

Analiza drgań giętnych wału w układzie napędowym z silnikiem PMSM

Streszczenie. W artykule zaprezentowano analizę stanów dynamicznych układu napędowego z długim elementem sprężystym z wykorzystaniem modeli matematycznych i symulacyjno-komputerowych. Przedstawiono wyniki symulacji drgań w układzie elektromechanicznym w zależności od zastosowanego napędu prądu przemiennego, zawierającego silnik PMSM. Model symulacyjno-komputerowy został zaprojektowany w programie Matlab-Simulink. Symulację przeprowadzono dla układu elektromechanicznego zawierającego układ napędowy, element sprężysty oraz układ obciążenia.

Abstract: In the paper the analysis of shaft transverse vibrations based on mathematical and simulation models are presented. The results of simulation of vibrations in the electromechanical system depending on the applied AC drive system based on PMSM motor. The simulation model was designed in Matlab-Simulink. The Simulation of the electromechanical system consisted of drive unit, long elastic element and load system was carried out. (**Analysis of shaft transverse vibrations of PMSM-based drive system**)

Słowa kluczowe: silnik PMSM, układ napędowy, element sprężysty, model symulacyjno-komputerowy

Keywords: PMSM motor, drive system, elastic element, simulation model

doi:10.12915/pe.2014.12.62

Wstęp

Układy napędowe zawierające elementy sprężyste (sprzęgła, długie wały i łączniki) narażone są na działanie zjawisk drganiowych. Zjawiska te są częstą przyczyną powstawania nieprawidłowości w pracy układu elektromechanicznego. Drgania mogą powodować zaburzenia pracy wirnika układu napędowego, natomiast rezonansowe wzmocnienie amplitudy drgań może spowodować uszkodzenie całego układu elektromechanicznego. Rezonans w układach mechanicznych powstaje, gdy częstotliwość drgań swobodnych układu równa się lub znajduje się w pobliżu częstotliwości drgań wymuszonych przez układ napędowy wytwarzający moment wymuszający. Sprężystość oraz tłumienie drgań danego elementu są zależne od właściwości materiałowych i konstrukcji układu, w którym pracuje. Na podstawie modelu matematycznego opisującego drgania giętnie elementu sprężystego oraz modeli matematycznych układu napędowego wraz z obciążeniem, sformułowano model symulacyjno-komputerowy. Model ten umożliwi symulację drgań giętnych w płaszczyznach prostopadłych do osi wału (z).

Model matematyczny opisujący drgania wału powstał przy następujących założeniach:

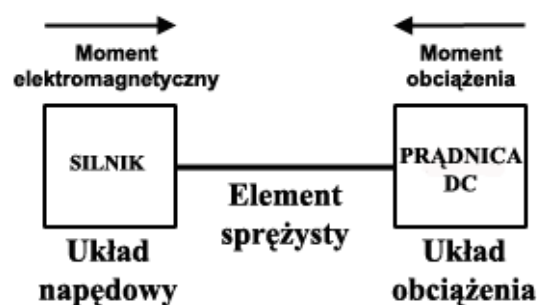
- nie uwzględniono efektu żyroskopowego,
- pominięto wpływ siły ciężkości.

Pomimo powyższych uproszczeń analiza badanego układu elektromechanicznego sprowadza się do rozwiązania kilku lub kilkunastu nieliniowych równań matematycznych. Drgania giętnie oraz skrętne są wzajemnie sprzężone, a ich amplitudy oddziałują na siebie [2]. W literaturze [1,3] często podczas analizy układu elektromechanicznego przyjmuje się, iż wał jest nieskończenie sztywny na skręcanie. Powyższe założenie znacznie upraszcza model matematyczny, jednakże obarcza pewnym błędem wyniki analizy matematycznej. Budowa dynamicznego modelu symulacyjno-komputerowego pozwala odzwierciedlić zjawiska zachodzące w układzie elektromechanicznym podczas jego pracy. Symulacja komputerowa daje możliwość badania parametrów układu podczas rozruchu, nawrotu, hamowania, biegu jałowego oraz pracy ze zmiennym momentem obciążenia. Badanie układu w strefie rezonansowej pozwala oszacować parametry wytrzymałościowe wału. Model symulacyjno-komputerowy

ułatwia również analizę układu elektromechanicznego w krytycznych warunkach pracy.

