Elektrotechniki i Elektrotechnologii, ul. Nadbystrzycka 38A, 20-618 Lublin, E-mail: [m.lanczont@pollub.pl](mailto:m.lanczont@pollub.pl)