Model układu napędowego

Model symulacyjno-komputerowy został zbudowany na podstawie równań matematycznych opisujących układ napędowy, element sprężysty oraz układ obciążenia. W niniejszej pracy rolę układu obciążenia pełni prądnica prądu stałego. Wytworzony przez nią moment elektromagnetyczny poprzez wał napędowy zostaje przekazany do układu napędowego. W celu zbadania ewentualnego wpływu różnych układów napędowych na drgania w układzie elektromechanicznym wykonano symulacje porównawcze układu z silnikiem indukcyjnym oraz układu z silnikiem PMSM. Dodatkowo w obliczeniach uwzględniono momenty bezwładności uchwytów, w których zamocowano łożyska.



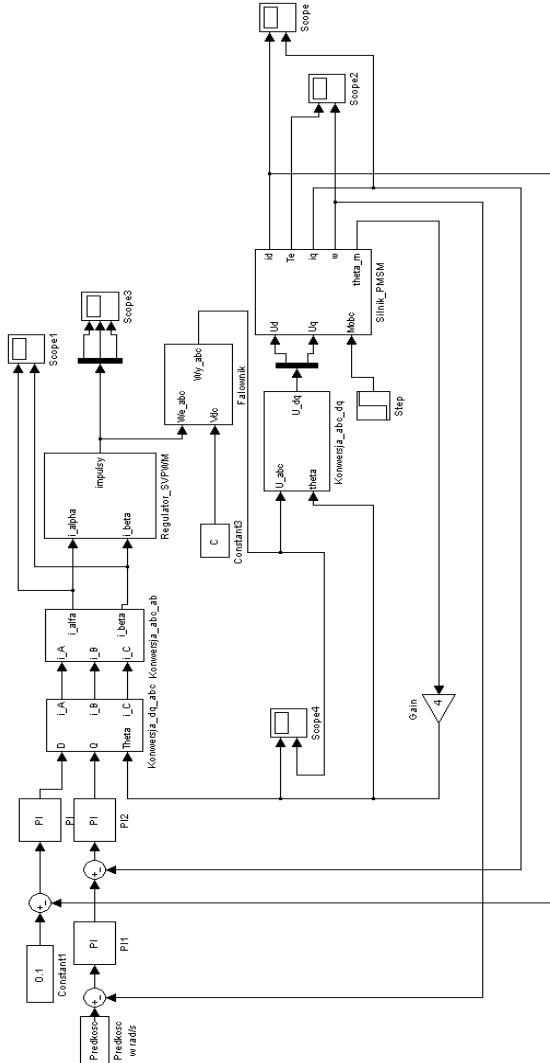
Rys. 1. Ogólny schemat blokowy układu napędowego, na podstawie którego powstał model symulacyjno-komputerowy

Model symulacyjno-komputerowy silnika synchronicznego PMSM, wykorzystanego jako układ napędowy został sformułowany na podstawie poniższych zależności:

$$\begin{aligned} (1) \quad u_d &= L_d \frac{di_d}{dt} + i_d R - L_q i_q \omega \\ (2) \quad u_q &= L_q \frac{di_q}{dt} + i_q R - [(L_d i_d + \Psi_m) \omega] \\ (3) \quad M_e &= [i_d (L_d - L_q) + \Psi_m] \frac{3}{2} p \end{aligned}$$

$$(4) \quad M_e = J \frac{d\omega}{dt} + M_{obc} + \omega B$$

Model układu napędowego składa się z silnika PMSM zasilanego z falownika napięcia. Sterownię silnikiem za pośrednictwem falownika odbywa się z wykorzystaniem metody wektorowej SVPWM. Układ sterowania silnikiem synchronicznym został zamodelowany w programie Matlab-Simulink. Model symulacyjno-komputerowy silnika PMSM oraz układów sterujących został przedstawiony na rys. 2.



Rys. 2. Model symulacyjno-komputerowy układu napędowego z falownikiem napięcia i silnikiem PMSM

Model matematyczny i symulacyjno-komputerowy elementu sprężystego

Model symulacyjno-komputerowy elementu sprężystego powstał na podstawie poniższych zależności. Uwzględnia on wzajemne oddziaływanie drgań skrętnych oraz giętnych. Korzystając z zależności d'Alemberta otrzymano poniższe zależności [2].

$$(5) \quad \frac{d^2 h}{dt^2} = -\frac{k}{m} (h - e \cos \varphi)$$

$$(6) \quad \frac{d^2 v}{dt^2} = -\frac{k}{m} (v - e \sin \varphi)$$

$$(7) \quad \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{1}{J} (M_1 - M_2 - k e (h \sin \varphi - v \cos \varphi))$$

$$(8) \quad k(h - h_0) = k_1 h_0$$

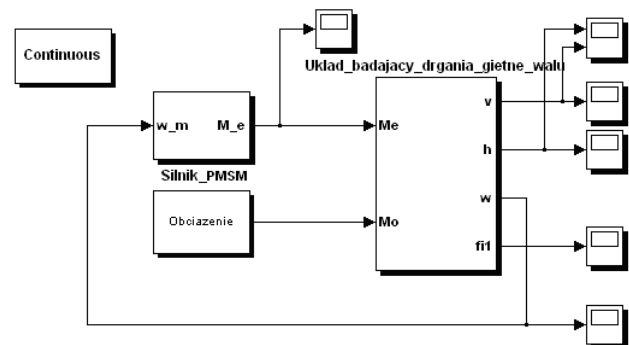
$$(9) \quad k(v - v_0) = k_2 v_0$$

$$(10) \quad M_1 = M_1 \left(\frac{d\varphi_1}{dt} \right)$$

$$(11) \quad M_2 = M_2 \left(\frac{d\varphi_2}{dt} \right)$$

gdzie: k - współczynnik sprężystości wału; e - błąd mimośrodowy; m - masa wału; v - amplituda drgań w osi pionowej; h - amplituda drgań w osi poziomej; M_1, M_2 - moment napędowy i moment oporowy; J - moment bezwładności; φ_1, φ_2 - kąty skręcania wału.

Korzystając z powyższych zależności zbudowany został model symulacyjno-komputerowy.



Rys. 3. Model symulacyjno-komputerowy do analizy drgań giętnych wału

Tabela nr 1 przedstawia parametry mechaniczne elementów wchodzących w skład układu napędowego, w którym zamontowany jest badany element sprężysty. Obliczenia pomocnicze parametrów mechanicznych zostały wykonane za pośrednictwem programu komputerowego napisanego w języku C++.

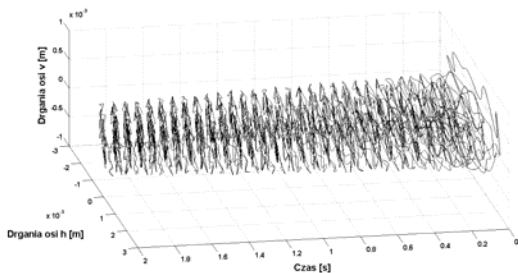
Tabela 1. Parametry mechaniczne badanego układu

Element	Długość [m]	Masa [kg]	Moment bezwł. [kg/m³]	Współczynnik sprężystości [kNm/rad]
Wał silnika PMSM	-	-	0,02153	-
Prądnica DC	-	-	0,043	-
Łącznik	0,025	0,19	0,000029	456,702
Łożysko	0,125	3,18	0,001626	1021,201
Uchwyt	0,073	8,88	0,02175	40039,705
Badany element sprężysty Nr 1	0,66	0,04	0,000005	1,152809
Nr 2	0,66	0,09	0,000259	5,836099
Nr 3	0,66	0,16	0,000082	18,4449

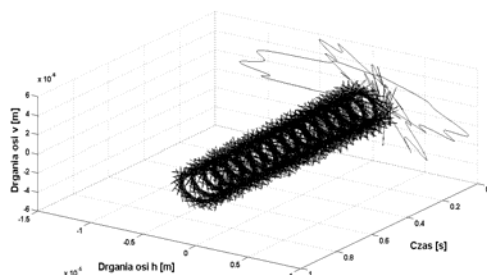
Wyniki symulacji komputerowej

Symulację komputerową przeprowadzono z wykorzystaniem parametrów mechanicznych zestawionych w tabeli 1 dla trzech rodzajów elementów sprężystych.

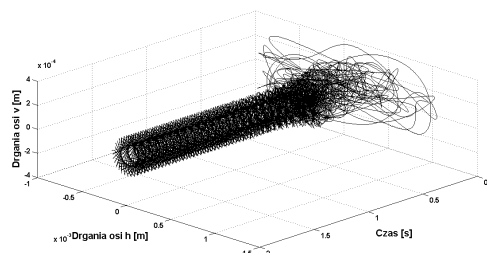
a)



b)



c)



Rys. 4. Amplituda drgań wału w układzie elektromechanicznym z silnikiem PMSM (*a* – średnica 10 mm, *b* – średnica 15 mm, *c* – średnica 20 mm)

Podsumowanie

Z wyników przeprowadzonych symulacji komputerowych można wyciągnąć następujące wnioski:

- zastosowanie elementu sprężystego o zbyt małej średnicy w stosunku do rozmiarów układu napędowego i przekazywanego momentu niesie za sobą zwiększenie drgań układu elektromechanicznego, a w skrajnych przypadkach powoduje nieodwracalne uszkodzenie łącznika sprężystego,
- średnica zastosowanego elementu łączącego w układzie napędowym wpływa na amplitudę drgań giętych w układzie elektromechanicznym. Aspekty ekonomiczne

wymuszają na projektantach układów elektromechanicznych stosowanie wałów o możliwie jak najmniejszej średnicy. Ważnym jest, aby uzyskać kompromis pomiędzy aspektami ekonomicznymi, a niezawodnością i niską awaryjnością układu elektromechanicznego.

Symulacja komputerowa nie odzwierciedla wszystkich zjawisk zachodzących w elemencie sprężystym, a na wyniki symulacji komputerowej w dużym stopniu wpłynęły założenia upraszczające model matematyczny. Przyjęte założenia upraszczające model matematyczny powodują, iż wyniki symulacji komputerowej obciążone są pewnym błędem. Porównanie modelu utworzonego za pomocą rozbudowanych pakietów programowych, które wykorzystują m.in. metodę elementów skończonych pozwoli dokładniej zbadać zjawiska zachodzące w przedstawionym układzie elektromechanicznym.

LITERATURA

- [1] Cempel C. *Drgania mechaniczne wprowadzenie* Politechnika Poznańska 1984
- [2] Dąbrowski Z. *Wały maszynowe* PWN 1999
- [3] Gawęcki A. *Mechanika materiałów i konstrukcji prętowych*, Politechnika Poznańska 2003
- [4] Glinka T.: *Maszyny elektryczne wzbudzone magnesami trwałymi*, Gliwice 2002
- [5] Glinka T., Jakubiec M., *Silniki elektryczne z magnesami trwałymi umieszczonymi na wirniku* Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne, Nr 71/2005, Komel, Katowice 2005
- [6] Lis M. *Oznaczenie parametrów techniczno-konstrukcyjnych silnika synchronicznego z magnesami trwałymi z trójfazowym uzwojeniem stojana o sterowaniu trapezoidalnym*, Przegląd Elektrotechniczny Vol. 2012, Nr 12b, s 71 – 74.
- [7] Plamitzer A. M.: *Maszyny elektryczne*. WNT Warszawa
- [8] Popenda A.: *Modelowanie i symulacja dynamicznych stanów pracy układów napędowych do reaktorów polimeryzacji z silnikami indukcyjnymi specjalnego wykonania*, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2011
- [9] Rakowski J.: *Teoria Sprężystości* Politechnika Poznańska 2003/2004
- [10] Rusek A.: *Stany dynamiczne układów napędowych z silnikami indukcyjnymi specjalnego wykonania*. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2012
- [11] Rusek A., *Schemat zastępczy indukcyjnego silnika asynchronicznego specjalnego wykonania do pracy w układzie napędowym reaktora polimeryzacji z uwzględnieniem straty mocy w wielkogabarytowym łożysku ślizgowym z węglików spiekanych*, Międzynarodowe Sympozjum Maszyn Elektrycznych SME 2011, Szczecin
- [9] Rusek A.: *Stany dynamiczne układów napędowych z silnikami indukcyjnymi specjalnego wykonania*. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2012

Autor:

Marcjan Nowak, mgr inż., Zakład Sterowania i Odnawialnych Źródeł Energii, Instytut Elektrotechniki Przemysłowej, Wydział Elektryczny Politechniki Częstochowskiej, Al. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa, e-mail: marcjant24@wp.pl